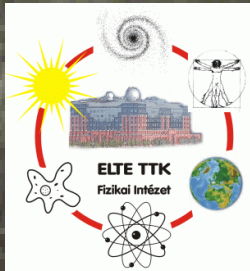
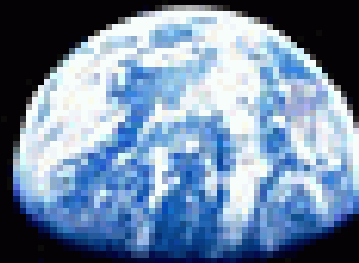


# Geometria és gravitáció

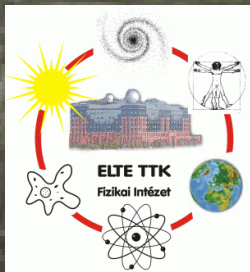
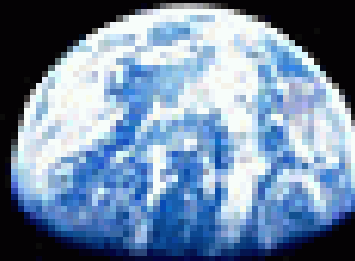
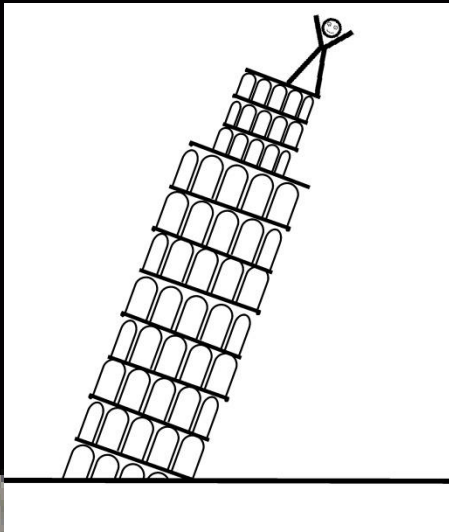


Az atomoktól a csillagokig

Dávid Gyula

2014. 09. 18.

# Geometria és gravitáció

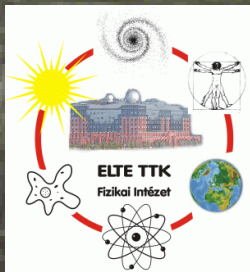
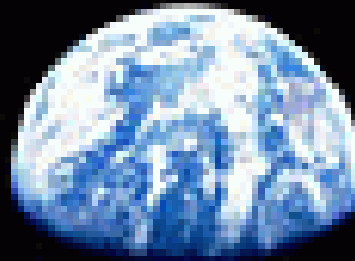
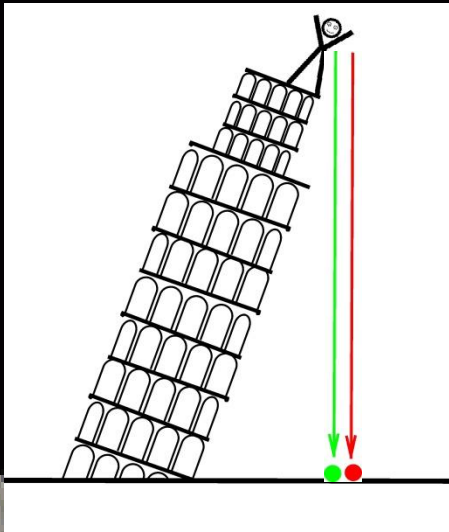


Az atomoktól a csillagokig

Dávid Gyula

2014. 09. 18.

# Geometria és gravitáció

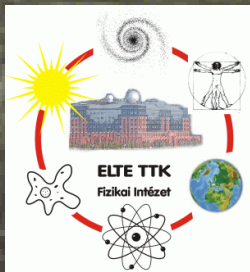
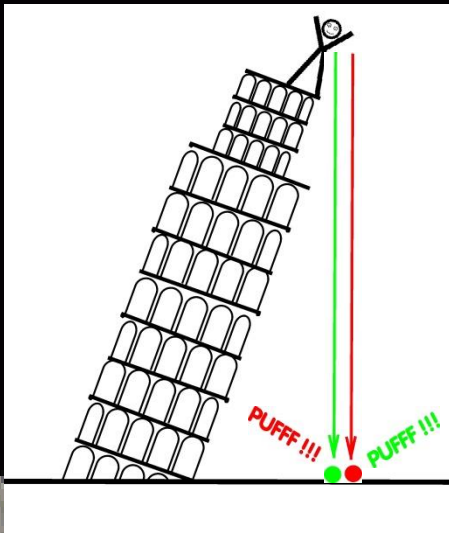


Az atomoktól a csillagokig

Dávid Gyula

2014. 09. 18.

# Geometria és gravitáció



Az atomoktól a csillagokig

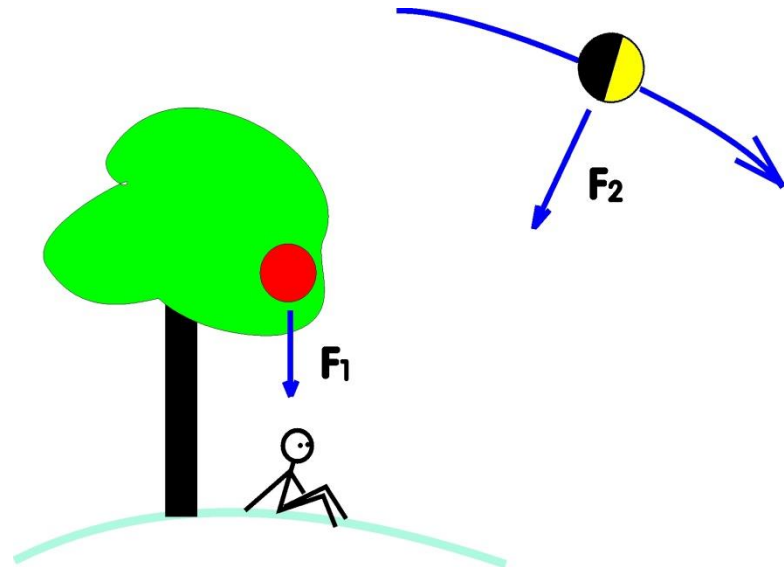
Dávid Gyula

2014. 09. 18.

# GRAVITÁCIÓ

avagy  
egyetemes tömegvonzás

- univerzális



# GRAVITÁCIÓ

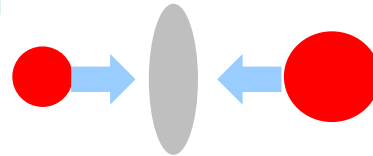
avagy  
egyetemes tömegvonzás

- univerzális
  - passzív
  - aktív
- mindig vonzó
- távolható
- arányos a tömeggel
- árnyékolhatatlan
- nagyon gyenge

Isaac Newton  
1687



Eötvös Loránd  
inga: 1890-1919



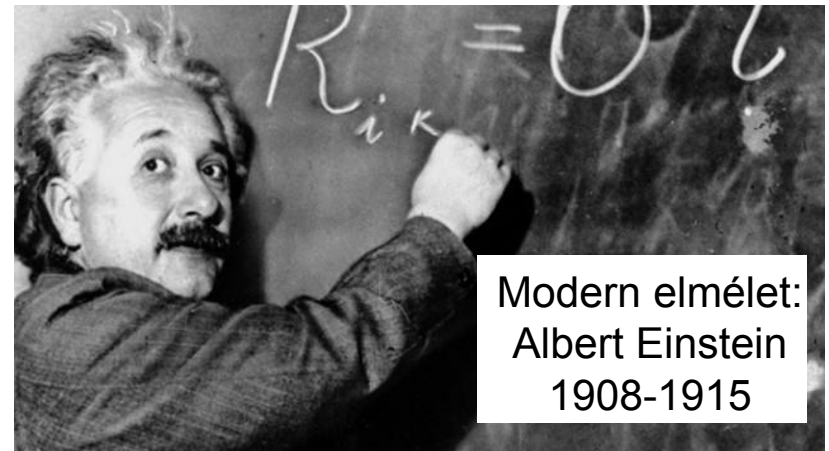
elektron

elektron

$$F_{\text{grav}} = G m m / r^2$$

$$F_{\text{elektromos}} = k Q Q / r^2$$

$$F_{\text{elektromos}} / F_{\text{grav}} = 10^{42}$$



Modern elmélet:  
Albert Einstein  
1908-1915



# Newtoni dinamika:

hogyan hatnak egymásra a testek?:

alaptörvény:  $F = m_t a$

Mit észlelünk? **A gyorsulást!**

$$a = (1/m_t) F$$

a vizsgált testre jellemző adat:  
**tehetetlen tömeg**

**erő:** a környezettel való kölcsönhatásra jellemző adat

pl. súrlódás, rugóerő stb

Van eset, amikor az erő is szorzatra bontható:

$$F = q E$$

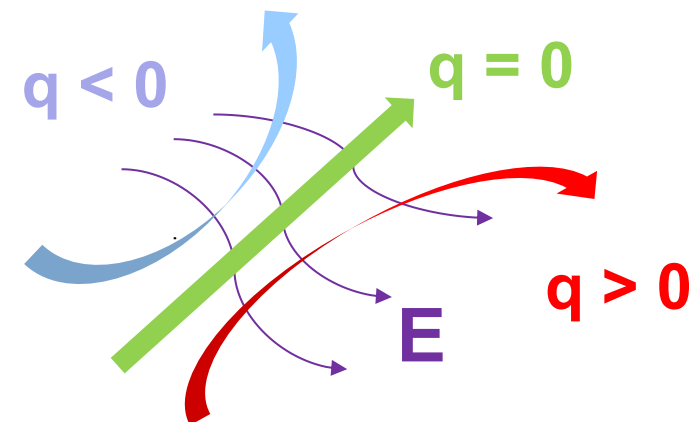
Pl.: töltött részecskék elektromos mezőben

a vizsgált testre jellemző adat

a környezetben jelenlévő **erőtér (mező)** erőssége

**csatolási állandó**

$$a = (q / m_t) E$$



# Mozgás gravitációs mezőben:

a gravitációs erő is szorzatra bontható:

$$F = m_s g$$

a vizsgált testre jellemző adat

**súlyos tömeg**

a környezetben jelenlévő **gravitációs erőter (mező)** erőssége

$$a = (m_s / m_t) g$$

**tapasztalat**

(Newton, Bessel, Eötvös egyre pontosabban megmérték):

$$m_s = m_t > 0$$

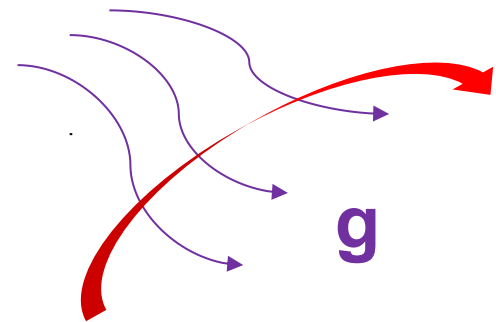
minden testre, minden anyagra!

$$a = g$$

$$a = (1/m_t) F$$

a vizsgált testre jellemző adat:  
**tehetetlen tömeg**

**erő:** a környezettel való kölcsönhatásra jellemző adat

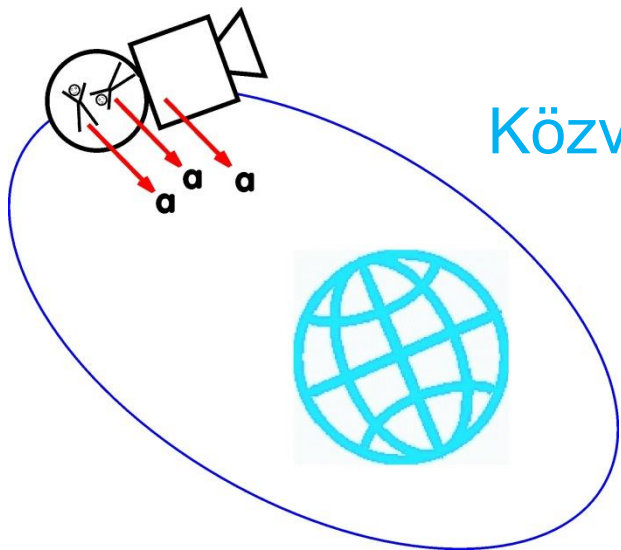




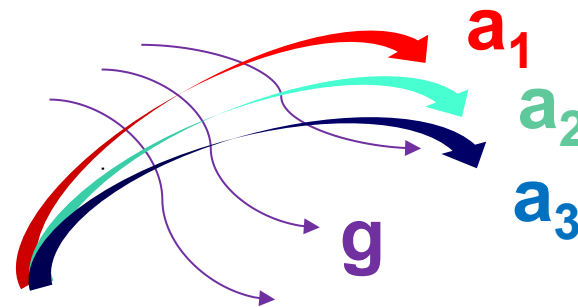
Mi lenne, ha nem lenne igaz a súlyos és tehetetlen tömeg egyenlősége?

$$m_s \neq m_t > 0$$

Ha az  $m_s/m_t$  arány anyagfajtától függően változna?



$$a = (m_s / m_t) g$$



$$a \neq g$$

A különböző anyagú testek másképp gyorsulnának

Közvetlen tapasztalat:

„súlytalanság” az űrhajókban:

gravitációs együttzuhanás:

szabadesés

egyforma gyorsulással:

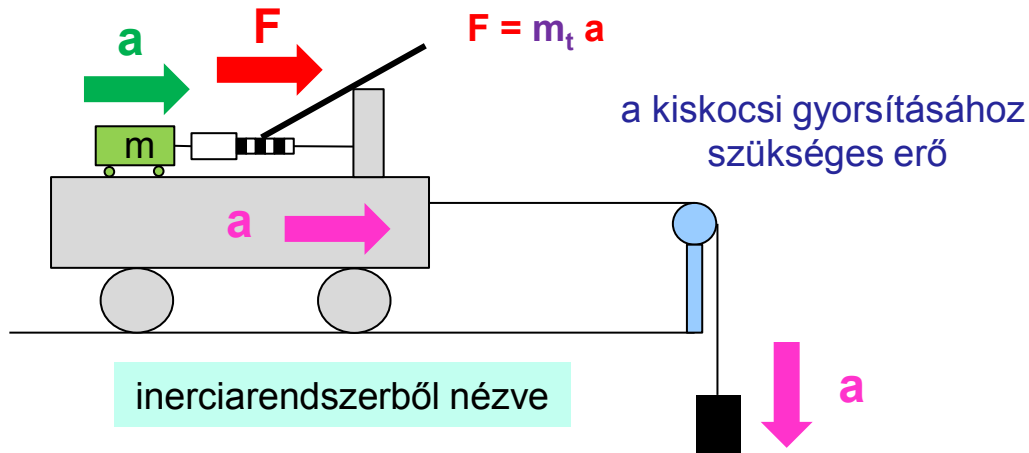
$$a = g$$

Eötvös tulajdonképpen ugyanezt mérte ki – űrhajó híján – földi körülmények között!

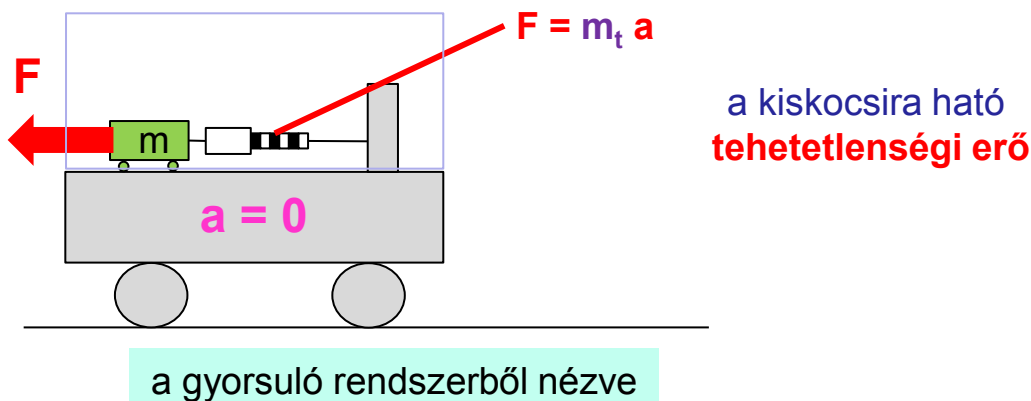
Van-e olyan „erő”, ami a tehetetlen tömeggel arányos?

Igen, ilyenek a „**tehetetlenségi erők**”, avagy **inerciaerők**

Emlékeztető: a múlt heti kiskocsis kísérlet:



Ezt az erőt a nagy kocsi fejt ki, ellenereje a nagy kocsira hat



Ennek az erőnek sehol sem találjuk a forrását, sem az ellenerejét

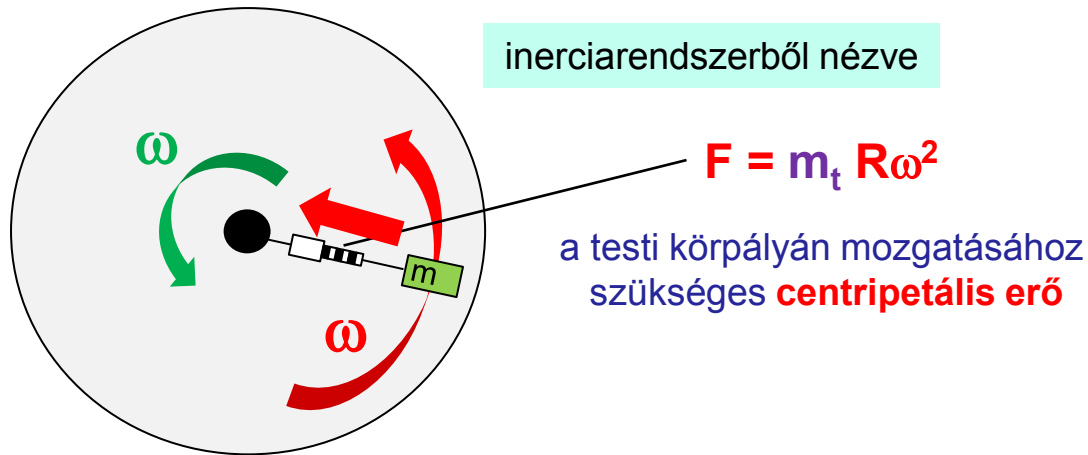
**A tehetetlenségi erő  
FIKTÍV ERŐ**



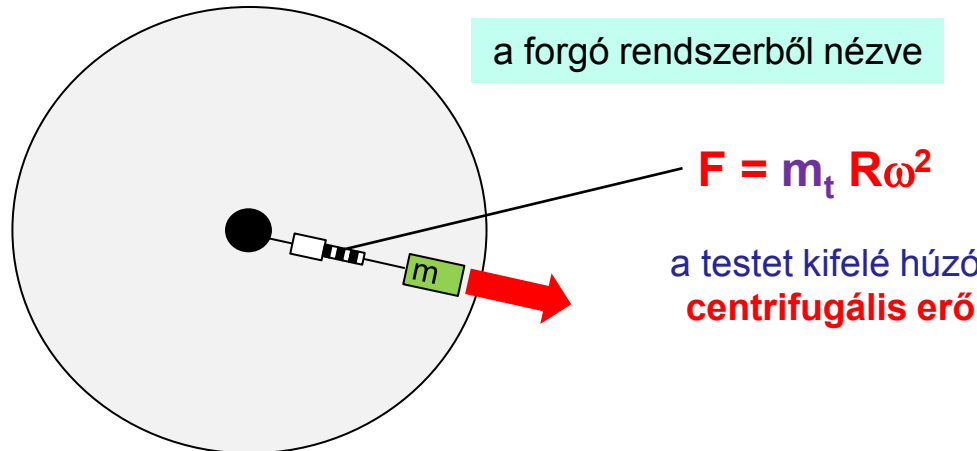
Van-e olyan „erő”, ami a tehetetlen tömeggel arányos?

Igen, ilyenek a „tehetetlenségi erők”, avagy **inerciaerők**

Emlékeztető: a múlt heti forgó korongos kísérlet:



Ezt az erőt a forgó korong tengelye fejt ki, ellenereje a tengelyre hat

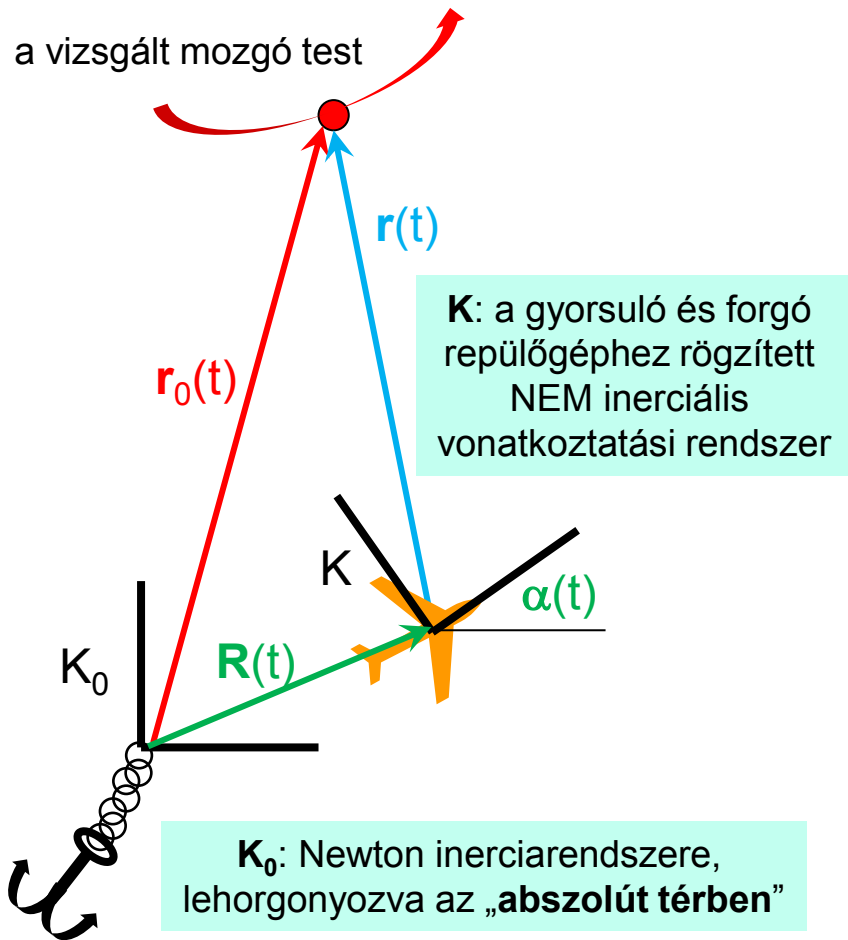


Ennek az erőnek sehol sem találjuk a forrását, sem az ellenerejét

**A centrifugális erő  
FIKTÍV ERŐ**



# Általános gyorsuló rendszer



Ebben az inerciarendszerben érvényes a Newton-törvény:

$$\mathbf{F}_0 = m_t \mathbf{a}_0$$

A test mozgását a  $K_0$  és a  $K$  rendszerben leíró vektorok közti összefüggések:

helyvektorok:  $\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{R}(t)$

sebességvektorok:  $\mathbf{v}_0(t) = \mathbf{v}(t) + \mathbf{V}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{r}(t)$

gyorsulásvektorok:

$$\mathbf{a}_0(t) = \mathbf{a}(t) + \mathbf{A}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times [\boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{r}(t)] + 2 \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{v}(t) + \boldsymbol{\beta}(t) \times \mathbf{r}(t)$$

ahol:

- $\mathbf{R}(t)$  a repülőgép helyvektora
- $\mathbf{V}(t)$  a repülőgép sebessége
- $\mathbf{A}(t)$  a repülőgép gyorsulása
- $\boldsymbol{\omega}(t)$  a repülőgép szögsebessége
- $\boldsymbol{\beta}(t)$  a repülőgép szöggyorsulása

Eddig ez **TISZTA GEOMETRIA** volt! Sem erők, sem tömegek nem szerepeltek...

Megkaptuk a  $K_0$  inerciarendszerhez képesti  $\mathbf{a}_0(t)$  gyorsulást:

$$\mathbf{F}_0 / m_t = \mathbf{a}_0(t) = \mathbf{a}(t) + \mathbf{A}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times [\boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{r}(t)] + 2 \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{v}(t) + \boldsymbol{\beta}(t) \times \mathbf{r}(t)$$

Fejezzük ki a repülőgép  $K$  gyorsuló rendszeréhez képesti  $\mathbf{a}(t)$  gyorsulást:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{a}_0 - \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] - 2 \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r} = \\ &= \mathbf{F}_0 / m_t - \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] - 2 \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r} \end{aligned}$$

Kritikus lépés: **szorozzuk be** az egyenletet a mozgó test  $m_t$  tehetetlen tömegével:

$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_t \mathbf{A} - m_t \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] - 2 m_t \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - m_t \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r}$$

Ez a **dinamika alaptörvénye**  
(Newton II. törvénye)  
a repülőgép rendszerében:

A környezetből származó  $\mathbf{F}_0$  erő mellett  
négy extra (fiktív)  
**tehetetlenségi erő** is hat a testre!

Mindegyik **tehetetlenségi erő** az  $m_t$  tehetetlen tömeggel arányos!

(**TUDOM**, hiszen épp most szoroztam be vele a képletet...)



$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_t \mathbf{A} - m_t \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] - 2 m_t \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - m_t \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r}$$

a környezetből  
származó erő

$$\mathbf{F}_0$$

centrifugális erő  
(körhinta...)

$$\mathbf{F}_{cf}$$

szöggyorsulásból  
származó erő

$$\mathbf{F}_\beta$$

transzlációs  
tehetetlenségi erő  
(kiskocsi...)

$$\mathbf{F}_t$$

Coriolis erő

$$\mathbf{F}_C$$

lásd: Tél Tamás:  
Vízáramlás és örvények  
az Egyenlítő két oldalán –  
a Föld forgásának hatása  
kicsiben és nagyban,  
Atomcsill, 2013. március 7.

$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_{cf} + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_\beta$$

tehetetlenségi erők

a vizsgált test  
gyorsulása  
a repülőgéphez  
képest



$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_t \mathbf{A} - m_t \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] - 2 m_t \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - m_t \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r}$$

Milyen adatoktól FÜGGENEK, és milyenektől NEM FÜGGENEK a tehetetlenségi erők?

Mitől függhetnének?

## SZIMMETRIÁK

$t_0$	az időeltolódás mértéke	az időnek nincs kitüntetett kezdőpontja
$\mathbf{R}(t)$	a repülőgép helyvektora	a térben nincs kitüntetett középpont
$\boldsymbol{\alpha}(t)$	a repülőgép elfordulása	a térben nincs kitüntetett irány
$\mathbf{V}(t)$	a repülőgép sebessége	Galilei-invariancia

$\mathbf{A}(t)$	a repülőgép gyorsulása
$\boldsymbol{\omega}(t)$	a repülőgép szögsebessége
$\boldsymbol{\beta}(t)$	a repülőgép szöggyorsulása

Ha ezek az adatok nem mind nullák, akkor fellépnek a tehetetlenségi erők!

Ha csak ezek az adatok különböznek, akkor a repülőgép is inerciarendszer!

No de akkor melyik az **IGAZI** inerciarendszer???  
 $K_0$  vagy a másik?

Galilei-féle relativitási elv,  
Einstein féle speciális relativitáselmélet

**NINCS "IGAZI" inerciarendszer**, nincs „abszolút tér” – minden inerciarendszer egyenértékű!

Fizikus tanmese  
következik...

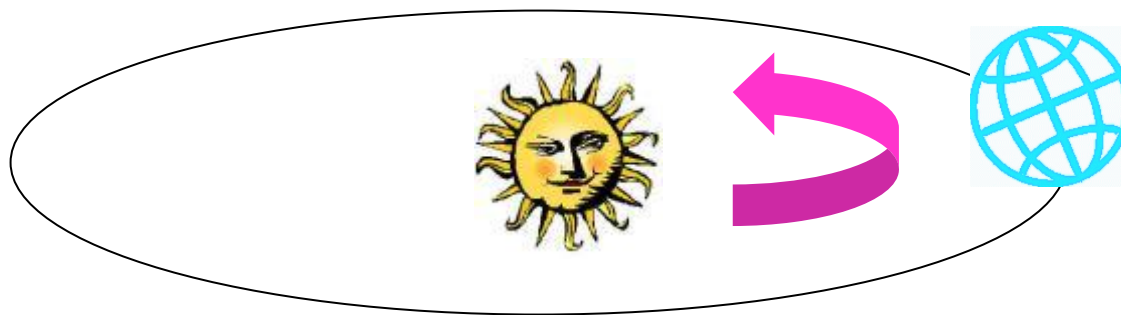




**A long time ago,  
in a galaxy far, far away...**

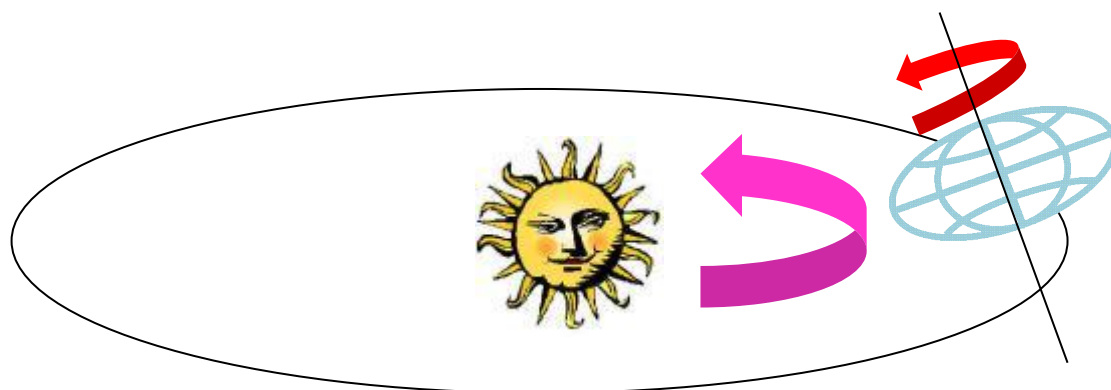
**Fizikus tanmese  
következik...**





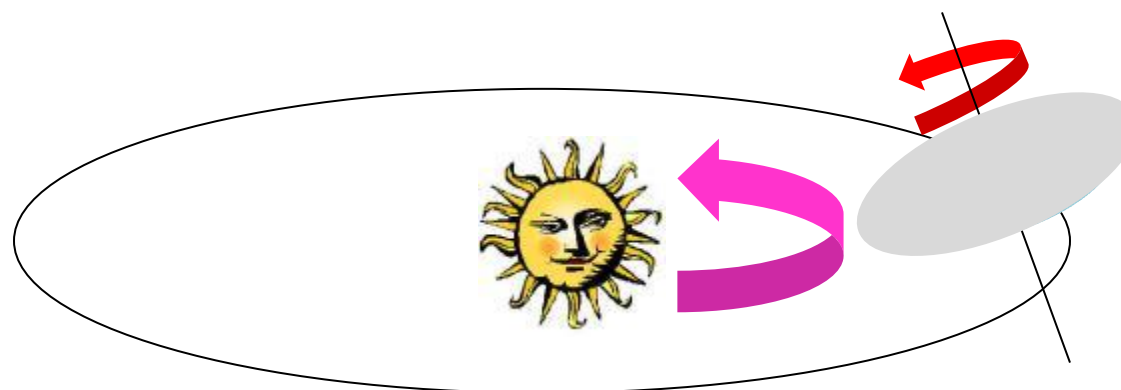
Egyszer régen, egy távoli galaxisban...

...volt egyszer egy bolygó, ami nagyon gyorsan keringett a csillagja körül...



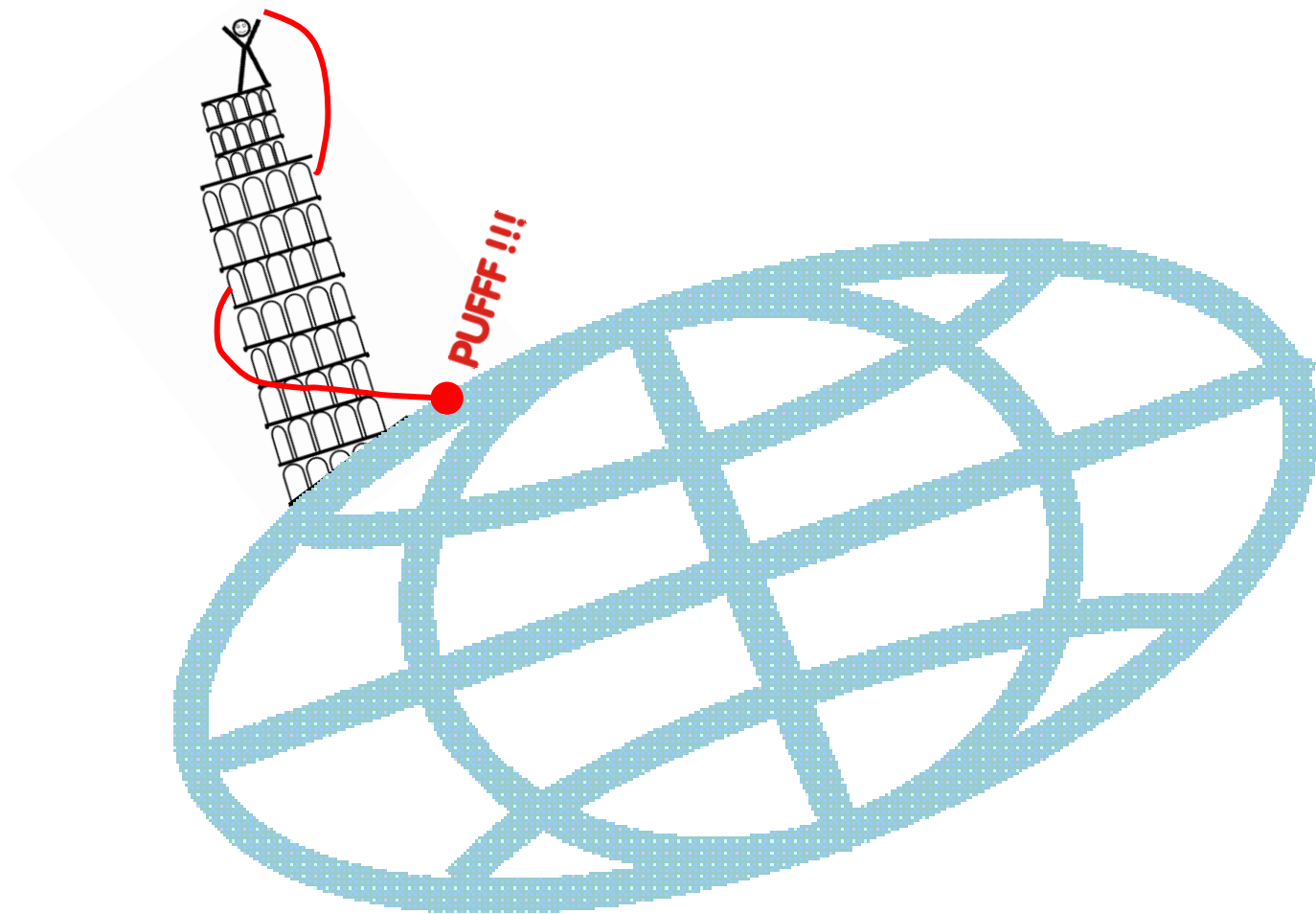
...sőt, a saját tengelye körül is nagyon gyorsan forgott...

...ráadásul az egész bolygót fellegek borították, így lakói tudomást sem szereztek a csillagok létezéséről ...

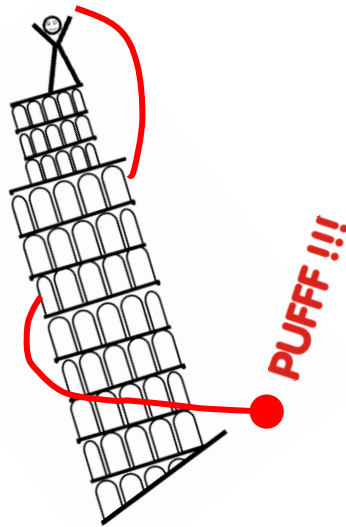


...valamint a saját bolygójuk mozgásáról...

...ezért a fizikusok csak köveket hajigáltak a tornyokból...



$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_t \mathbf{A} - m_t \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] - 2 m_t \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - m_t \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r}$$



ŐK sok kísérlet alapján kikövetkeztették a mozgástörvény alakját:

Az Ő képletükben az **A**, **B**, **C**, **D** és **E** vektorok mérési eredményként kapott „világállandók”.

Oldton törvénye:

$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_1 \mathbf{A} + m_2 \mathbf{B} \times [\mathbf{C} \times \mathbf{r}] + 2 m_3 \mathbf{D} \times \mathbf{v} + m_4 \mathbf{E} \times \mathbf{r}$$

MI TUDJUK, hogy azért mozognak a kövek ilyen bonyolult módon, mert a gyorsuló rendszerben ilyen bonyolult a mozgástörvény.

MI TUDJUK, hogy a képletben az **A**,  **$\omega$**  és  **$\beta$**  mennyiségek a bolygó gyorsulását, forgásának szögsebességét és szöggyorsulását jelentik.

MI TUDJUK, hogy a képlet minden tagjában **UGYANAZ** az  $m_t$  tehetetlen tömeg szerepel, hiszen mi szoroztunk be vele egy geometriai képletet.

Az Ő számukra a képlet minden tagjában a testnek egy-egy **független**, méréssel meghatározható, tömeg-jellegű paramétere szerepel.

Oldton törvénye:

$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_1 \mathbf{A} + m_2 \mathbf{B} \times [\mathbf{C} \times \mathbf{r}] + m_3 \mathbf{D} \times \mathbf{v} + m_4 \mathbf{E} \times \mathbf{r}$$

Megindulnak  a viták:



a mérések:

- kimérik, hogy B, C, és D értékének köze van egymáshoz
- kimérik, hogy a világállandók lassan változnak
- Hatvös Loránd sok tizedes pontossággal kiméri, hogy **a négy tömegparaméter egyenlő egymással és a tehetetlen tömeggel**
- valamint azt, hogy ez az összefüggés **minden anyagfajtára fennáll**

- vajon mi az öt világállandó fizikai jelentése?
- függetlenek-e egymástól?
- változhatnak-e időben?
- vajon a világ más részén is ennyi az értékük?
- mi a négy tömegparaméter jelentése, és van-e köztük egymáshoz?

...és akkor a bolygó lakói  
feltalálják a repülőgépet!

A test mozgását a  $K_0$  és a  $K$  rendszerben  
leíró vektorok közti összefüggések:

helyvektorok:  $\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{R}(t)$

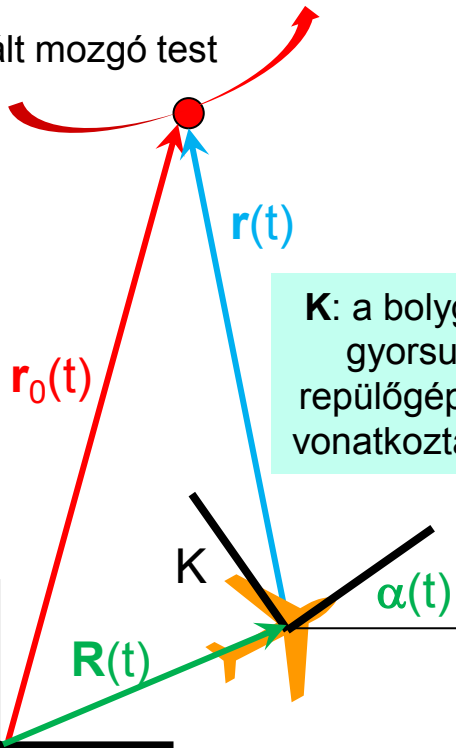
...itt most sok-sok számolás következik,  
melytől megkíméljük a hallgatóságot.  
Az érdeklődők házi feladatként  
elvégezhetik a számításokat

Eredmény: a  $K$  rendszerben  
érvényes mozgástörvény:

$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_1 \mathbf{A}' + m_2 \mathbf{B}' \times [\mathbf{C}' \times \mathbf{r}] + m_3 \mathbf{D}' \times \mathbf{v} + m_4 \mathbf{E}' \times \mathbf{r}$$

$$m_t \mathbf{a}_b = \mathbf{F}_0 - m_1 \mathbf{A} + m_2 \mathbf{B} \times [\mathbf{C} \times \mathbf{r}] + m_3 \mathbf{D} \times \mathbf{v} + m_4 \mathbf{E} \times \mathbf{r}$$

a vizsgált mozgó test



$K$ : a bolygóhoz képest  
gyorsuló és forgó  
repülőgéphez rögzített  
vonakoztatási rendszer

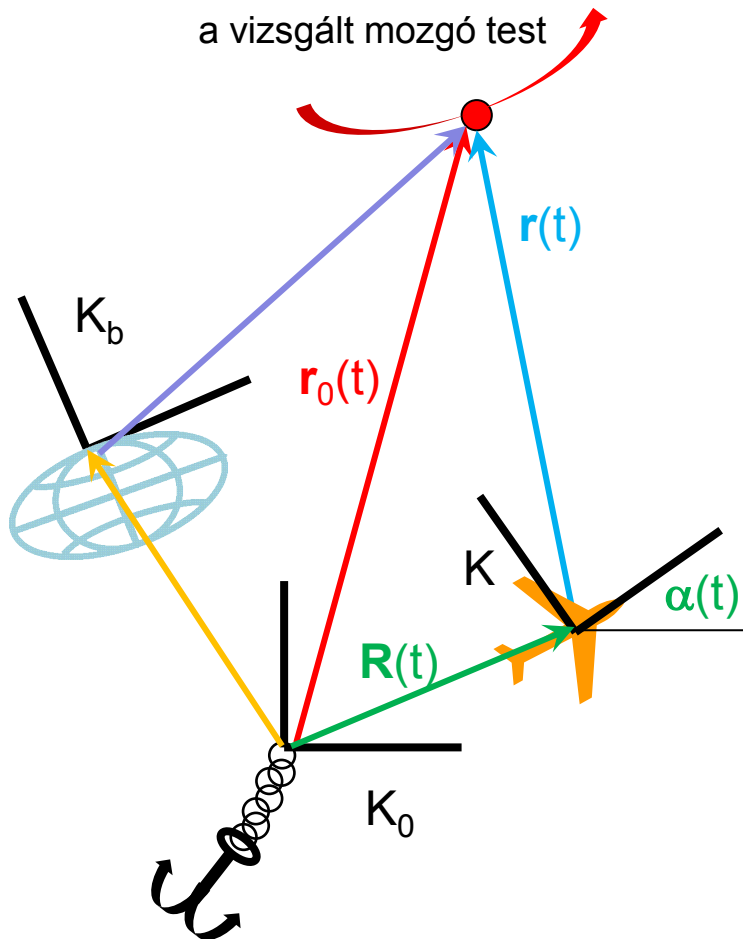
$K_b$ : Oldton kordinátarendszere,  
lehorgonyozva a bolygóhoz

Ebben a rendszerben  
érvényes az Oldton-törvény:



### MI ÉRTJÜK:

a newtoni  $K_0$  inerciarendszerhez képest a bolygó  $K_b$  rendszere és a repülőgép  $K$  rendszere egyaránt gyorsuló rendszer, ezért hasonló alakú a mozgástörvény.



$$m_t a_0 = F_0 - m_1 A + m_2 B \times [C \times r] + m_3 D \times v + m_4 E \times r$$

ŐK csodálkoznak:  
repülőre szállva megváltoztak a „világállandók”

$$m_t a = F_0 - m_1 A' + m_2 B' \times [C' \times r] + m_3 D' \times v + m_4 E' \times r$$

Léteznek (bonyolult) képletek, amelyekkel  $A, B, C, D, E$  ismeretében ki lehet számítani  $A', B', C', D'$  és  $E'$  értékét.

(A, B, C, D, E)



(A', B', C', D', E')

...és akkor valakinek eszébe jut,  
nem lehetne-e TELJESEN  
eltüntetni a „világállandókat”

ŐK azt mondják: varázslat

$(A, B, C, D, E)$   $\longrightarrow$   $(0, 0, 0, 0, 0)$

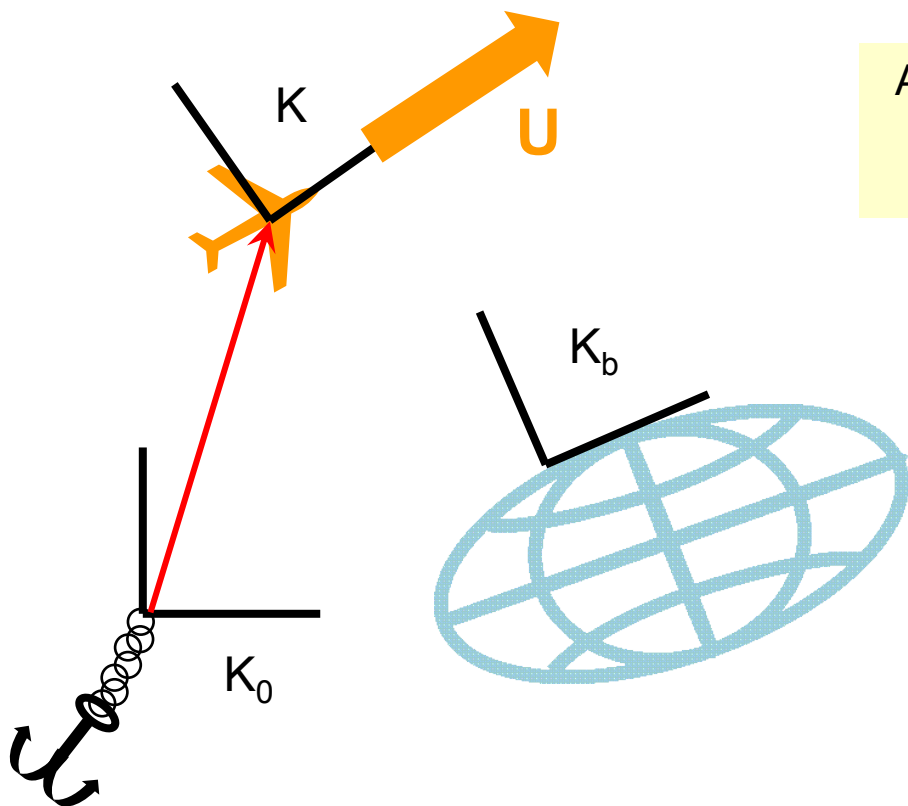
Mi azt mondjuk: kitranszformálták a bolygó  
gyorsulásának és forgásának hatását,

**és megtaláltak (egy) inerciarendszert!**

A repülőgép (a bolygóhoz képest gyorsul és  
forog, de a mi newtoni rendszerünkhöz  
képest állandó  $U$  sebességgel mozog.

Így a repülőgép fedélzete is  
inerciarendszer,  
ott is a legegyszerűbb alakú  
Newton-törvény érvényes:

$$\mathbf{F}_0 = m_t \mathbf{a}_0$$





...és akkor valakinek eszébe jut,  
nem lehetne-e TELJESEN  
eltüntetni a „világállandókat”

(A, B, C, D, E)



(0, 0, 0, 0, 0)

Mi ennek a „varázslatnak” a feltétele?

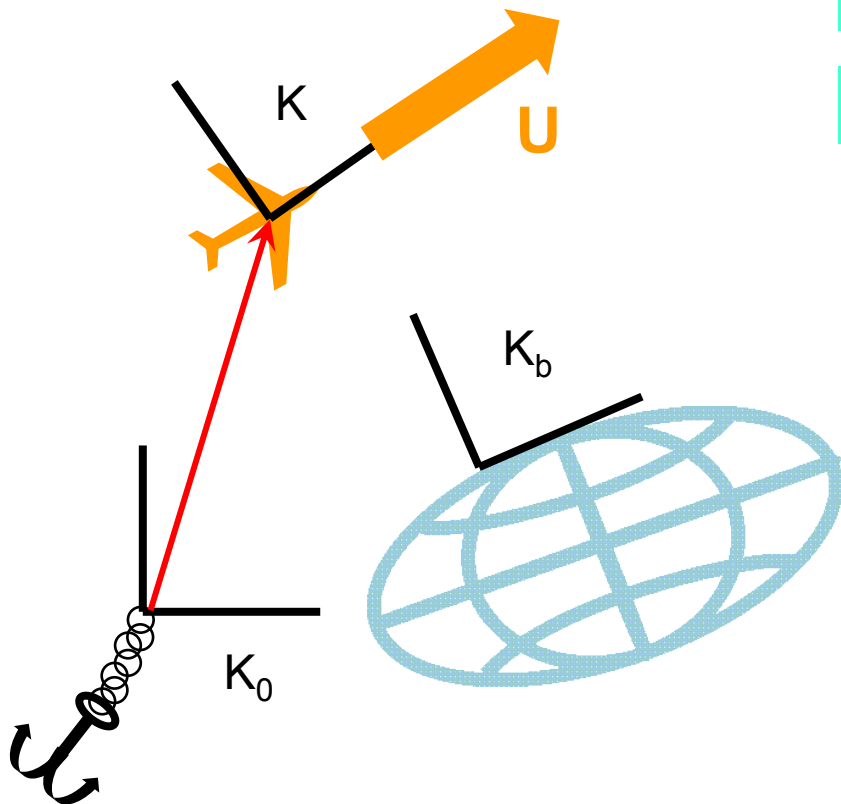
Az, hogy az Oldton-törvény minden tagjában  
UGYANAZ az  $m_t$  tömegállandó szerepeljen,  
ami azonos a tehetetlen tömeggel,

és ez anyagfajtától függetlenül teljesüljön!

Másképp a repülőgép vas-, fa- és üveg  
alkatrészeit csak más-más mozgással  
lehetne „világállandó-mentesíteni”!

Ha a tömegállandók azonosak, egyszerű  
**geometriai transzformációval**  
(ügyesen megválasztott mozgással) meg  
lehet szabadulni a tehetetlenségi erőktől!

$$F_0 = m_t a_0$$



...és akkor valakinek eszébe jut,  
nem lehetne-e TELJESEN  
eltüntetni a „világállandókat”

(A, B, C, D, E)



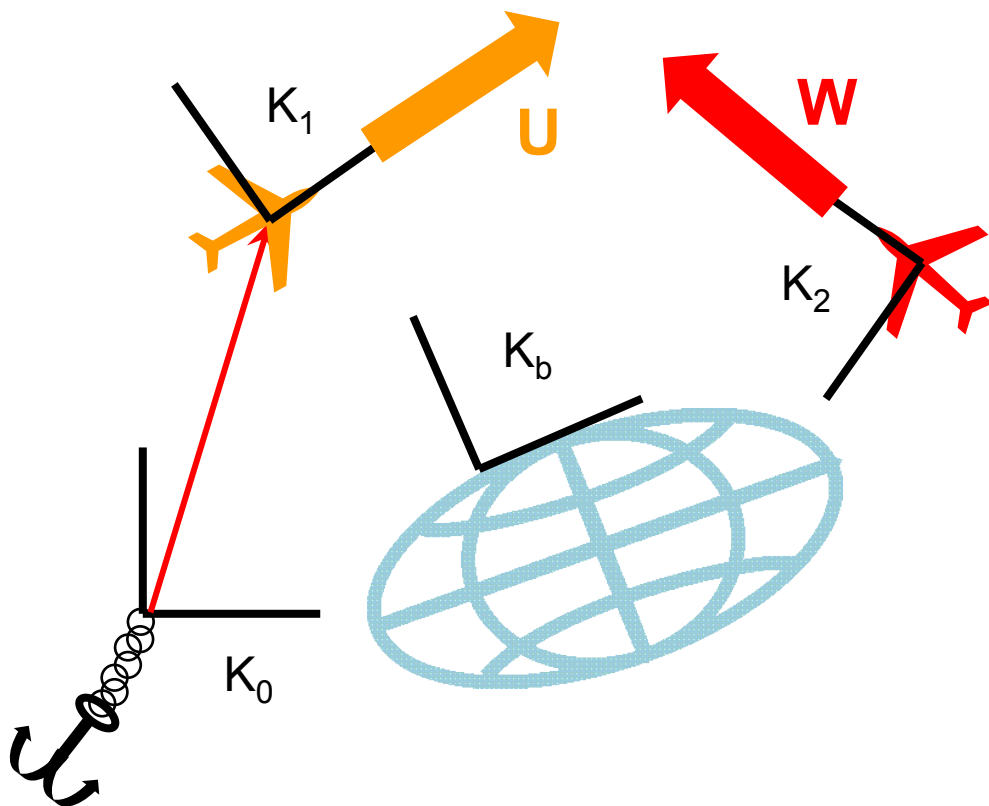
(0, 0, 0, 0, 0)

A bolygó másik oldalán egy másik  
pilótának is eszébe jut ugyanez:  
ő is kiküszöböli a „világállandókat”.

A newtoni  $K_0$  rendszerhez képest  
ez a repülőgép is állandó  $W$   
sebességgel mozog.

Felejtjük most el a bolygót, ezt a  
csúf gyorsuló rendszert!  
(jönnek a vagonok...)

$$F_0 = m_t a_0$$



...és akkor valakinek eszébe jut,  
nem lehetne-e TELJESEN  
eltüntetni a „világállandókat”

(A, B, C, D, E)



(0, 0, 0, 0, 0)

A bolygó másik oldalán egy másik  
pilótának is eszébe jut ugyanez:  
ő is kiküszöböli a „világállandókat”.

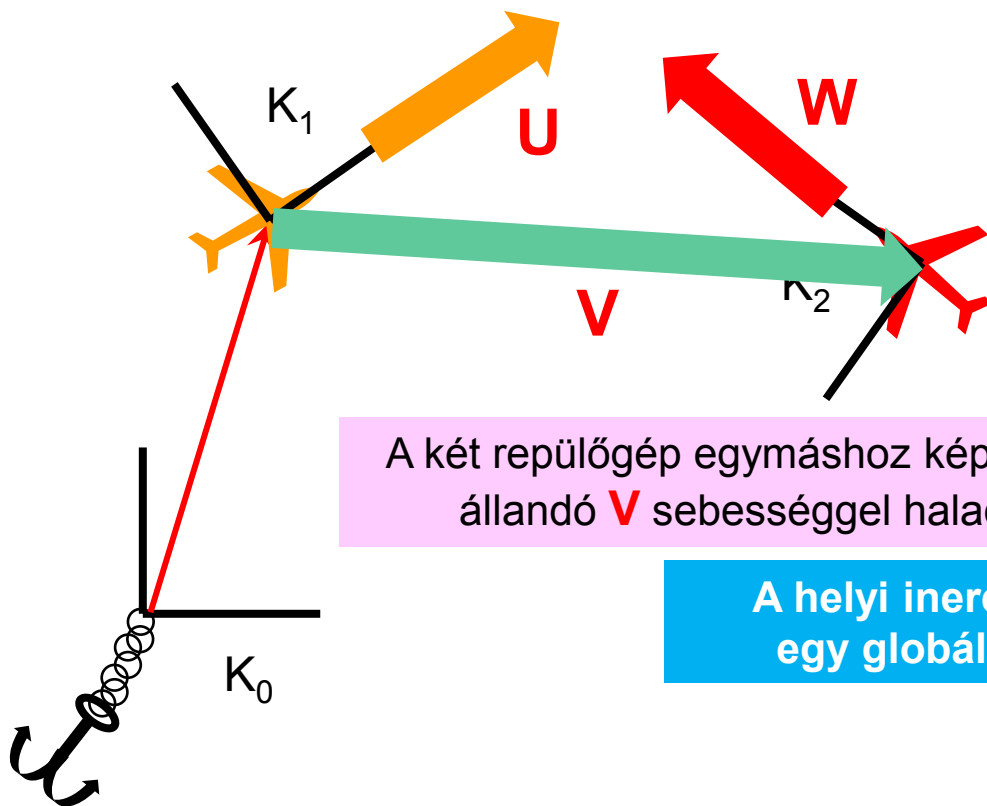
A newtoni  $K_0$  rendszerhez képest  
ez a repülőgép is állandó  $W$   
sebességgel mozog.

Felejtjük most el a bolygót, ezt a  
csúf gyorsuló rendszert!  
(jönnek a vagonok...)

A két repülőgép egymáshoz képest is  
állandó  $V$  sebességgel halad!

A helyi inerciarendszerek összeilleszthetők  
egy globális, koherens inerciarendszerré

$$F_0 = m_t a_0$$



# HAPPY END!



# HAPPY END!

Vagy ez még nem az utolsó lépés?

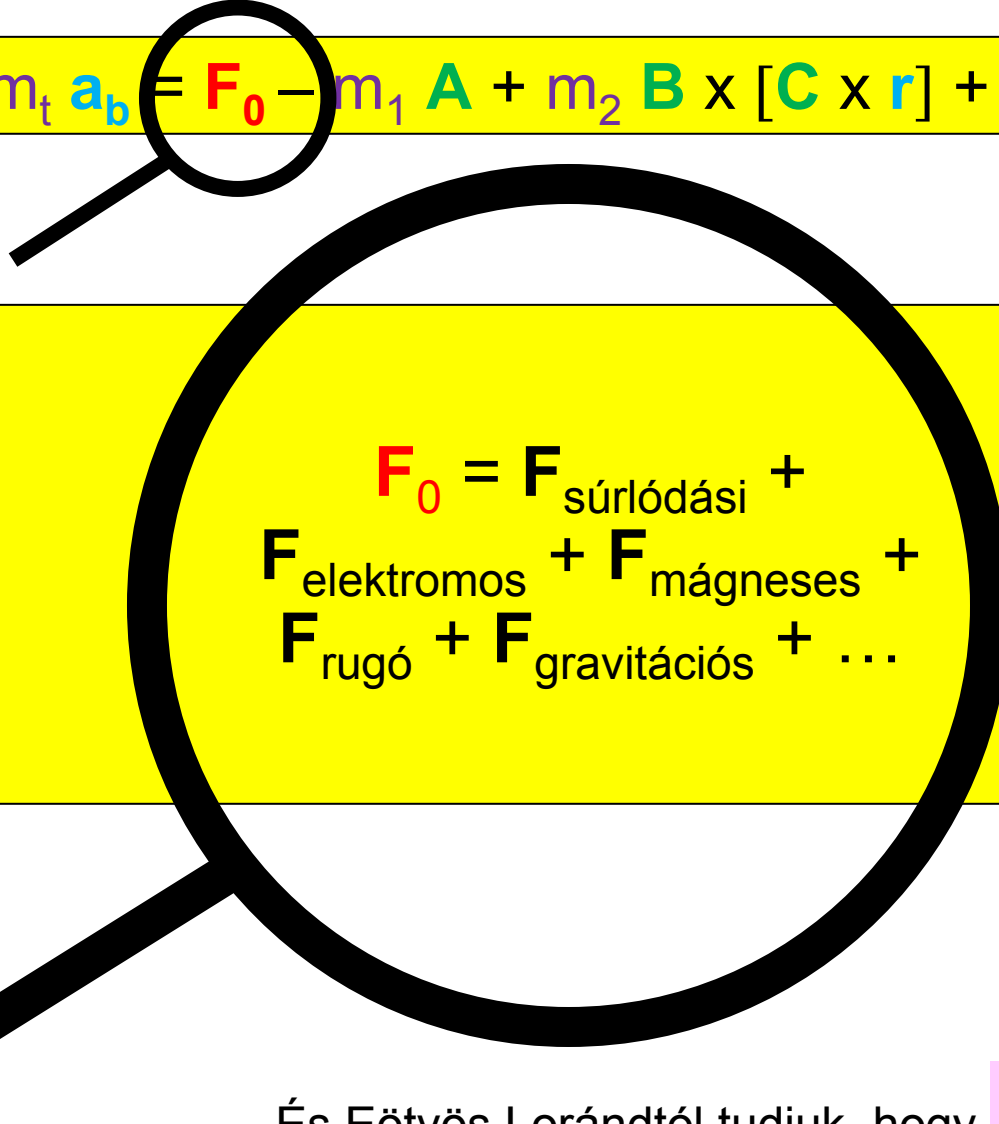


Vegyük szemügyre alaposabban az Oldton-törvény  $F_0$  tagját!

$$m_t a_p = F_0 - m_1 A + m_2 B \times [C \times r] + m_3 D \times v + m_4 E \times r$$


Vegyük szemügyre alaposabban az Oldton-törvény  $F_0$  tagját!

$$m_t a_p = F_0 - m_1 A + m_2 B \times [C \times r] + m_3 D \times v + m_4 E \times r$$


$$F_0 = F_{\text{súrlódási}} + F_{\text{elektromos}} + F_{\text{mágneses}} + F_{\text{rugó}} + F_{\text{gravitációs}} + \dots$$

Hoppá! Hiszen

$$F_{\text{gravitációs}} = m_s g$$

És Eötvös Lorándtól tudjuk, hogy  $m_s = m_t$ , minden anyagra!



Vegyük szemügyre alaposabban az Oldton-törvény  $F_0$  tagját!

$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F}_0 - m_1 \mathbf{A} + m_2 \mathbf{B} \times [\mathbf{C} \times \mathbf{r}] + m_3 \mathbf{D} \times \mathbf{v} + m_4 \mathbf{E} \times \mathbf{r}$$

Válasszuk le  $F_0$ -ból a gravitációs erőt!

$$m_t \mathbf{a} = \mathbf{F} - m_s \mathbf{g} - m_1 \mathbf{A} + m_2 \mathbf{B} \times [\mathbf{C} \times \mathbf{r}] + m_3 \mathbf{D} \times \mathbf{v} + m_4 \mathbf{E} \times \mathbf{r}$$

Az összes tömeg azonos, minden anyag esetén:

$$m \mathbf{a} = \mathbf{F} - m \mathbf{g} - m \mathbf{A} - m \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] - 2 m \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - m \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r}$$

Egyetlen geometriai lépéssel: ügyes mozgással kiküszöbölhető az összes tehetetlenségi erő ÉS a gravitáció is:

Létezik olyan koordinátarendszer, amelyben a mozgástörvényben már a gravitáció sem szerepel!

$$m \mathbf{a} = \mathbf{F}$$

A gravitáció ugyanúgy viselkedik, ezért ugyanúgy kezelhető és kiküszöbölhető, mint a tehetetlenségi erők,

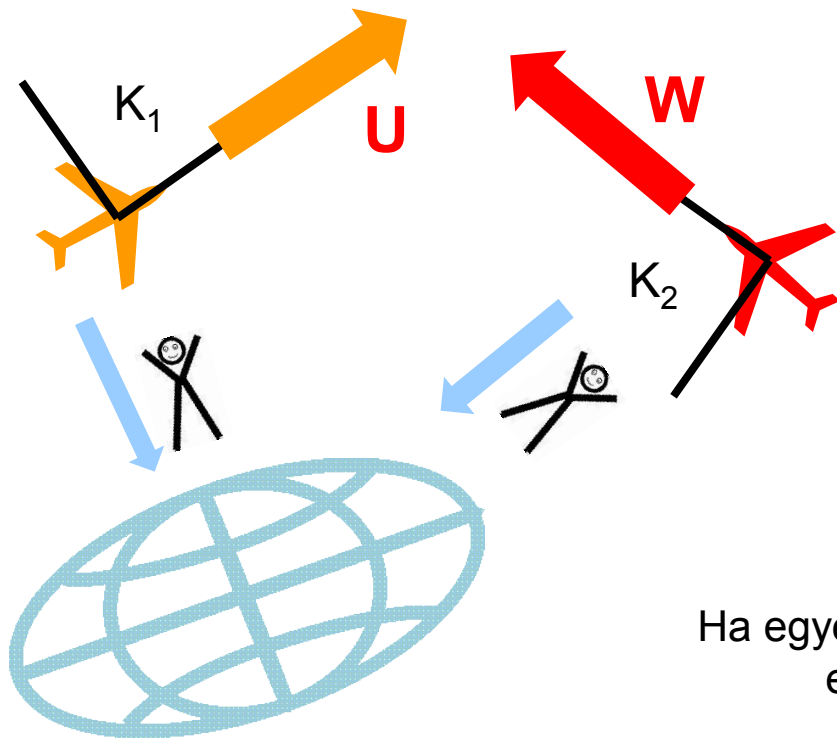
**MERT** Eötvös Lorándtól tudjuk, hogy  $m_s = m_t$ , minden anyagra!





# Mit tegyenek a pilóták?

Ugorjanak ki a gépből (ejtőernyő nélkül)!



A szabadon eső rendszerben a mozgásegyenlet:

$$m a = 0$$

Szabadesés közben nem érezzük a súlyunkat: a szabadon eső koordinátarendszerben az  $m_s g$  súlyt, azaz „tehetetlenségi erőt” is kiküszöböltük.

A gravitáció ugyanúgy viselkedik, ezért ugyanúgy kezelhető és ugyanúgy kiküszöbölhető, mint a tehetetlenségi erők,

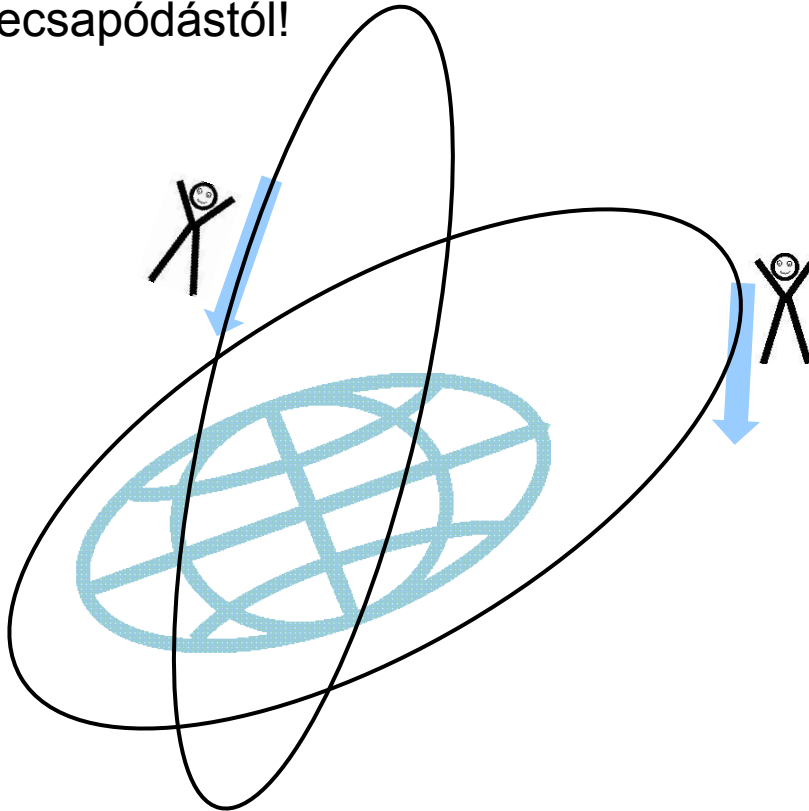
Ez az ekvivalencia-elv, az általános relativitáselmélet kiindulópontja.

Ha egyéb (elektromos, mágneses, súrlódási stb.) erők nem hatnak, csak a gravitáció, akkor ezzel a „rendszer váltással” MINDEN erő kiküszöbölhető!

akárcsak az inerciarendszerben!

A szabadon eső rendszer **lokális inerciarendszer**

Mentsük meg a pilótákat  
a becsapódástól!



Ferdén induló szabadesés:  
tartós keringés a bolygó körül:

„örökös szabadesés”

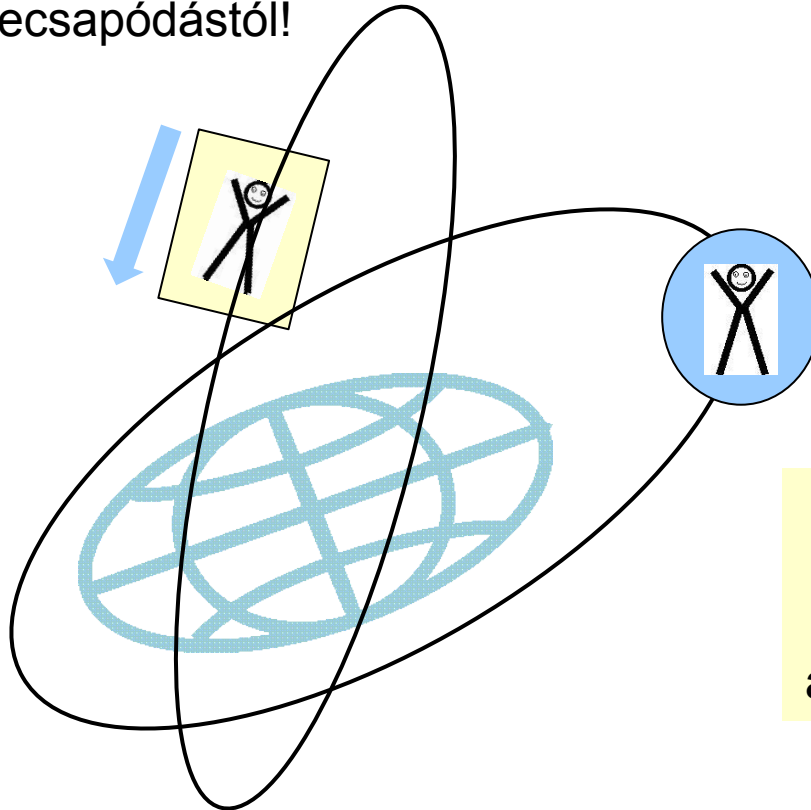
A szabadon eső rendszer  
**lokális inerciarendszer**

de egy fizikus pilótának  
laboratórium is kellene...!

A szabadon eső rendszerben  
a mozgásegyenlet:

$$m a = 0$$

Mentsük meg a pilótákat  
a becsapódástól!



Ferdén induló szabadesés:  
tartós keringés a bolygó körül:

„örökös szabadesés”

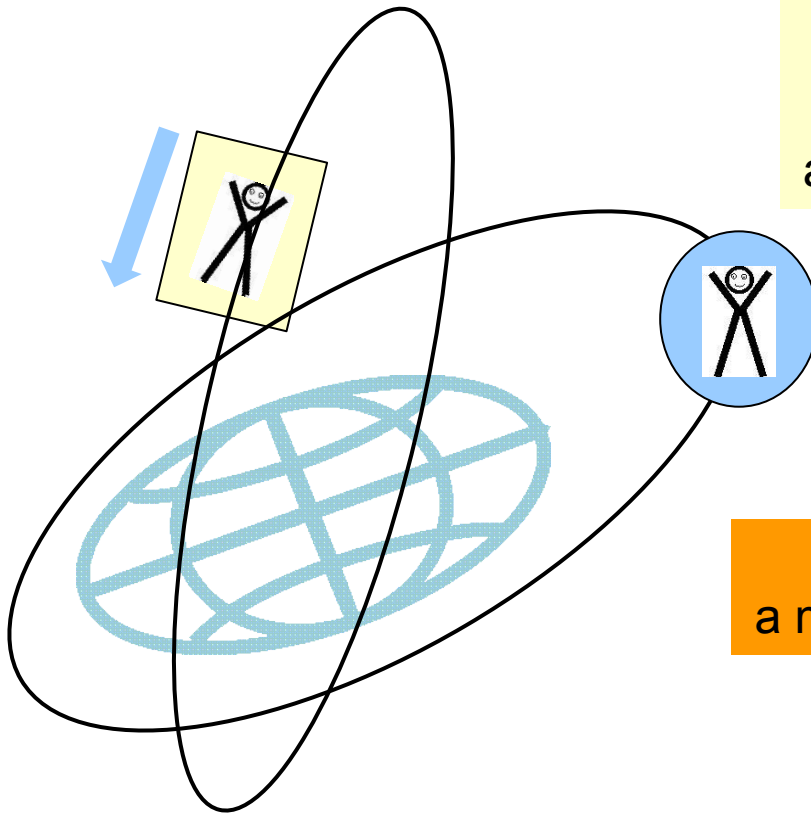
A szabadon eső rendszer  
**lokális inerciarendszer**

A keringő űrlaboratórium  
belüli kísérletek  
nem különböztethetők meg  
az inerciarendszerbeli kísérletektől

A szabadon eső rendszerben  
a mozgásegyenlet:

$$m a = 0$$

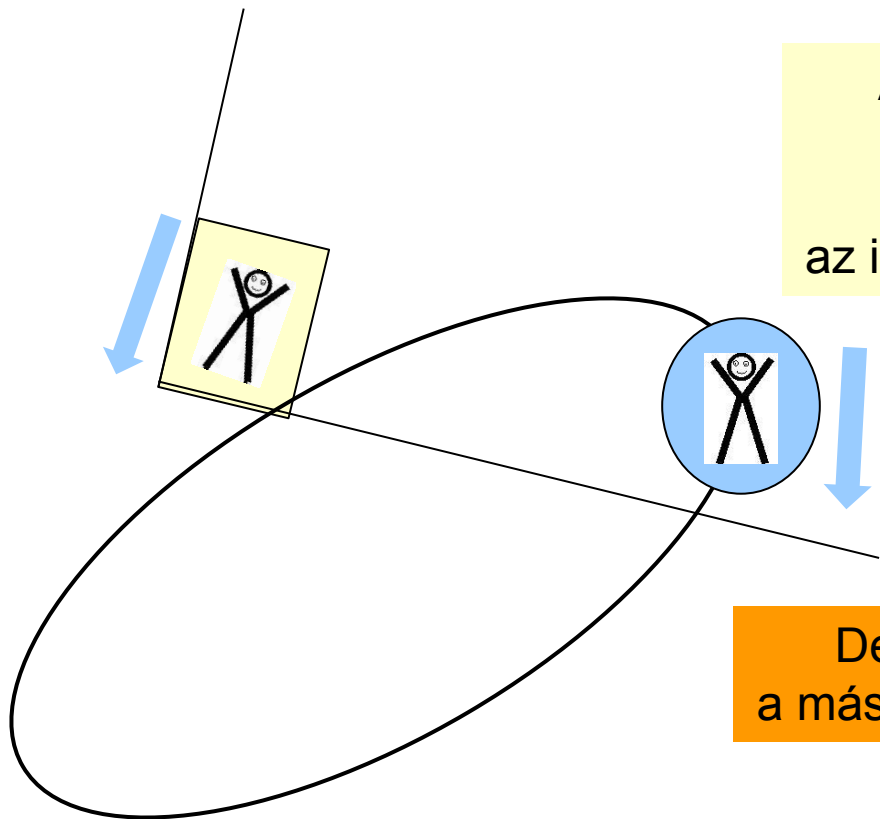




A keringő űrlaboratóriumon  
belüli kísérletek  
nem különböztethetők meg  
az inerciarendszerbeli kísérletektől

A szabadon eső rendszer  
**lokális inerciarendszer**

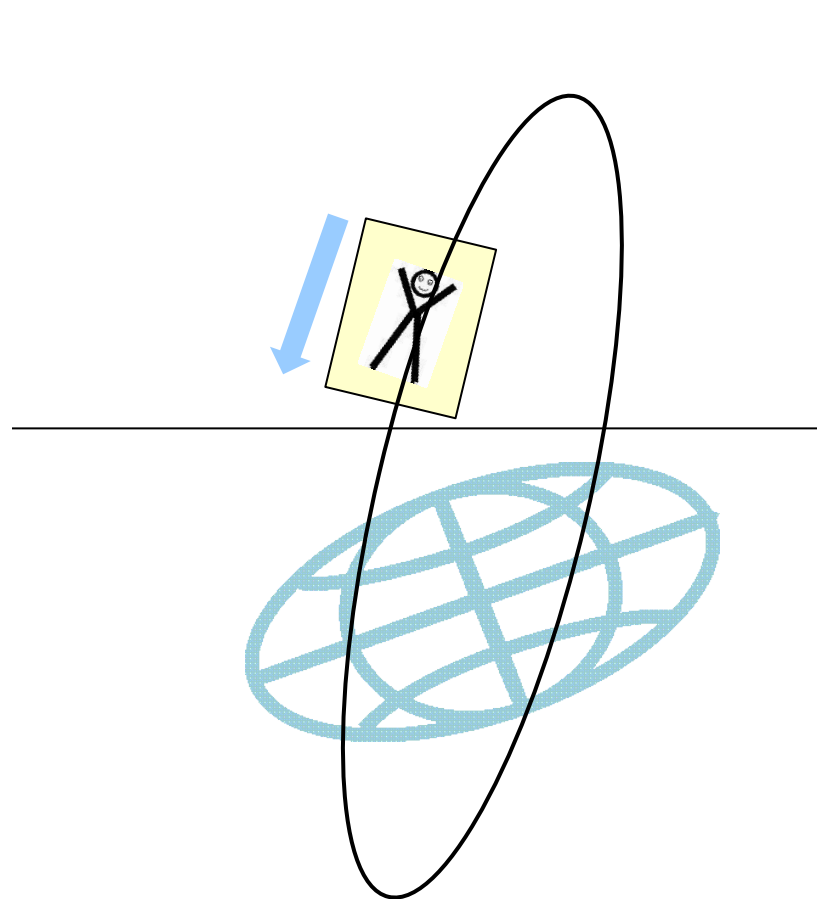
De az egyik űrhajóhoz képest  
a másik **GYORSULÓ** mozgást végez!



A keringő űrlaboratóriumon belüli kísérletek nem különböztethetők meg az inerciarendszerbeli kísérletektől

A szabadon eső rendszer **lokális inerciarendszer**

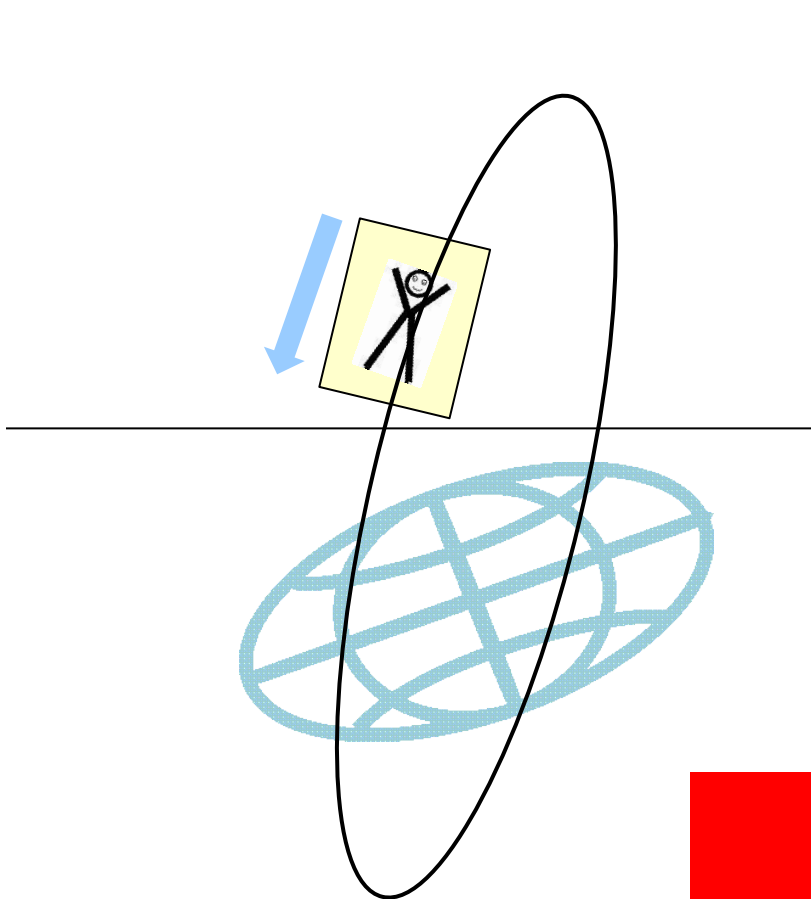
De az egyik űrhajóhoz képest a másik GYORSULÓ mozgást végez!



A keringő űrlaboratóriumon belüli kísérletek nem különböztethetők meg az inerciarendszerbeli kísérletektől

A szabadon eső rendszer **lokális inerciarendszer**

De az egyik űrhajóhoz képest a másik **GYORSULÓ** mozgást végez!



A keringő űrlaboratóriumon belüli kísérletek nem különböztethetők meg az inerciarendszerbeli kísérletektől

A szabadon eső rendszer **lokális inerciarendszer**

De az egyik űrhajóhoz képest a másik **GYORSULÓ** mozgást végez!

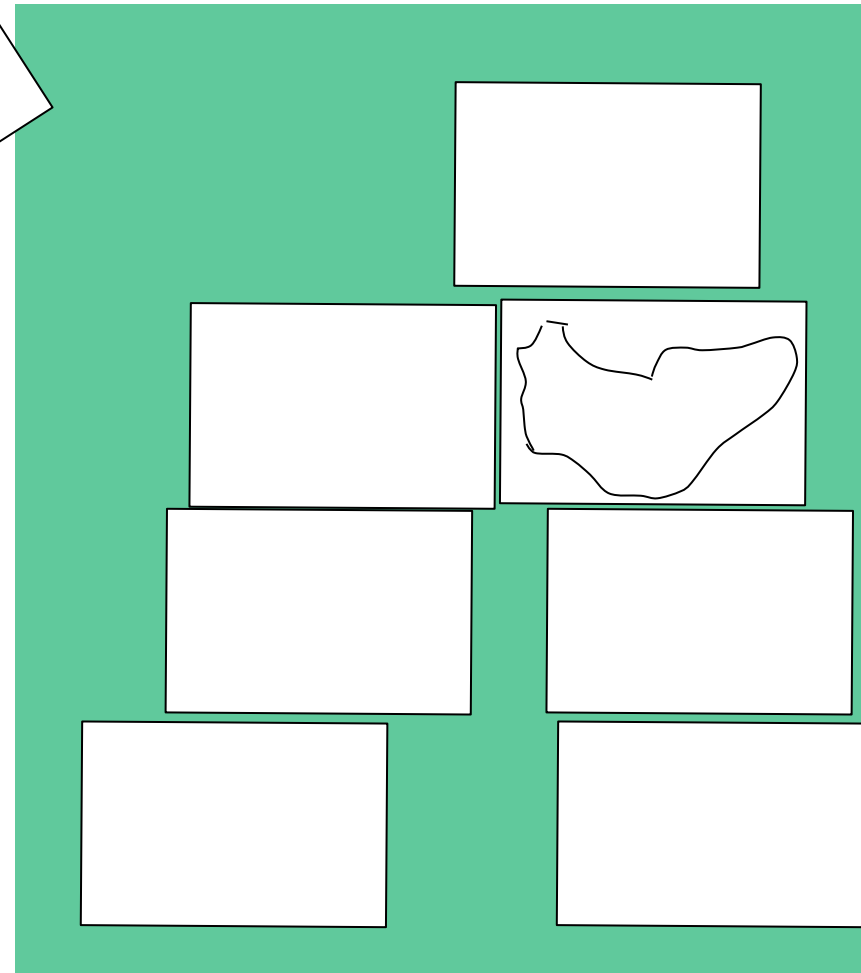
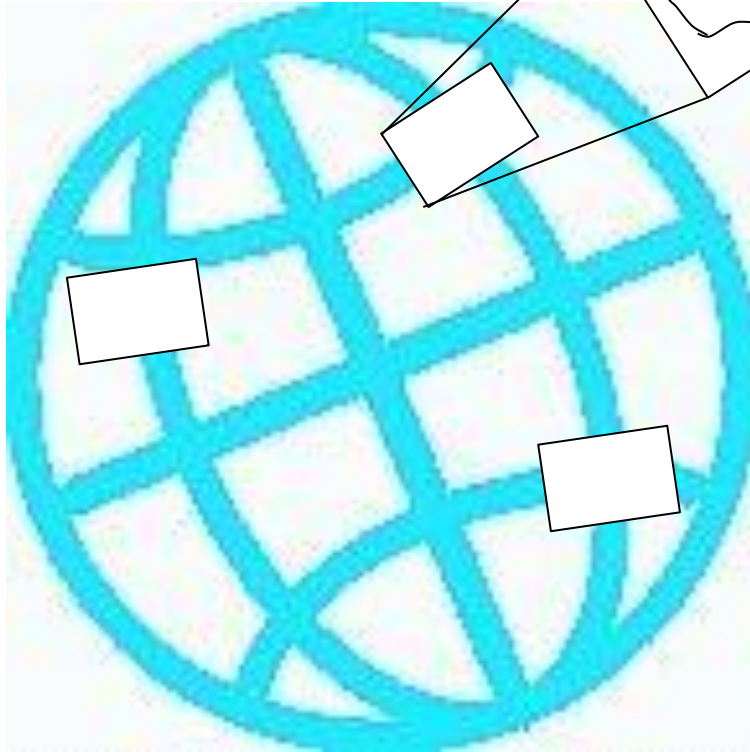
A szabadon eső helyi inerciarendszerek **NEM ILLESZTHETŐK ÖSSZE** egy globális, koherens inerciarendszerré

A lokális koordinátatengelyek nem hosszabbíthatók meg korlátlan távolságra!

**NEM LÉTEZIK globális inerciarendszer!**

Ezt az állítást (és ennek matematikai következményeit) hívjuk **általános relativitáselméletnek**

egy hasznos analógia:



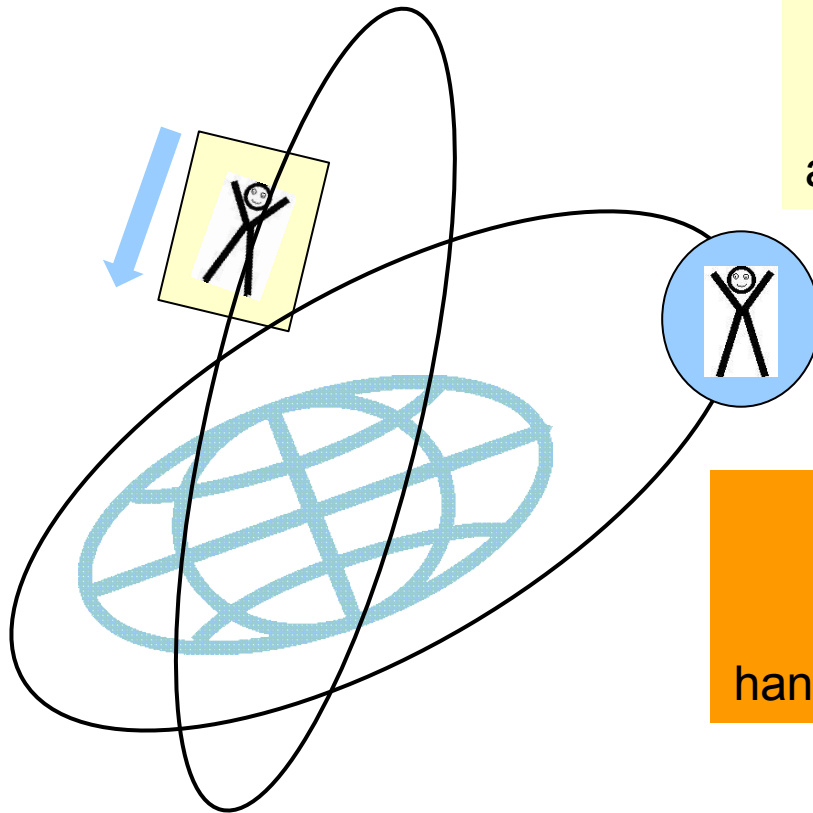
A Föld felületének bármely kis részéről lehet készíteni elegendően pontos síktérképet.

**De a sok lokális síktérkép nem ragasztható össze egy pontos globális síktérképpé..**

**Mert a Föld felülete NEM SÍK, hanem GÖRBÜLT!..**







A keringő űrlaboratóriumon belüli kísérletek nem különböztethetők meg az inerciarendszerbeli kísérletektől

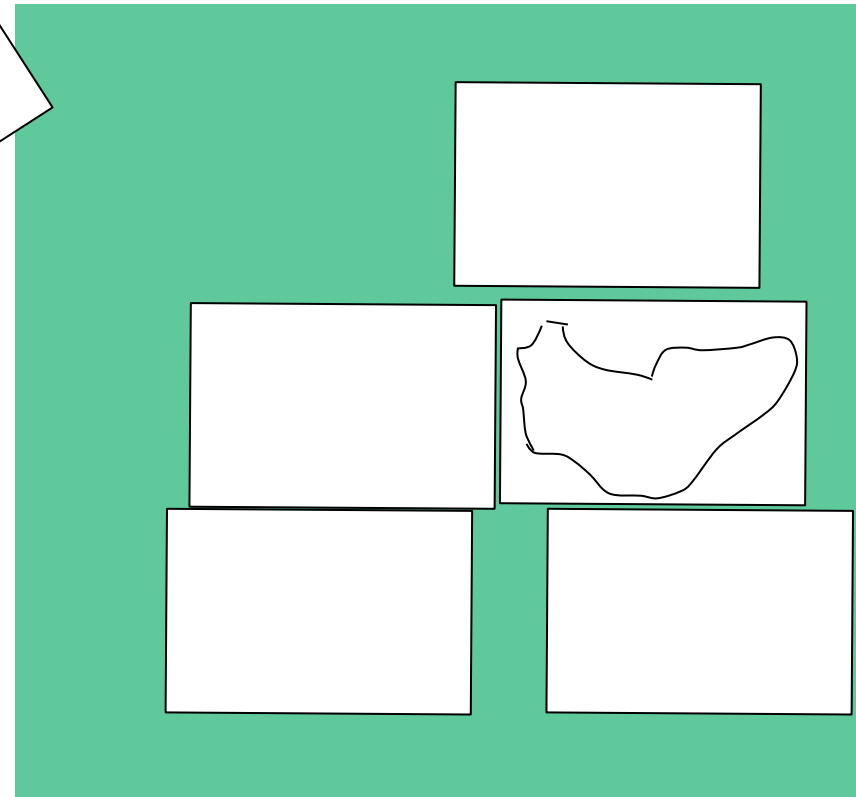
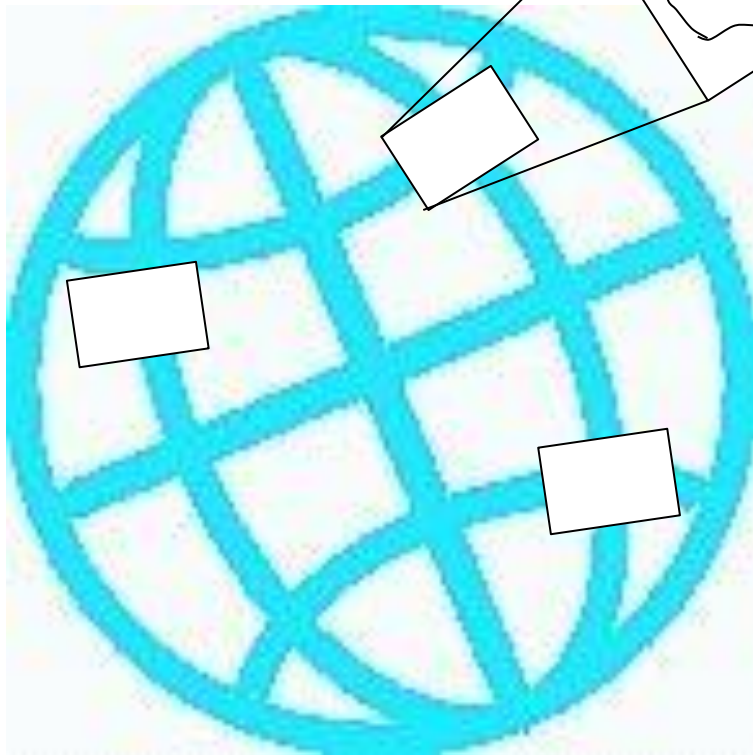
A szabadon eső rendszer **lokális inerciarendszer**

E lokális inerciarendszerek egymáshoz képest nem állandó sebességű, hanem GYORSULÓ mozgást végeznek

A téridőben bárhol elengedhetünk egy szabadon eső űrhajót, az lokális inerciarendszer lesz.

De a sok lokális inerciarendszer nem ragasztható össze egyetlen globális inerciarendszerré.

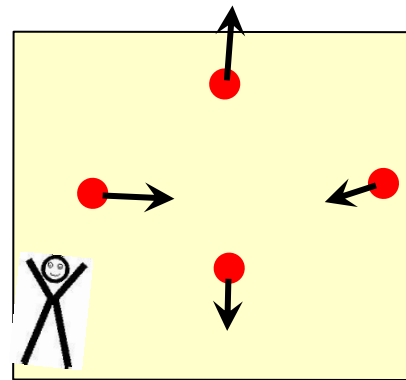
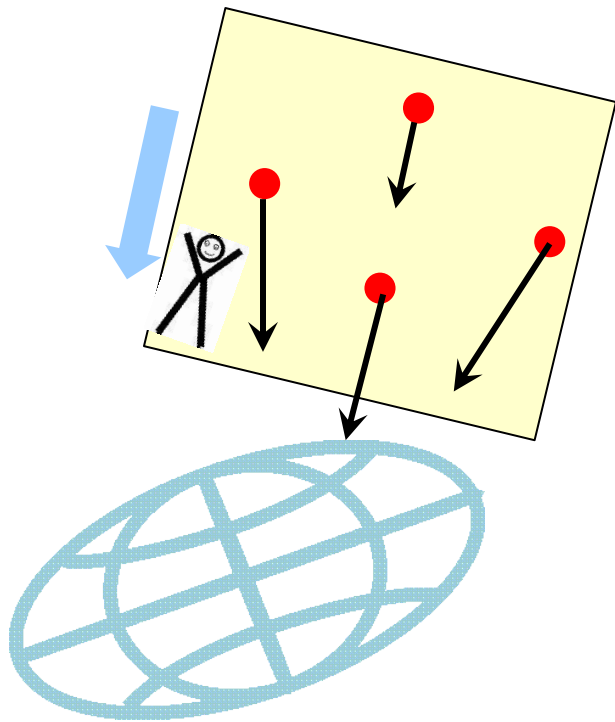
Mert a téridő **NEM SÍK, hanem GÖRBÜLT**



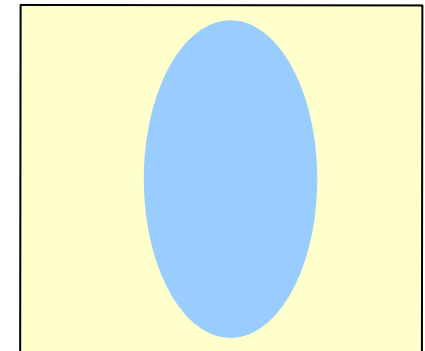
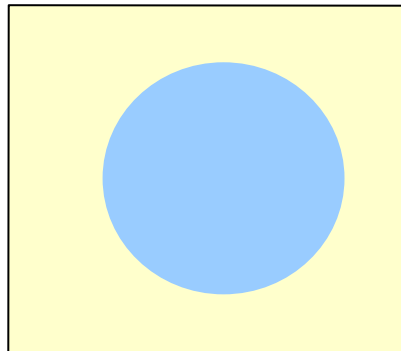
Mekkora lehet, meddig terjedhet  
egy lokális síktérkép?

Ameddig a mérhető távolságok  
nem térnek el  
észrevehetően és zavaróan  
a valóságtól.

(Turistatérkép: 5 km távon már észrevehető!)



Túl nagy űrlabor:  
ez már nem tekinthető  
lokális inerciarendszernek



Mekkora lehet, meddig terjedhet  
egy lokális inerciarendszer?

Ameddig a mérhető mozgások  
nem térnek el észrevehetően és  
zavaróan az inerciálistól.

Fekete lyukban akár egy méter is sok lehet!

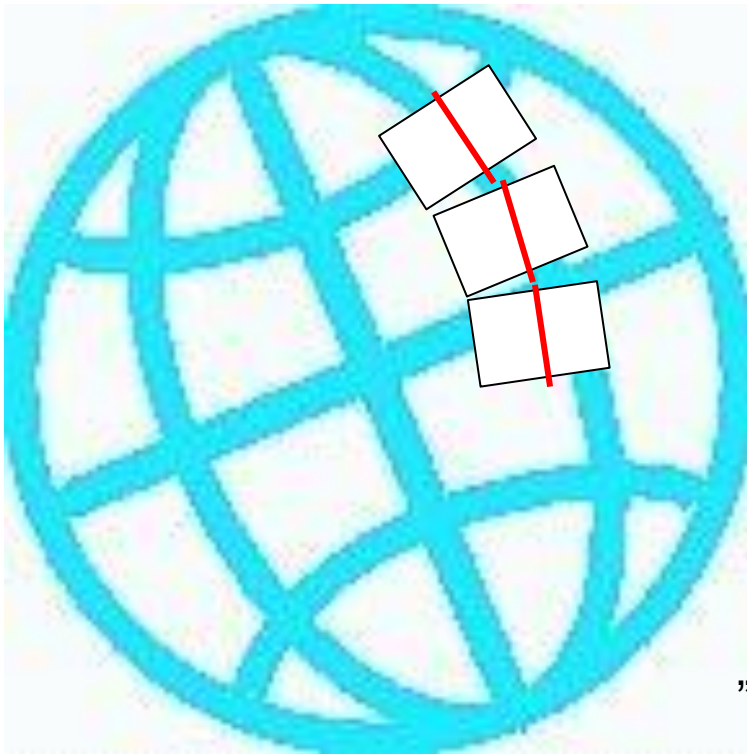
Nem a gravitációt érezzük, hanem a térbeli  
változását!

Miről lehet észrevenni,  
hogy „görbült a tér”?

avagy görbe felületek furcsaságai

Hogyan mozog  
a magára hagyott, „szabad” test?

Minden síktérképen  
„inerciálisan”, „egyenesen”  
– de a görbe felületen NINCS egyenes!



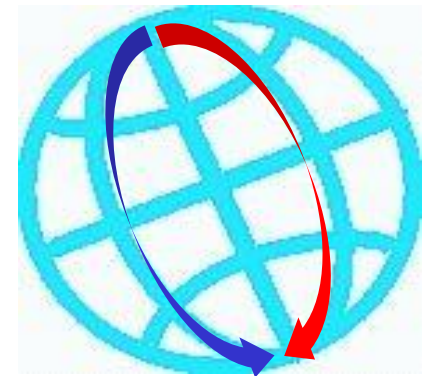
„legegyenesebb” görbe:  
**geodetikus vonal**

(a gömbfelszínen ez főkör)

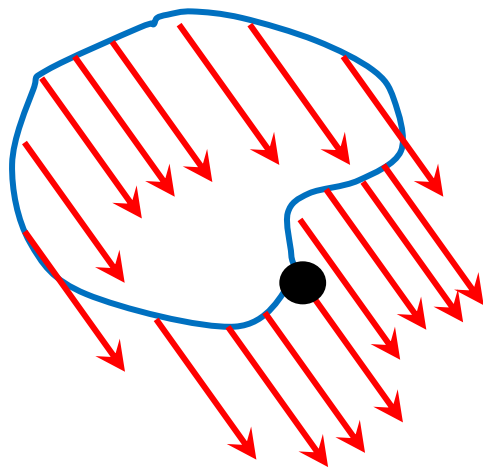
A téridőben a szabadon  
eső test pályája geodetikus görbe



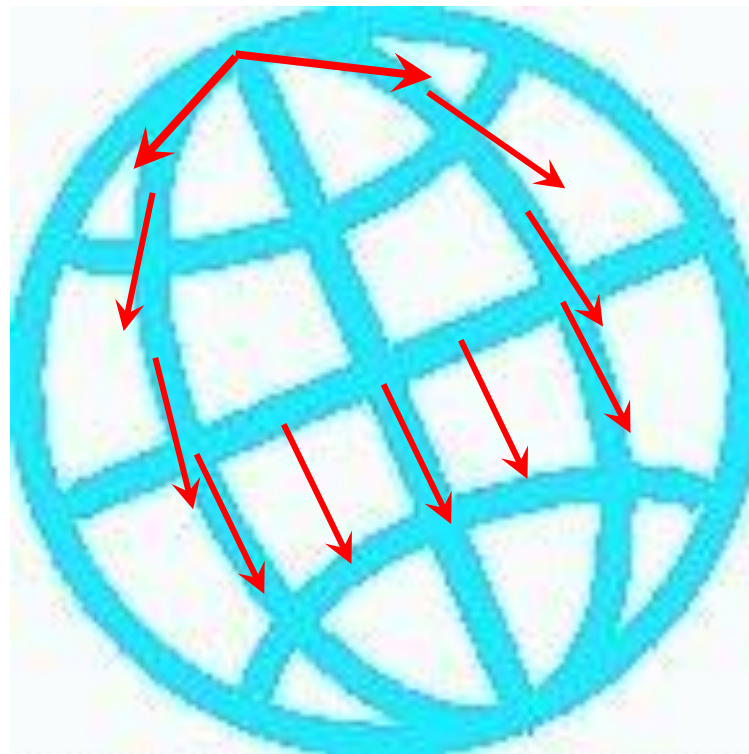
Görbe felületen az  
„egyenesek” (geodetikusok)  
többször is metszhetik  
egymást!



## Vektor párhuzamos eltolása görbe mentén



Síkon a vektor visszatér  
az eredeti helyzetbe



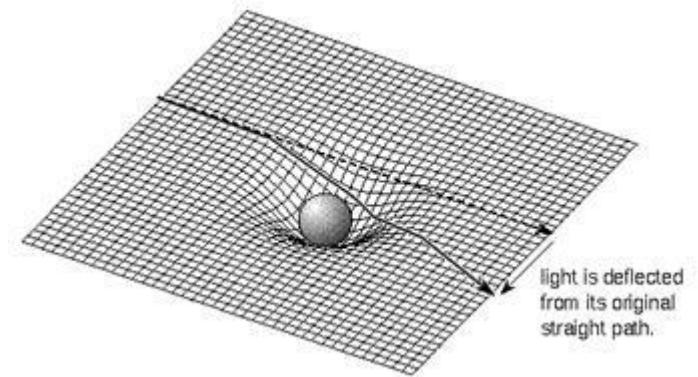
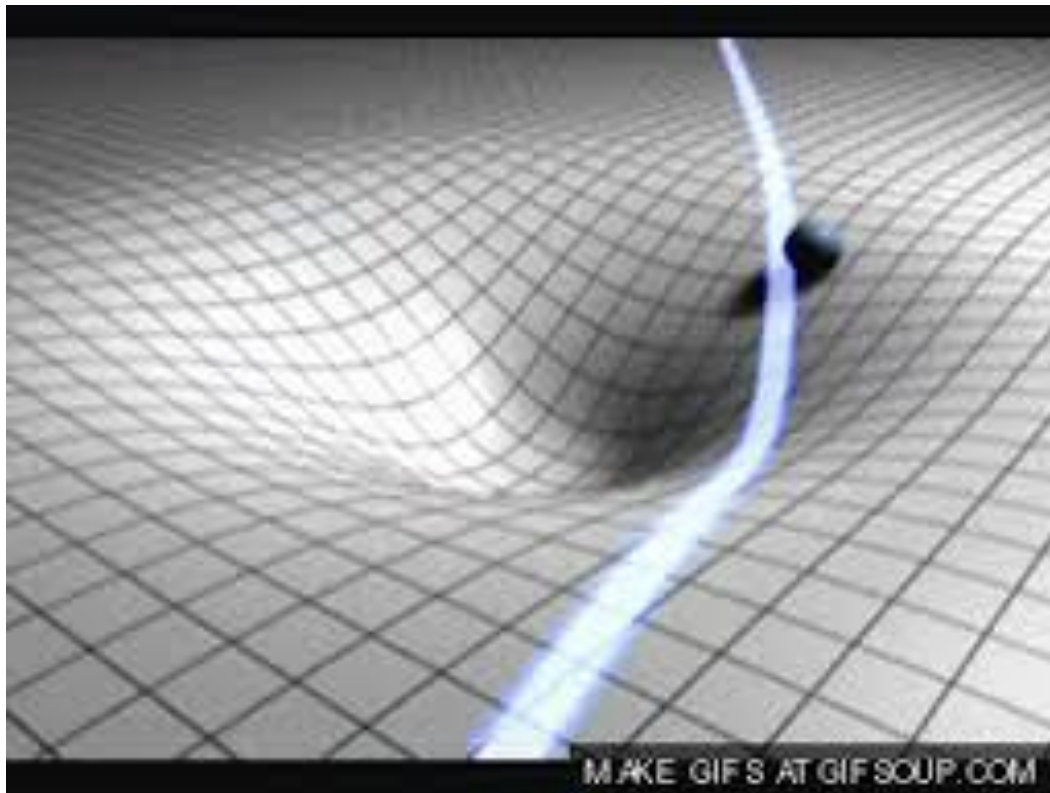
Görbe felületen visszatérve elfordul  
az eredeti helyzethez képest

Görbe felületen a (geodetikus) háromszög  
szögeinek összege  
kisebb és nagyobb is lehet 180 foknál.

A téridőben a szabadon  
eső test pályája geodetikus görbe

Newton szerint gravitáció hat –  
Einstein szerint lokális  
inerciarendszerekben mozog  
erőhatás nélkül

De ha nincs „gravitációs erő”, akkor miért keringenek a bolygók a Nap körül?



Nagyon durván görbült téridő,  
avagy féregjárat két Univerzum között

*Notre Univers*

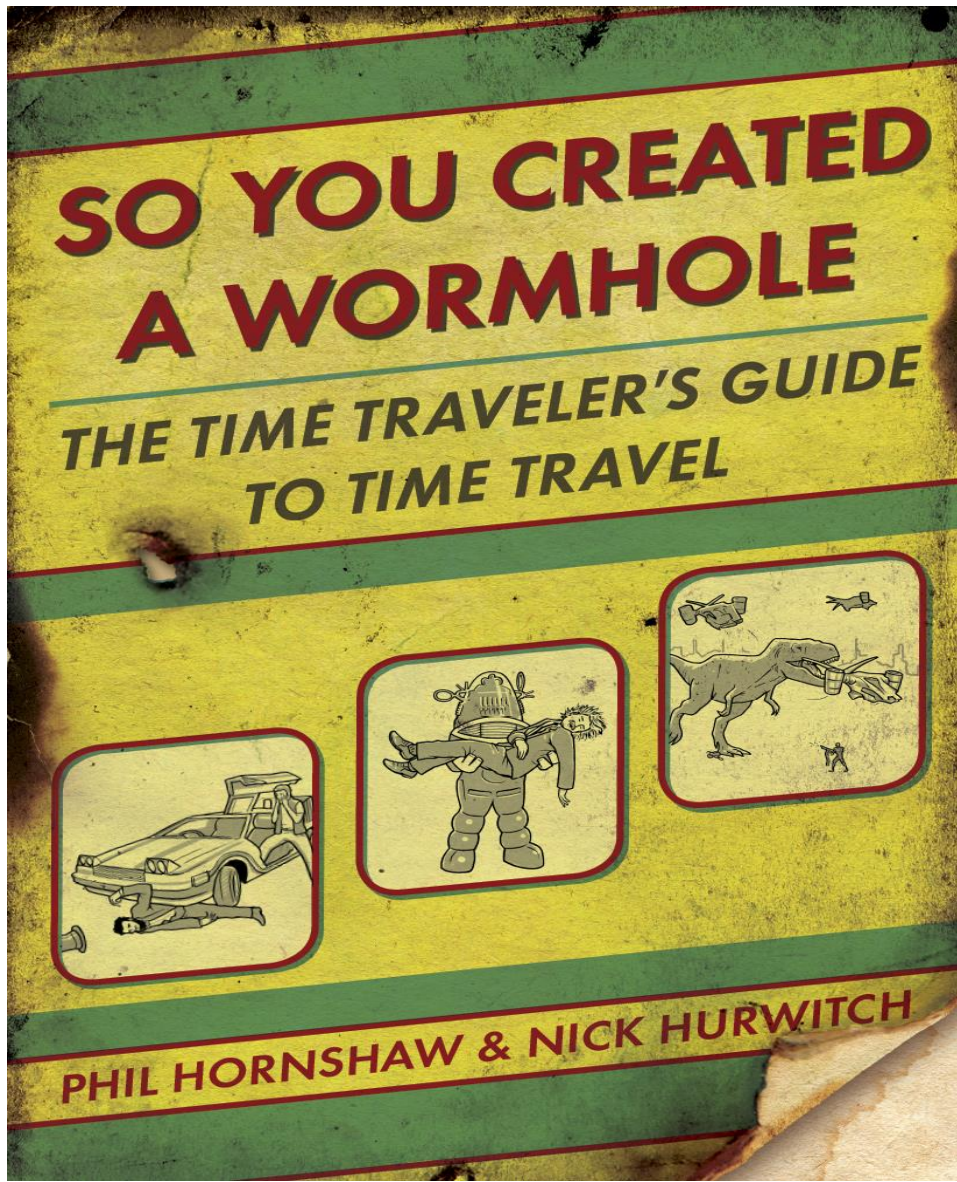


Az ilyesmi matematikailag lehetséges,  
de nem tudjuk, megvalósul-e

*Vers un autre Univers*

*Trou de ver de connexion*







Mit jelent a „**görbült téridő**”?

Az anyag lehetséges szabad mozgásainak az euklideszi geometriában megszokottnál bonyolultabb módjait

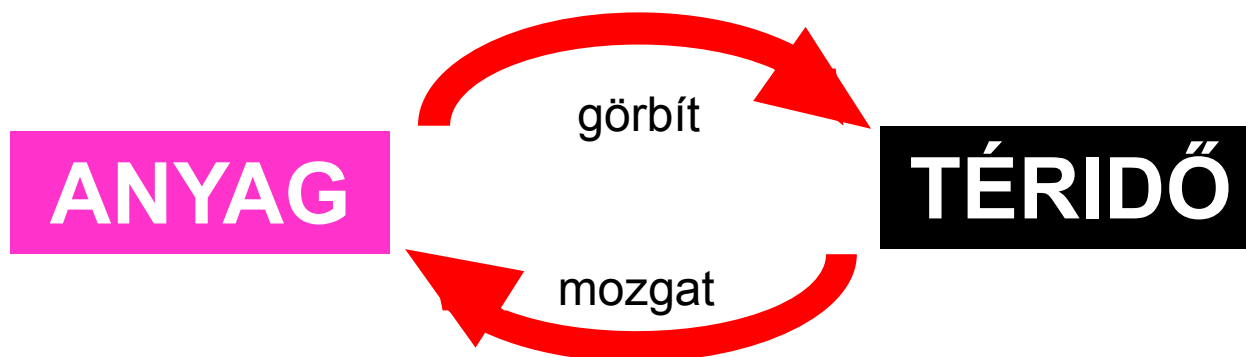
No de mi görbíti a téridőt?

Newtonnál a gravitáció forrása CSAK a tömeg sűrűsége!

**Maga az anyag!**

Pontosabban:

Az anyag energiasűrűsége, impulzussűrűsége, nyomása és feszültsége





**Köszönöm a figyelmet!**

# Geometria és gravitáció

**Az atomoktól a csillagokig**

**Dávid Gyula 2014. 09. 18.**

