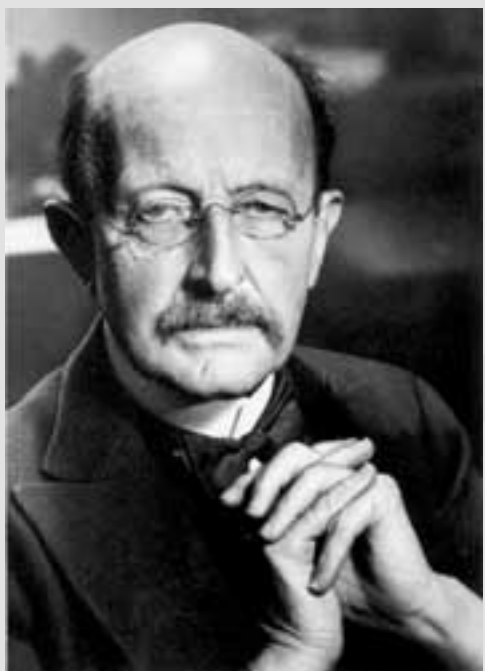


Patkós András Entrópia: kulcs az univerzum megértéséhez?

Mi az entrópia?

A Puskin utcai nagyelőadóban szétszóródva vártunk a szemeszter első órájára. A professzor a hátunk mögött tűnt fel. Lassan lépdelve lefelé a lépcsőkön szemügyre vette a sorokat. Nyilván minden arc egyformán ismeretlen volt számára, az egyetlen támpont, amihez előadása iránti érdeklődésünk majdani alakulását viszonyítani tudta, az elfoglalt és az üresen maradt helyek aránya lehetett. Ennek a *makroszkopikus állapotváltozónak* a csökkenése jelezhetette előadása sikertelenségét, növekedése pedig annak sikerét.

Pedig a 70 diák valójában nagyon sokféleképpen tölthette fel a 100 férőhelyes termet a makroállapotot változatlanul hagyva. Ha egy elképzelt ajtónálló egyesével engedte volna be őket, akkor $100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 32 \times 31$ választási lehetőségük akadt volna a helyfoglalásra. Persze a diákok terembe lépésének sorrendje a kialakuló *mikroállapotot* (azaz a diákok helyfoglalását mutató térképet) nem befolyásolja, tehát az azonos makrohelyzetet megvalósító mikroállapotok számát úgy kapjuk meg, ha a fenti számot elosztjuk a lehetséges belépési sorrendek számával, $70 \times 69 \times \dots \times 2 \times 1$ -gyel.



Max Planck és Ludwig Boltzmann

Ludwig Boltzmann 1872-ben azt javasolta, hogy a hőcserével járó folyamatokra az 1858-ban Rudolf Clausius által bevezetett entrópia mennyiségét arányosnak válasszák a test energetikai makroállapotát megvalósító mikroállapotai számának logaritmusával:

entrópia = (Boltzmann-állandó) \times (az azonos energiával jellemzett makroállapotot megvalósító mikroállapotok számának logaritmusával).

Miután a fizikusok többsége kifejezetten ártalmasnak tartja a sok-sok szinonímának tűnő szóval megzavarható értelmű kommunikációt, az entrópiát S , a mikroállapotok számát W , a Boltzmann-állandót k_B jelöli, és a fenti kapcsolatot

$$S = k_B \log(W)$$

alakban tette megtanulhatóvá a 150 éve született Max Planck. Boltzmann soha nem írta le ezt a képletet, de jelentősége ugyanakkora a természeti folyamatok leírása szempontjából, mint a Planck-Einstein-képlet a foton energiájára ($E = h\nu$). Nem véletlen, hogy a bécsi temetőben ez a felirata Boltzmann síremlékének.



Boltzmann síremléke a bécsi temetőben

Az előadások féléves folyamának előrehaladtával érdekes jelenséget figyelhetett meg a professzor. Fokozatosan törzshelyek alakultak ki. Az érdeklődő hallgatók igyekeztek az első sorokba kerülni, az előadásra melegedni vagy táplálkozni bejárók a hátsó szélső helyekre húzódtak. Az érdektelen és érdeklődő diákok keveredését tartalmazó leülések szinte kizárhatók voltak. Az előadótól megszerezhető tudás külső ráhatására a kezdetben egynemű diákcsapat differenciálódott. A professzor természetesen tudta, hogy Josiah Willard Gibbs 1878-ban általánosította az entrópiaképletet olyan eseményekre is, amelyek megvalósulási esélye

különböző.

Legyen az egyes mikroállapotok neve $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots$. Bekövetkezésük esélyét egy 0 és 1 közé eső számmal, a $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots$ valószínűséggel jellemzik. Az esemény annál meglepetésszerűbb, minél negatívabb P_i logaritmus. Az eseményrendszer átlagos meglepetésszerűségének mértékét M -mel jelölve, az

$$M = P_1 \log P_1 + P_2 \log P_2 + \dots + P_i \log P_i + \dots$$

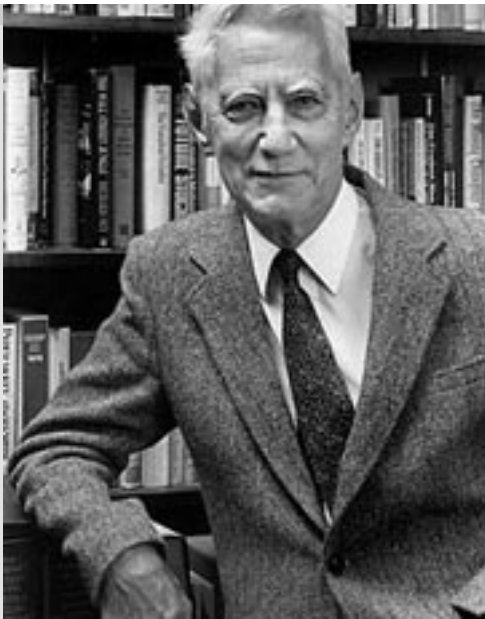
kifejezést kapjuk az átlagérték kiszámítási szabályát követve. Amennyiben minden valószínűség azonos, akkor úgy kapjuk vissza Boltzmann híres képletét, ha az entrópia és a meglepetésszerűség kapcsolatára az

$$S = -k_B M$$

megfeleltetést definiáljuk. Ellenőrizhető, hogy az entrópia legnagyobb értékét akkor éri el, ha minden mikroállapot azonos eséllyel következik be, azaz a rendszer a legkevésbé differenciált. Az entrópia növekedésének Clausius által megfogalmazott elve Boltzmann és Gibbs értelmezésében tehát a homogenitásra való természetes törekvést, a hőmérsékleti vagy anyagkoncentrációbeli inhomogenitások megszűnésének tendenciáját emelte általános természeti elvvé.



1948-ban C. E. Shannon javasolta, hogy a



fenti entrópiafogalmat az informatikában is használják jelsorok információtartalmának jellemzésére. Ismert, hogy bármiféle információ kódolására alkalmas a "0" és az "1" jelekből létrehozott speciális sorozat. Természetesen, ha teljesen véletlenszerűen követik egymást, akkor a sorozatnak nincs információtartalma. A teljes véletlenszerűség azt jelenti, hogy a két kódjel előfordulási valószínűsége egyenlő, azaz $p(0)=p(1)=1/2$. Ezt adhatjuk meg például ideális fém pénz feldobása előtt, a kísérlet végkimenetére vonatkozó ismerethiányunk jellemzésére. A teljesen határozott tudás arról, hogy egy adott helyen melyik kódot kell használni

például a $p(0)=0$, $p(1)=1$ valószínűséggel társítható (ez írja le a helyzetet, amikor a "fej" kimenetű pénzfeldobást az "1" kóddal jelöljük). A fenti képletet használva az első esetben $M=-\log(2)$, a másodikban $M=0$ értéket kapunk. Egy bit információnak hívjuk a pénzfeldobás kimenetéhez társuló tudást, amelynek meglepetésszerűsége tehát $M=-\log(2)$. Általában véve minél meglepetésszerűbb egy jelsor, annál nagyobb az információtartalma. A jelátadás (tömörítés, kódolás) során fellépő hibák hatására az elképzelhető jelsorok valószínűsége a kiegyenlítődés felé halad, azaz az ennek során bekövetkező információvesztés megfelel az entrópiánövekedés tendenciájának. A Shannon-konceptió kiválóan alkalmasnak bizonyult az informatikában annak ellenére, hogy ott semmiféle közvetlen fizikai háttérű folyamat nem zajlik. Érdekes kérdés, hogy megragadhatók-e másutt is olyan jelenségkörök, amelyek képesek lehetővé tenni az entrópiához hasonló szerepet játszó fogalom bevezetését és felhasználni az entrópia növekedése által kijelölt fejlődési irányt.

A félév folyamán a tudásszerzésre különbözőképpen nyitott hallgatók ülésrendszerén professzorunk viszont entrópiacsökkenést idézett elő. Persze nem egyedül az ő hatásának volt mindez köszönhető. Kisszámú lánykollégánk kezdeti egyenletesen véletlenszerű elhelyezkedésében is jól reprodukálódó változásokat fedezhetett fel, ám a félév végére kialakuló ülésmintázat alapján ezt - legnagyobb sajnálatára - nem tulajdoníthatta saját ellenállhatatlan előadói hatásának. Mindenesetre feljegyezte magának azt az érdekes tendenciát, miszerint adott körülmények (a kitűzött tanulmányi feladatnak való legjobb megfelelés célfüggvénye, a kialakulható lány-fiú párkapcsolatok száma stb.) között az emberi közösségben az óvodától a kisiskolán át az egyetemig mindig újra és újra differenciálódás (entrópiacsökkenés) következik be. Egy pillanatra felötlött benne, hogy minden egyenlősítő utópia ezen egyszerű okból torkollik önkényuralomba, majd elkerülhetetlenül megbukik, de aztán elhessegette magától a csillogó, de mások számára a szokásos fizikusi túlegyszerűsítő hajlamot példázó ötletet és inkább folytatta az előadást (a

cikkírást).

Fekete lyukak entrópiája



A XVIII. század végén, mikor a fény természetét illetően Newton részecskefelfogása kizárólagosan elfogadott volt, Laplace tette fel a kérdést: mekkora sugarú lenne az a Földével azonos átlagsűrűségű égitest, amelynek gravitációs teréből a fénysebességgel induló próbatest nem tudna elszakadni. Más szóval, mikor lesz az első kozmikus szökési sebesség nagyobb a fény sebességénél. A válasz (a Föld sugarának 250-szerese) a John Michell által 1784-ben "fekete csillagnak" elnevezett objektumra vonatkozó első számítás volt. A fekete csillag azért láthatatlan, mert a felületén kibocsátott fény nem érkezhethet el a külső megfigyelőhöz. A Laplace által 1795-ben

közölt számítás igen egyszerű, hiszen a feltételezett fényrészecske $mv^2/2$ mozgási energiájába a fény $v=c$ sebességét behelyettesítve és a gravitáció kötési energiájával, azaz GMm/R -rel téve egyenlővé (G Newton gravitációs állandóját, R az objektum keresett sugarát, M pedig az R sugarú gömbben található Föld-sűrűségű anyag össztömegét jelöli), kiszámíthatjuk a sugarat. Szerencse, hogy a fényrészecske tömege (m) ebből a képletből egyszerűsítéssel eltűnik! Aztán jöttek Young interferenciakísérletei, nyilvánvalóvá lett, hogy a fény hullámtermészetű, sőt 1905 óta az is sejthető volt, hogy a fény-energia csomagját szállító részecske nulla tömegű. Laplace számításával senki nem foglalkozott több mint egy évszázadig.

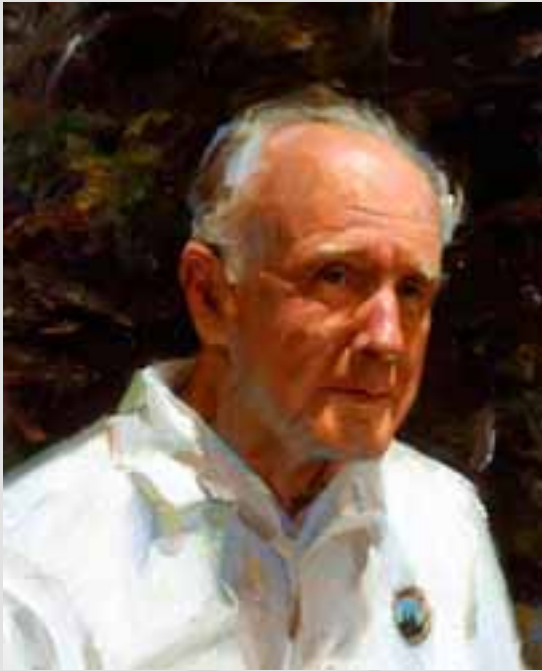


Einstein általános relativitási elmélete keretében Karl Schwarzschild tette fel újra a kérdést 1916-ban. Minden M tömegű objektumhoz megtalálta azt a távolságot, amelyen belülré koncentrálna a tömeget, oly mértékben görbültté válik a téridő geometriája, hogy azon kívülre nem juthat ki fényjel. Ebben a számításban már közbenső fogalomként sem fordul elő a fény alkotórészeinek természetét jellemző egyetlen mennyiség, tehát a tömeg sem! Gömbszimmetrikus (irányfüggetlen) sűrűségeloszlást vizsgálva kimutatta, hogy az eseményhorizontnak nevezett határsugár



a tömeggel (M) lineárisan nő. A horizonton túl, ugye, nem láthatunk, erre utal az

elnevezés. Ez azt jelenti, hogy az *eseményhorizonttal társított gömb felülete a tömeg négyzetével (M^2)* arányos. Így elég nagy energiát elegendően kicsiny térfogatba sűrítve (amely tehetetlen tömeget is képvisel Einstein energia-tömeg ekvivalenciaelvé szerint) mindig keletkezhet fekete lyuk. Ezzel az eséllyel számolnak a genfi szupergyorsító esetében is, amely bizsergető lehet a borzalmakkal mindig kokettálni kész, környezetvédőnek álcázott áltudományos magazinok olvasóinak.



Az általános relativitás elméletéből jóslott nagy sűrűségű objektumokat először a 2008. áprilisban elhunyt amerikai fizikus, John Wheeler vette komolyan (neki tulajdonítják a "fekete lyuk" elnevezést is: ez a "fekete csillag" elképzelést általánosítva olyan égitestet jelöl, amelynek szerkezete nem mutat rokonságot a csillagokéval). Ő figyelt fel arra a paradoxonra, amelyet a fekete lyukba behulló komplex anyagi rendszer okozta entrópiaváltozás jelent az entrópiánövekedés természeti tendenciájával szemben. Ugyanis az 1960-as évek végén bebizonyítottak egy tételt, amely szerint a fekete lyuknak a külvilág szempontjából minden hatása

kimerítően megadható, ha teljes tömegét, teljes elektromos töltését és egyéb töltésjellegű mennyiségeinek (pl. a perdületének, a bariontöltésének stb.) teljes értékét ismerjük. Ezeknek a mennyiségeknek a mikroszkopikus elrendezése a fekete lyukban semmiféle külső hatást nem hozhat létre. Ez az ún. "kopaszági" ("no-hair") tétel. Wheeler feltette a kérdést doktoranduszainak: hová tűnik a fekete lyukba behulló összetett makroszkopikus testek komplex mikroszerkezetéből származó entrópiája?

A választ Jacob Bekenstein adta meg doktori értekezésében, amelyet 26 éves korában, 1973-ban védett meg. Egy másik Wheeler-diák eredményére támaszkodott, akinek munkáját Stephen Hawking fejlesztette teljes általánosságú tétellé. 1970-ben Demetrios Christodoulou bebizonyította, hogy a visszafordítható (azaz időben fordított irányban is lejátszódó) folyamatokban részt vevő fekete lyukak eseményhorizontja által kifeszített felület csak nőhet. Ezt Hawking tetszőleges (irreverzibilis) folyamatokra is bebizonyította. Szemléletes példaként vegyünk két Schwarzschild-féle fekete lyukat m_1 és m_2 tömegekkel. Ha összeolvadnak, tömegük $m_1 + m_2$ lesz. Miután eseményhorizontjuk sugara tömegükkel arányos, az átmeneti változások megnyugvása után kialakuló gömbszimmetrikus fekete lyuk

eseményhorizontjának felülete valóban nagyobb a kezdeti objektumok összfelületénél, hiszen $(m_1 + m_2)^2 > m_1^2 + m_2^2$.



Bekenstein cikkében ezt a tételt idézve vetette fel annak lehetőségét, hogy a fekete lyukak entrópiáját eseményhorizontjuk felületével arányos mennyiségnek lehet választani. Azt becsülte meg, hogy mekkora felületváltozást idéz elő, ha a fekete lyuk elnyel egy tömegpontot. Másik oldalról a tömegpont elemi objektumként 1 bitnyi Shannon-információt hordoz a hozzá tartozó informatikai entrópiával (vagy látható a külső megfigyelő számára, vagy nem). A felületnövekedéssel arányosnak vett entrópiánövekedés mértékét éppen a tömegpont által hordozott információs entrópia számunkra

történő elvesztésével tette egyenlővé és ebből állapította meg a felületváltozást szorzó együtthatót. Hawking 1976-ban egzaktul is kiszámította a fekete lyukak Bekenstein-entrópiájának felületet szorzó együtthatóját. Bekenstein számos példán mutatta meg, hogy a külvilág és a fekete lyukak alkotta rendszer entrópiája nem csökken, ha a fekete lyukakhoz eseményhorizontjuk felületével arányos entrópiát rendelünk. Wheeler ettől kezdve a mikrofizikai (kvantumelméleti) kutatásokat információelméleti kutatásként emlegette.



Kip Thorne (balra) és John Preskill (közép) szerint nem vész el visszafordíthatatlanul információ a fekete lyukak részvételével lezajló folyamatokban, míg Stephen Hawking (jobbra) két évvel ezelőttig másképp gondolta

A fenti időszakban végzett elemzések vezették el Hawkingot az entrópia és a hőcsere klasszikus kapcsolatának alkalmazásával ahhoz a felismeréshez, hogy a fekete lyukakkal hőmérséklet és a hőmérséklethez termikus sugárzás társítható. Ez a hőmérséklet fordítva arányos a fekete lyuk tömegével. Minél kisebb tömegű a fekete lyuk, annál gyorsabban sugározza szét energiáját. Ezért aztán megnyugodhatnak az izgulósak: hiába keletkeznek esetleg mini fekete lyukak a genfi óriásgyorsító bekapcsolása utáni kísérleti programban, tömegük a másodperc ezermilliárdod része alatt elpárolog. Még azelőtt eltűnnek, mielőtt megkezdődhetne környezetük makroszkopikus anyagának "beszippantása". Természetesen igen izgalmas kérdés, hogy milyen módon lehet mini fekete lyukakat létrehozni, de ezekkel az univerzum entrópiatartalmát kutatva nem kell időt töltenünk.

Az entrópiánövekedésnek a fekete lyukak fizikáját is magában foglaló általánosítása ma már széleskörűen elfogadott. Ezek után érdekes kérdés, hogy az univerzum entrópiájának mekkora részét hordozzák a fekete lyukak. Ismeretes, hogy galaxisunk centrumában egy szupernagy fekete lyuk van, amelyet a Nap tömegénél tízmilliószor nagyobb tömeg jellemez. Ha Schwarzschild sugár-tömeg kapcsolatát használjuk Hawking együtthatójával, akkor az ebbe a fekete lyukba "szorult" entrópia becsült értéke $k_B 10^{91}$. Ez horribilis szám. Még inkább az, ha figyelembe vesszük, hogy az univerzum általunk belátható részében, melynek mérete 10^{28} m, a mikrohullámú háttérsugárzás teljes entrópiája kb. $k_B 10^{88}$. Az univerzum e tartományában található szokványos (bennünket is alkotó) teljes anyagmennyiség entrópiája pedig kb. $k_B 10^{79}$. A sötét anyag mennyisége a megszokott (elektromágneses sugárzásra képes) anyagénak kb. hatszorosa. Így a sötét anyag entrópiája legfeljebb egy-két nagyságrenddel lehet nagyobb az előző becslésnél. Az univerzum energiájának nagy részét pedig egy kozmológiai állandó segítségével értelmezik jelenleg, amelynek zérus az entrópiája! Ugyanakkor úgy tűnik, hogy a galaxisok mindegyikének centrumában a mi galaxisunkéhoz hasonló szupermasszív fekete lyuk van. Miután a belátott eseményhorizont belsejében nagyságrendileg 10^{11} galaxis van, a fekete lyukak teljes entrópiatartalma kb. $k_B 10^{102}$, ami messze meghaladja bármi egyéb objektumosztály entrópiatartalmát (1. táblázat)!

| Univerzumbeli anyagfajta | Entrópia/ k_B |
|--------------------------------------|-----------------|
| Kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás | 10^{88} |
| Kozmikus neutrínóháttér | 10^{88} |

| | |
|--------------------------------------------------------|--------------|
| Nemrelativisztikus, elektromágnesesen sugárzó anyag | 10^{79} |
| Sötét anyag | 10^{80-81} |
| Sötét energia | 0 |
| Egyetlen szupernehéz fekete lyuk | 10^{91} |
| Fekete lyukak teljes entrópiája | 10^{102} |

1. táblázat. Nevezetes kozmikus objektumok becsült entrópiatartalma

A holografikus elv

Gerard 't Hooft Nobel-díjas részecskefizikus vetette fel, hogy a fekete lyukaknak az a tulajdonsága, hogy entrópiájukat nem térfogatukból, hanem felületükből lehet számolni, esetleg általánosítható, hiszen az univerzum entrópiáját alapvetően ez az osztály adja. A 't Hooft által megfogalmazott holografikus elv kimondja, hogy a valamely térfogatban végbemenő alapvető kölcsönhatásokat meghatározó dinamikai mennyiségek (az ún. szabadsági fokok) számosságát a tartomány felületével és nem térfogatával arányosnak kell tekinteni. Ezt az elvet a csillagászok által belátható kozmikus eseményhorizont mai méretével határolt tartományra alkalmazva, $k_B 10^{123}$ adódik a tartomány entrópiatartalmának nagyságrendjére. A hiányzó 20 nagyságrend izgalmas kihívás a csillagászoknak: hol lehetnek azok az objektumok, amelyek elrejtik az entrópiát?



Persze ez a kérdés csak a holografikus elv természeti alaptörvényként való elfogadása esetén izgalmas, amire gyűjteni kell az érveket. Az elképzelést 't Hooft 1993-94-ben az összes elemi kölcsönhatást tartalmazó keretelmélet, a húrelmélet elemzéséből "desztillálta". Ez a sokdimenziós (egyes változataiban 26, más változatában 11 térdimenziós) elmélet átfogalmazható úgy, hogy abban csak a húrt határoló "felület" szabadsági fokai jelenjenek meg. A húrelmélet hívei számára a holografikus elv érvényessége

vitathatatlan.

Bár az elv teljesülése nem is bizonyítható más, a kísérleti vizsgálódással sokkal közvetlenebbül összevethető elméletekre, annál érdekesebb lehet az alkalmazásából származó következmények kidolgozása. Például nézhetjük az erős kölcsönhatások elméletét, a kvarkokat és gluonokat szerepeltető kvantumszíndinamikát. Gyorsítóknak előidézett nagyenergiás kölcsönhatások esetén közvetlen megoldása nagyon pontos jóslatokat tesz lehetővé, de egy laboratóriumban álló proton tulajdonságaira szinte reménytelen nehézségű az elmélet jóslatainak kiszámítása. Itt segítségül hívható a holografikus elv, amelyet alkalmazva feltételezhetjük, hogy a négy téridő dimenzióban észlelt erős kölcsönhatás esetleg egy ötdimenziós beágyazó világ határaként elképzelt világunkban hat. Ennek az ötdimenziós világnak a térfogatában egy majdnem klasszikus gravitációs kölcsönhatással leírható elmélet állítható párba a határon érvényes erős kölcsönhatási elmélettel. A holografikus elv azt jelenti, hogy a gravitációs elmélet megoldásából ugyanúgy kiolvashatók a protonnak az erős kölcsönhatásokból származó alaptulajdonságai, mint az eredeti négydimenziós elméletből. A kérdés csak az, hogy melyiket könnyebb számolni. Az ötdimenziós elmélet előnye, hogy az álló proton a segítségével technikailag jobban áttekinthető, egyszerűbb megoldási módszerek alkalmazásával írható le, mint a kvantumszíndinamikával. Ezért az elvet (érvényességének bizonyítása nélkül) deklarálva számos, korábban reménytelen nehézségűnek tapasztalt kvantumszíndinamikai számítást annak segítségével igyekeztek elvégezni (megkerülni). Az így nyert elméleti leírás pontossága az elvárható 1%-nál kisebb bizonytalanságnál egyelőre jóval gyengébb. A részecskefizikus-közösség figyelmének középpontjában jelenleg folytatott vizsgálódás eredményessége nagy hatással lehet a holografikus elv jövőbeli, részben részecskefizikai, részben kozmológiai alkalmazására.

Hangsúlyozni kell, hogy a holografikus elvre a 't Hooft által ajánlott név nem egyéb, mint egy jól megválasztott hasonlat, amely az elképzelés tudományos és tudományon kívüli körökben való jó "eladhatóságát" segíti. A hologramra utal, amely egy felületen tárolható információmennyiségből állítja elő az eredeti háromdimenziós képet. Azonban az alapvető kölcsönhatások konkrét mechanizmusához az optikai holográfiának semmi köze.

Epilógus

Az előadó végigjártatta a félév (a cikk) végére megmaradt tíz hallgatóján (olvasóján) a (lelki) szemét. Elégedett volt, nehéz munkával sikerült a hallgatóság entrópiáját minimálisra csökkentenie. A megmaradt csillogó szemű tízek a közös szellemi erőfeszítésben személyes ismerőseivé váltak. Nem felejtik el a fekete lyukakhoz társított általánosított entrópia fogalmának történetét. Emlékezni fognak arra az eshetőségre, amely az általunk észlelt négydimenziós világbeli folyamatokat a többdimenziós szupervilág valamely alacsonyabb dimenziós "felületén" zajlónak fogja fel és azok tulajdonságait a magasabb dimenziós világ térfogatában egyszerűbb eszközökkel elvégezhető

számítások révén igyekeznek megérteni. Egy spekulatív érdekességnek tűnő észrevételből az univerzum szerkezetének mélyebb kibontását ígérő elméleti, majd megfigyelésekre alapozandó vizsgálati eljárás nőhet ki a következő néhány évben. Hiába igaz, hogy az univerzum energiájának kevesebb mint egy ezreléke rejtőzik a fekete lyukakban, az általuk elrejtett információ mértéke alapján meghatározó lehet keletkezésük és fejlődéstörténetük megértése az univerzum egészének modellezésében. A XXI. századi fizika egyik alapkérdése ennek az információtartalomnak a feltárása. Érdekes hát annak, aki elegendő matematikai ismerettel is rendelkezik, kicsit elmélyedni a téma irodalmában:

J. Bekenstein: Black Holes and Entropy, Physical Review D7 (1973) 2333. o.

L. Susskind: The World as a Hologram, Journal of Math. Physics 36 (1995) 6377. o.

R. Buosso: The Holographic Principle, Reviews of Modern Physics, 74 (2002) 825. o. A. Vilenkin: Many Worlds in One: The Search for Other Universes, Hill and Wang, 2006.

Természet Világa, 139. évfolyam, 10. szám, 2008.

október

<http://www.termeszetvilaga.hu/>

<http://www.chemonet.hu/TermVil/>