

*„Tán a fényes délibábot
hisz olyat már sokat látott”*

Petőfi Sándor: Arany Lacinak

Délibábok numerikus szimulációja

Barnaföldi Gergely Gábor, Bámer Balázs, Horváth Anna

Referencia: FIZIKAI SZEMLE 2022/9 p.296

Támogatás: *Wigner Scientific Computing Laboratory, 2020-2.1.1-ED-2021-00179*

AtomCsill, ELTE TTK, 2022. Október 20.



TARTALOM

1) Délibáb - mi is az?

- Eredete, története, fajtái?

2) A délibáb, mint légköri jelenség

- Hogyan keletkezik: optikai leírás

3) Délibábok szimulációja

- Kövessük a fényeket: ray tracing
- Visszafelé is lehet?



→ **Mi köze van a délibábnak az általános relativitáselmélethez?**

1) Délibáb, *fata Morgana*, mirage

Délibáb vagy *fata morgana* – mi ez?

Délibáb - *fata Morgana*

→ Googlizzuk meg...

Délibáb vagy *fata morgana* – mi ez?

Délibáb - *fata Morgana*

→ Googlizzuk meg...



Délibáb vagy *fata morgana* – mi ez?

Délibáb

A délibáb (*mirage, fata morgana*) angol nevét a Messinai-szorosban megfigyelhető optikai jelenségről kapta, amelyet az olasz hajósok az Artúr-mondakörből ismert Morgan tündérrel Artúr király varázslatos (boszorkányos) nővérével, (Morgan le Fay) asszociálták.



Délibáb vagy *fata morgana* – mi ez?

Délibáb

A délibáb (*mirage, fata morgana*) angol nevét a Messinai-szorosban megfigyelhető optikai jelenségről kapta, amelyet az olasz hajósok az Artúr-mondakörből ismert Morgan tündérrel Artúr király varázslatos (boszorkányos) nővérével, (Morgan le Fay) asszociálták.



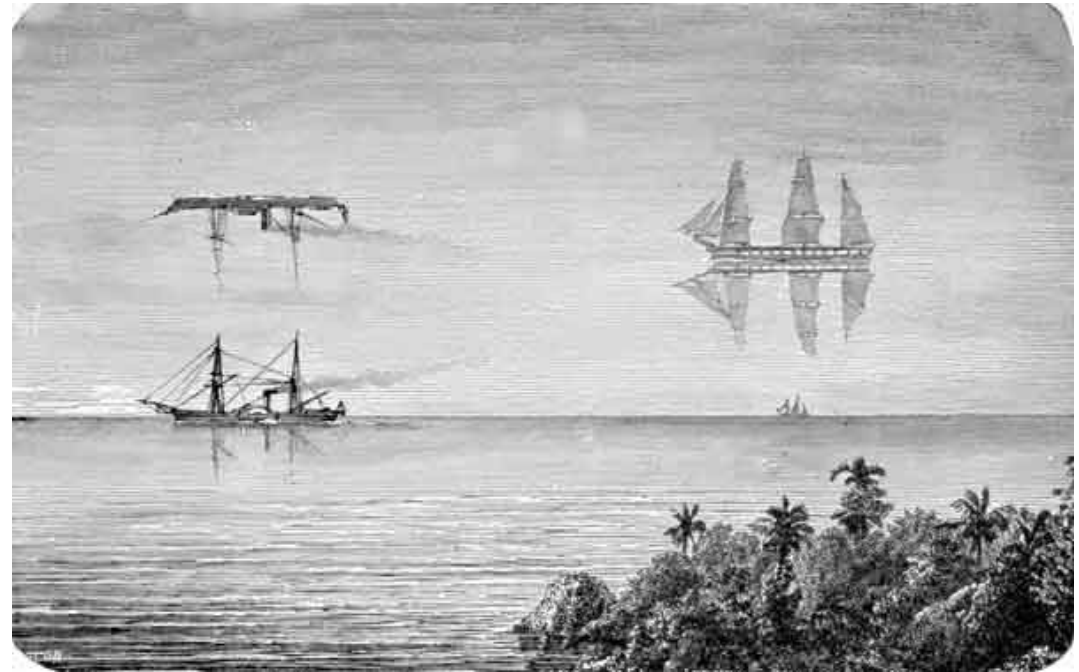
Délibáb vagy *fata morgana* – mi ez?

Délibáb

A délibáb (*mirage, fata morgana*) angol nevét a Messinai-szorosban megfigyelhető optikai jelenségről kapta, amelyet az olasz hajósok az Artúr-mondakörből ismert Morgan tündérrel Artúr király varázslatos (boszorkányos) nővérével, (Morgan le Fay) asszociálták.

→ Azaz inkább a varázslataival....

I. a korabeli Insta képet...



Délibáb vagy *fata morgana* – mi ez?

Délibáb

A délibáb (*mirage, fata morgana*) angol nevét a Messinai-szorosban megfigyelhető optikai jelenségről kapta, amelyet az olasz hajósok az Artúr-mondakörből ismert Morgan tündérrel Artúr király varázslatos (boszorkányos) nővérével, (Morgan le Fay) asszociálták.

→ Azaz inkább a varázslataival....

III. a mostaniakat...



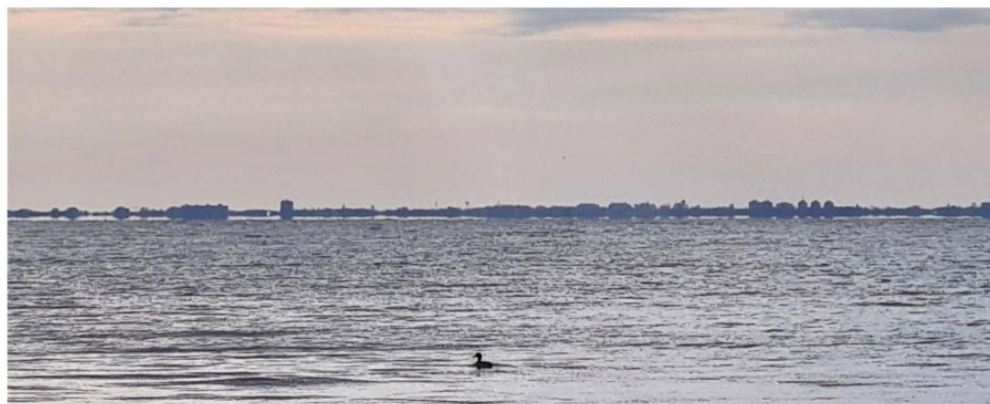
Délibáb vagy *fata morgana* – mi ez?

Délibáb

Magyar neve, a „délibáb” kissé félrevezető, hiszen kialakulásához:

- nem szükséges, hogy dél legyen, sőt
- bármely égtáj felé fordulva látható, a Nap állásától függetlenül.

Általában egy kettőzött, fordított kép jelenik meg a valódi látvány alatt; vízszintes tengely menti „tükröződésnek” tűnik, de NEM tükröződés!



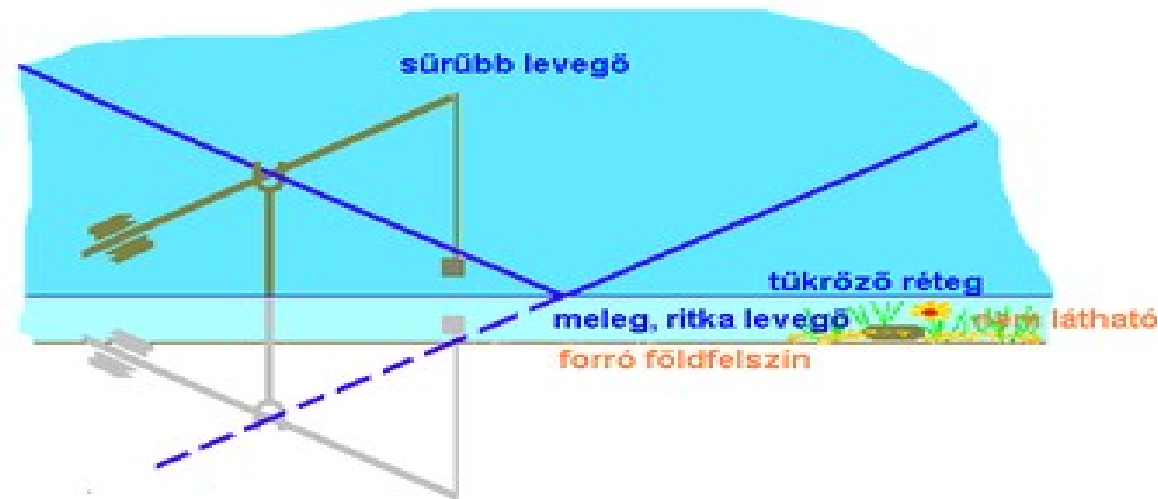
2) A délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika

A délibáb kialakulásához a közegben (jelen esetben levegő) hőmérséklet-különbségnek kell kialakulnia. Nyaranta, mikor a nap felmelegíti a földfelszín legfelső rétegét (pl. az autóutakat, sziklákat, sivatagot), a talajközeli légrétegek melegebbek lesznek a föltebbieknél.

Hasonló hőmérséklet-eloszlás alakulhat ki tavak, tengerek fölött a reggeli, illetve délelőtti órákban, mikor a levegő még hidegebb a víznél.



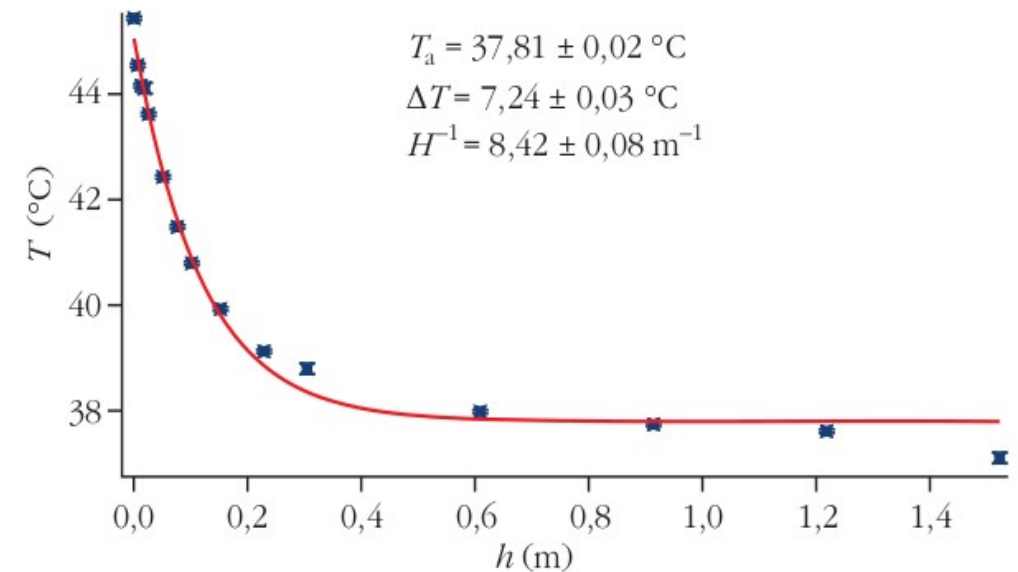
Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: hőmérséklet-magasság

A grafikon a hőmérsékletet mutatja a felszíntől mért magasság függvényében exponenciális függvénnyel írható le. Modell – sok irodalmi adatból:

$$T(h) = T_a + \Delta T e^{-h/H};$$

- T_a a környezeti hőmérséklet,
- h a talajtól mért távolság,
- ΔT a kialakuló hőmérséklet-különbség,
- H pedig a karakterisztikus hossz, ami a hőmérséklet-változás „gyorsasága” térben.



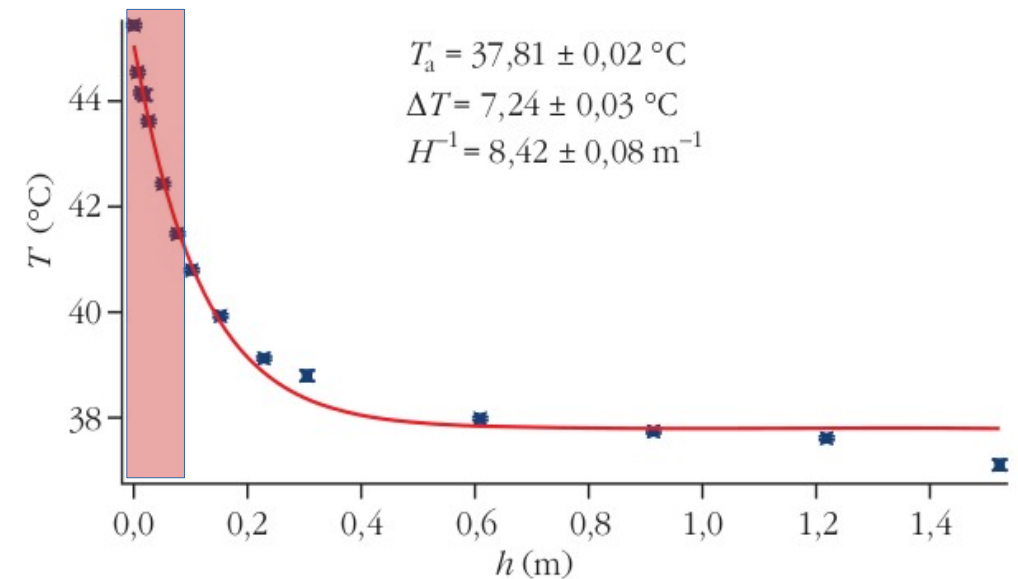
Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: hőmérséklet-magasság

A grafikon a hőmérsékletet mutatja a felszíntől mért magasság függvényében exponenciális függvénnyel írható le. Modell – sok irodalmi adatból:

$$T(h) = T_a + \Delta T e^{-h/H};$$

- T_a a környezeti hőmérséklet,
- h a talajtól mért távolság,
- ΔT a kialakuló hőmérséklet-különbség,
- H pedig a karakterisztikus hossz, ami a hőmérséklet-változás „gyorsasága” térben.



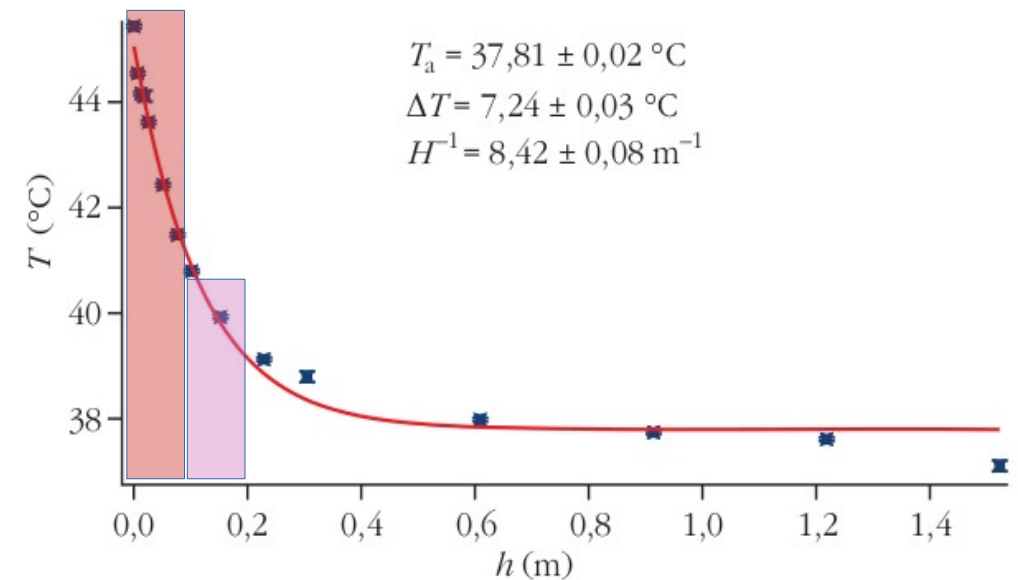
Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: hőmérséklet-magasság

A grafikon a hőmérsékletet mutatja a felszíntől mért magasság függvényében exponenciális függvénnyel írható le. Modell – sok irodalmi adatból:

$$T(h) = T_a + \Delta T e^{-h/H};$$

- T_a a környezeti hőmérséklet,
- h a talajtól mért távolság,
- ΔT a kialakuló hőmérséklet-különbség,
- H pedig a karakterisztikus hossz, ami a hőmérséklet-változás „gyorsasága” térben.



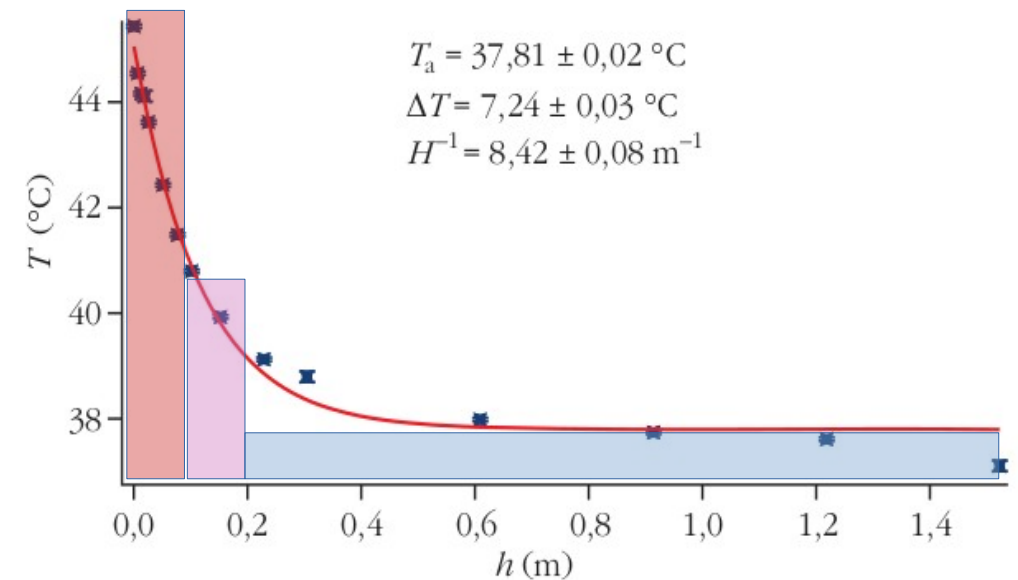
Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: hőmérséklet-magasság

A grafikon a hőmérsékletet mutatja a felszíntől mért magasság függvényében exponenciális függvénnyel írható le. Modell – sok irodalmi adatból:

$$T(h) = T_a + \Delta T e^{-h/H};$$

- T_a a környezeti hőmérséklet,
- h a talajtól mért távolság,
- ΔT a kialakuló hőmérséklet-különbség,
- H pedig a karakterisztikus hossz, ami a hőmérséklet-változás „gyorsasága” térben.



Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: törésmutató

A törésmutatót (n) a hőmérsékletfüggése:

$$n = 1 + \frac{7.86 \cdot 10^{-4} p}{273.15 + T}$$

- ahol a légköri nyomás: (konstans) 101kPa
- A hőmérséklet és a törésmutató közötti kapcsolat: a legnagyobb változás a talajközeli első 5-10 cm-en történik.
- A talajtól távolabb nagyobb a törésmutató; itt található az optikailag sűrűbb közeg, ahol a fény lassabban halad, és ami felé „elkanyarodik”.

Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: törésmutató

A törésmutatót (n) a hőmérsékletfüggése:

$$n = 1 + \frac{7.86 \cdot 10^{-4} p}{273.15 + T}$$



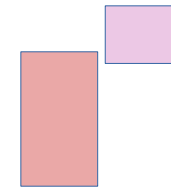
- ahol a légköri nyomás: (konstans) 101kPa
- A hőmérséklet és a törésmutató közötti kapcsolat: a legnagyobb változás a talajközeli első 5-10 cm-en történik.
- A talajtól távolabb nagyobb a törésmutató; itt található az optikailag sűrűbb közeg, ahol a fény lassabban halad, és ami felé „elkanyarodik”.

Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: törésmutató

A törésmutatót (n) a hőmérsékletfüggése:

$$n = 1 + \frac{7.86 \cdot 10^{-4} p}{273.15 + T}$$



- ahol a légköri nyomás: (konstans) 101kPa
- A hőmérséklet és a törésmutató közötti kapcsolat: a legnagyobb változás a talajközeli első 5-10 cm-en történik.
- A talajtól távolabb nagyobb a törésmutató; itt található az optikailag sűrűbb közeg, ahol a fény lassabban halad, és ami felé „elkanyarodik”.

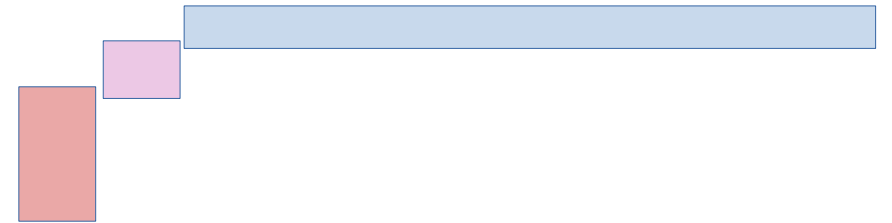
Délibáb, mint légköri jelenség

Délibáb-fizika: törésmutató

A törésmutatót (n) a hőmérsékletfüggése:

$$n = 1 + \frac{7.86 \cdot 10^{-4} p}{273.15 + T}$$

- ahol a légköri nyomás: (konstans) 101kPa
- A hőmérséklet és a törésmutató közötti kapcsolat: a legnagyobb változás a talajközeli első 5-10 cm-en történik.
- A talajtól távolabb nagyobb a törésmutató; itt található az optikailag sűrűbb közeg, ahol a fény lassabban halad, és ami felé „elkanyarodik”.



A fénysugarak tehát elhajlanak...

- **Snellius-Descartes törvény**

homogén közegben

α beesési szög

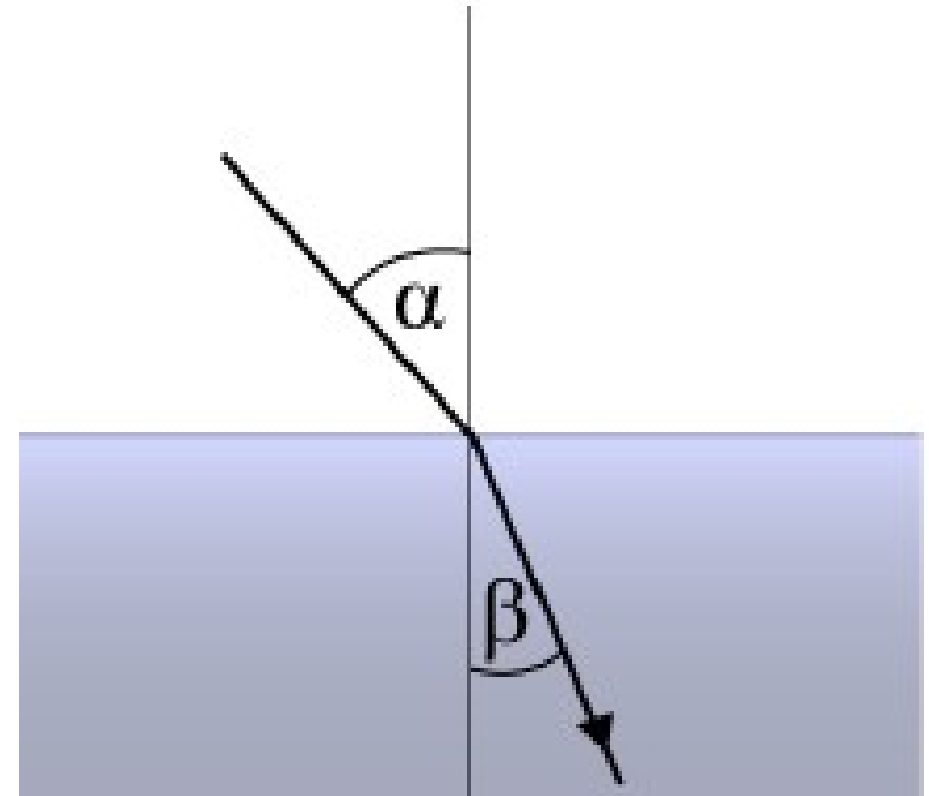
β elhajási szög

c_1, c_2 a fénysebesség az anyagban

n_{12} relatív törésmutató

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{21}$$

Sűrűbb közegben a függőlegeshez törik...



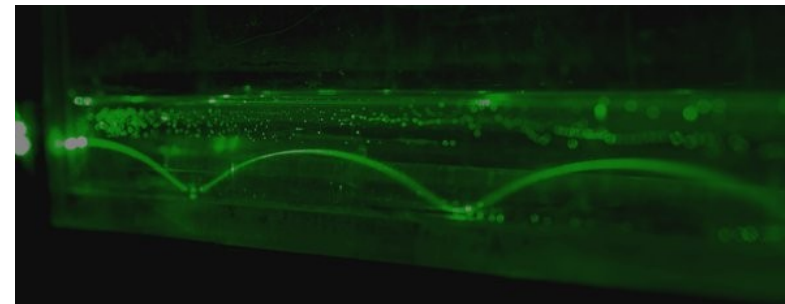
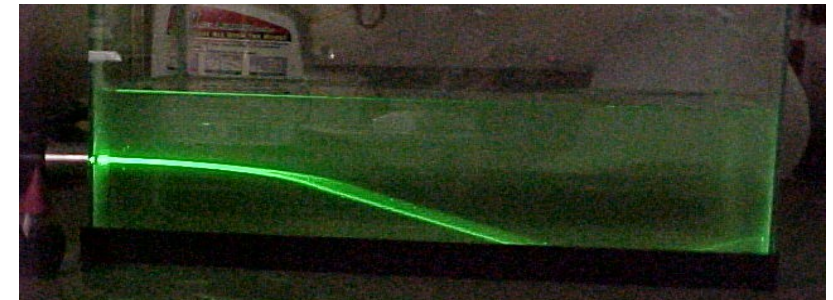
A fénysugarak tehát elhajlanak...

Nem homogén közeg

- A közeg sűrűsége változik
 - a fénysebesség függ a sűrűségtől
 - a törésmutatót (n) is függ a helytől.

Példák:

- Nahát ilyen például a levegő a talajhoz közel
- Vagy pl. az erősen cukrozott víz
- A Snellius Descartes persze érvénye ilyenkor is, csak helyről. Csak hát helyről-helyre változik....
 - Mit lehet ilyenkor tenni???



A fénysugarak tehát elhajlanak...

Ez egy standard dialógus...

*Semmi extra, meg
kell oldani a
hullámegyenletet!*



*Te dgy! Mit
lehet ilyenkor
tenni??*



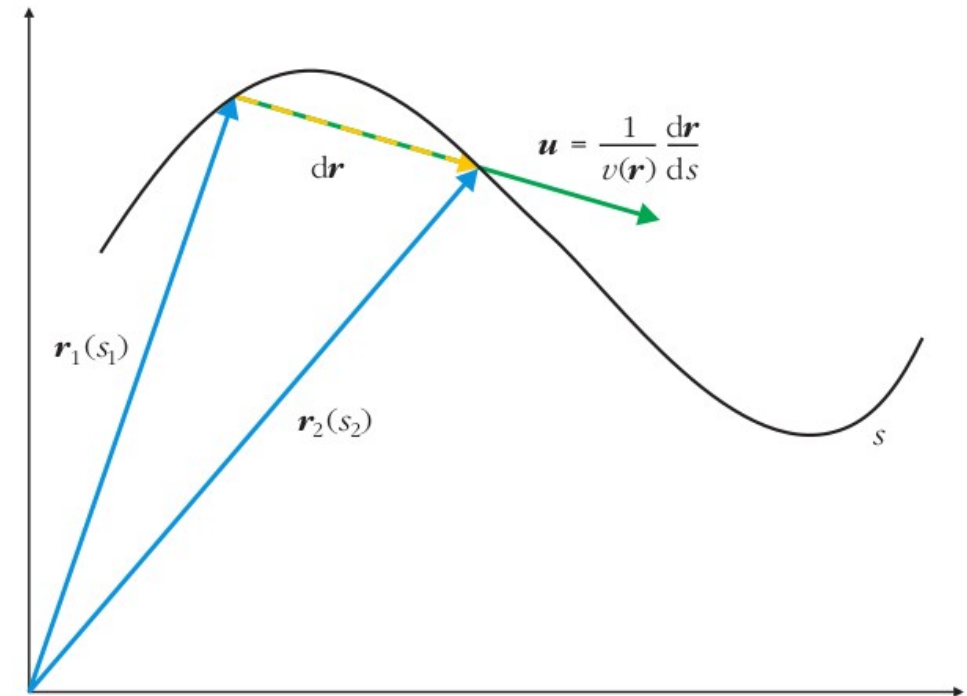
A fénysugarak tehát elhajlanak...

Nem homogén, de tudjuk a helyfüggést

Hullámegyenlet egyenlet (eikonál közelítés) a hullámfüggvény ϕ fázisára van felírva, ami a hullámfront terjedési idejével arányos:

$$|\nabla\phi|^2 = \frac{1}{v(\mathbf{r})^2}$$

Ami egy szép parciális diffegyenlet, de ebből a pályaeqyenletek (közönséges diffegyenletek) felírhatóak.



A fénysugarak tehát elhajlanak...

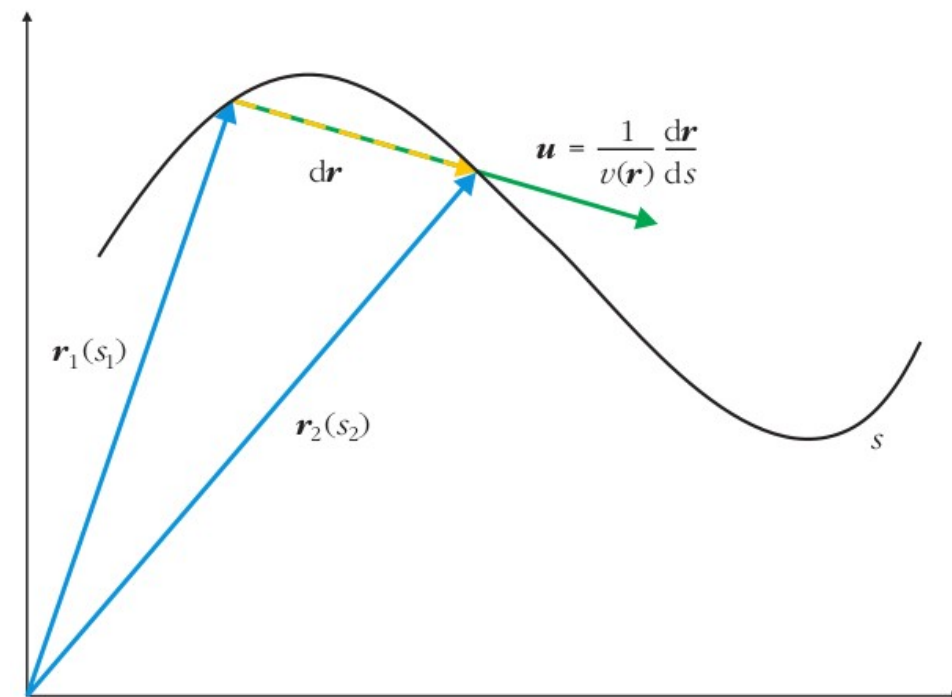
Nem homogén, de tudjuk a helyfüggést

A pályaeqyenletek írják le a fény „mozgását” és megadják a fényutakat:

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = v(\mathbf{r}) \mathbf{u}(\mathbf{r}),$$

$$\frac{d\mathbf{u}(\mathbf{r})}{ds} = -\frac{1}{v(\mathbf{r})^2} \nabla v(\mathbf{r}),$$

- ahol \mathbf{r} a helyvektor, \mathbf{u} a lassúságvektor ($d\mathbf{r}/ds/|\mathbf{r}|$), s pedig a pályamenti hossz.
- A mozgásegyenletek megadják, hogy a pálya mentén ds elmozdulás alatt mekkora a helyvektor $d\mathbf{r}$ megváltozása.
- Ez persze a törésmutató függvénye, amit parametrizáltunk



3) Szimuláljunk délibábot
→ WSCLAB gitlab

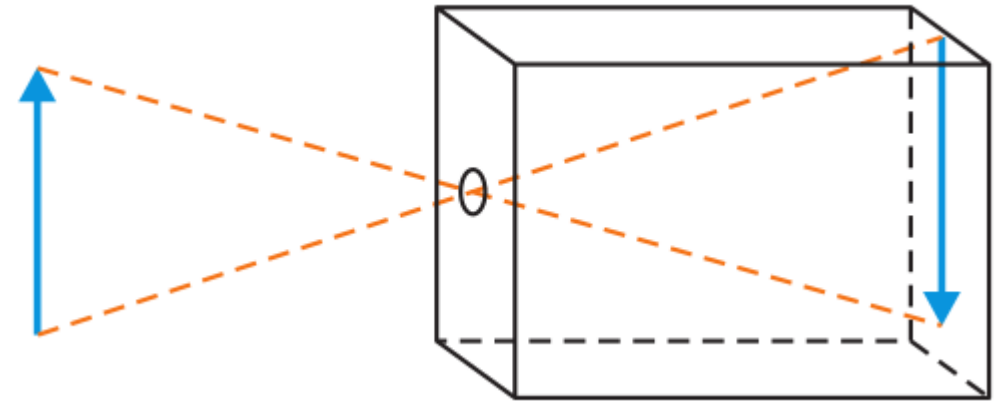


Oldjuk meg numerikusan...

Runge-Kutta eljárással (Ray tracing)

Tényutak kirajzolásához a számítógépes grafikából (játékok, animációs filmek) ismert sugárkövetés módszerét használtuk → specializált hardveren, videokártyán (GPU) gyorsan fut.

- A fénysugarakat a szemünk (kamera) pozíciójából indítjuk a „lefotózni” kívánt kép minden pixelének irányába, és megnézzük, hova érkeznek 3D-ben.
- Ha például egy adott fénysugár egy almán ér véget, akkor tudjuk, hogy a sugárhoz tartozó pixel olyan színű lesz, mint az alma az adott pontban.
- Mindez azért lehetséges, mert optikában a fényutak megfordíthatóak,

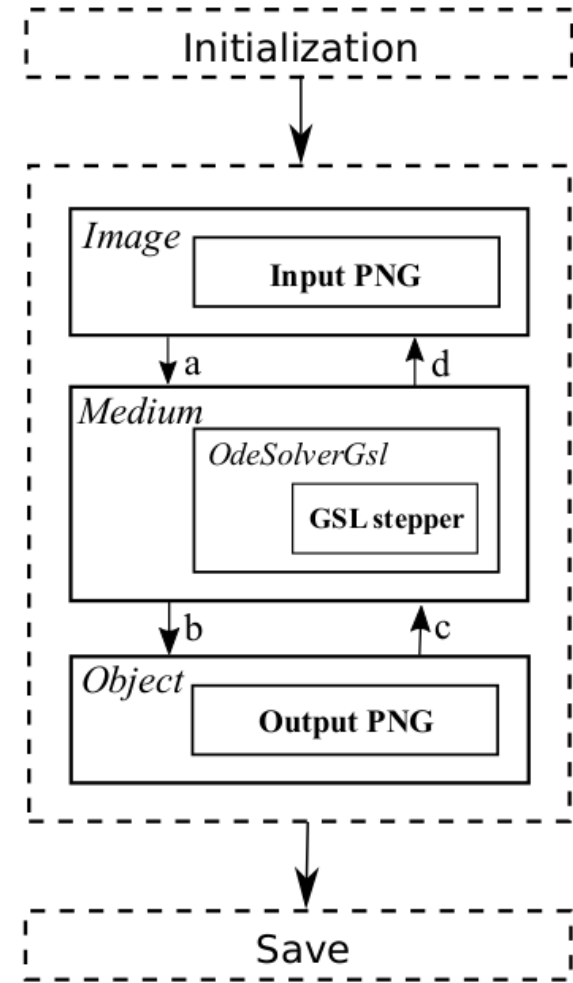


Oldjuk meg numerikusan...

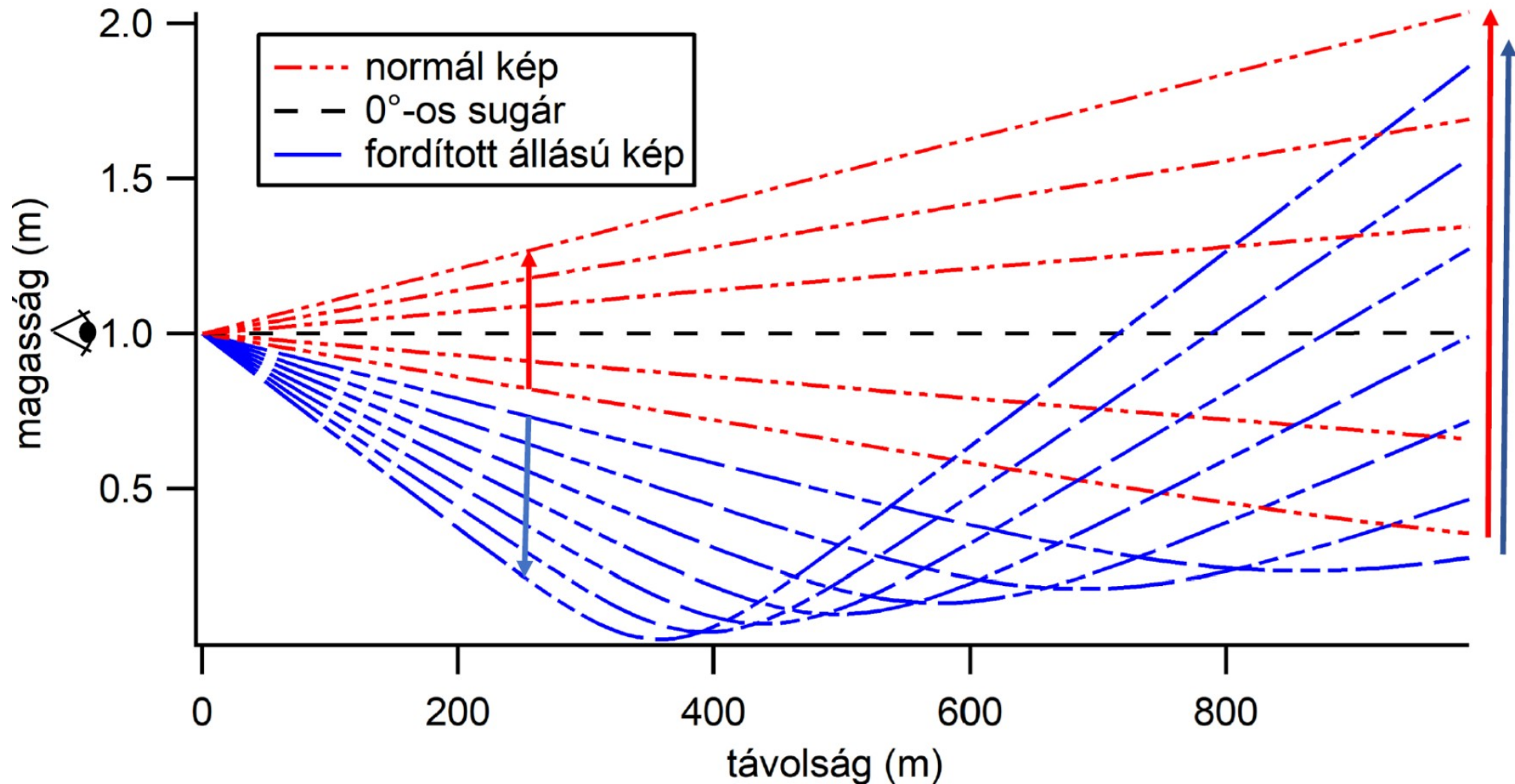
Runge-Kutta eljárással (Ray tracing)

Tényutak kirajzolásához a számítógépes grafikából (játékok, animációs filmek) ismert sugárkövetés módszerét használtuk → specializált hardveren, videokártyán (GPU) gyorsan fut.

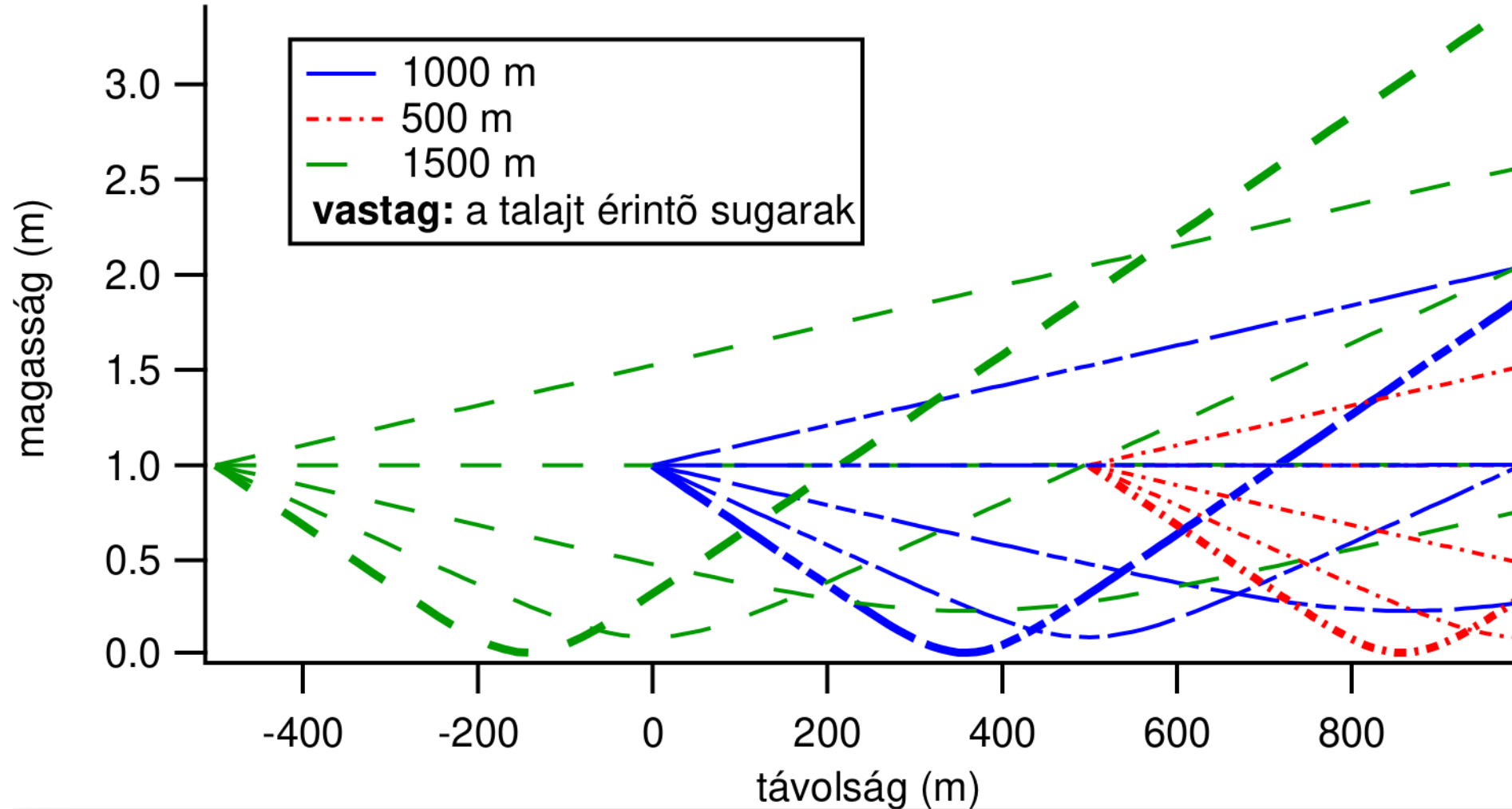
- A fénysugarakat a szemünk (kamera) pozíciójából indítjuk a „lefotózni” kívánt kép minden pixelének irányába, és megnézzük, hova érkeznek 3D-ben.
- Ha például egy adott fénysugár egy almán ér véget, akkor tudjuk, hogy a sugárhoz tartozó pixel olyan színű lesz, mint az alma az adott pontban.
- Mindez azért lehetséges, mert optikában a fényutak megfordíthatóak,



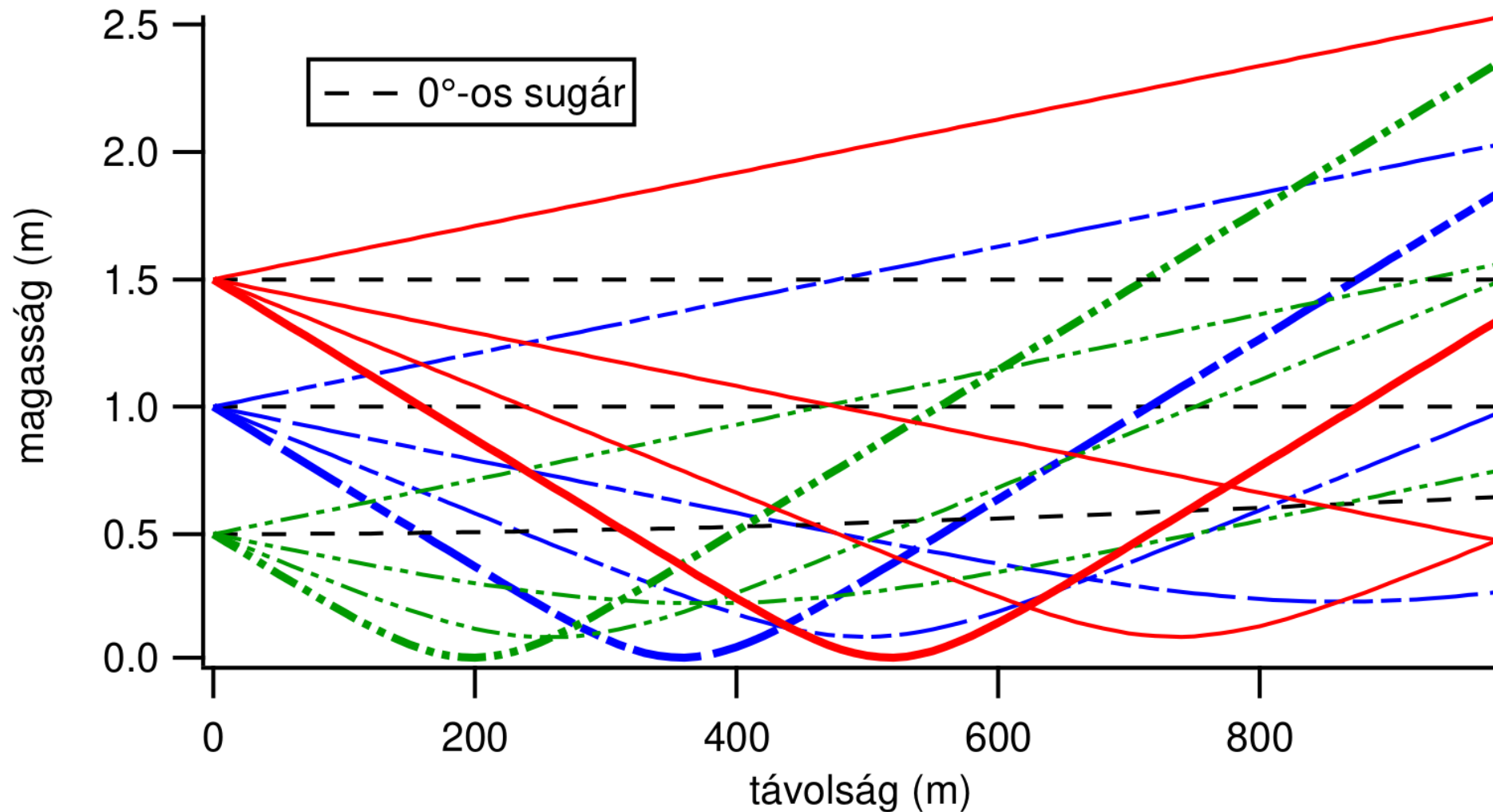
Próbáljuk megérteni amit látunk



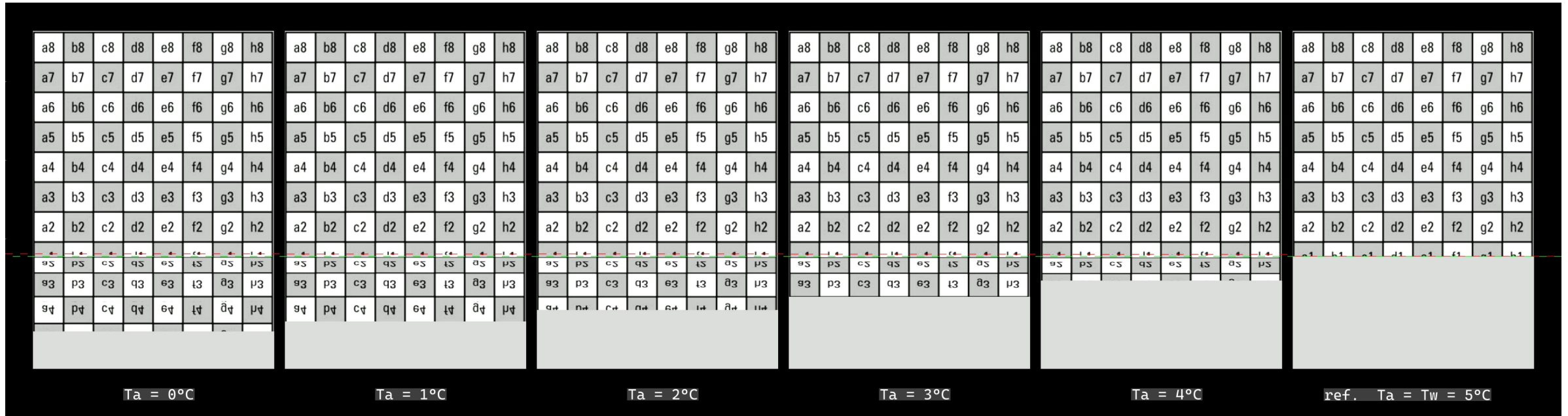
Próbáljuk megérteni amit látunk



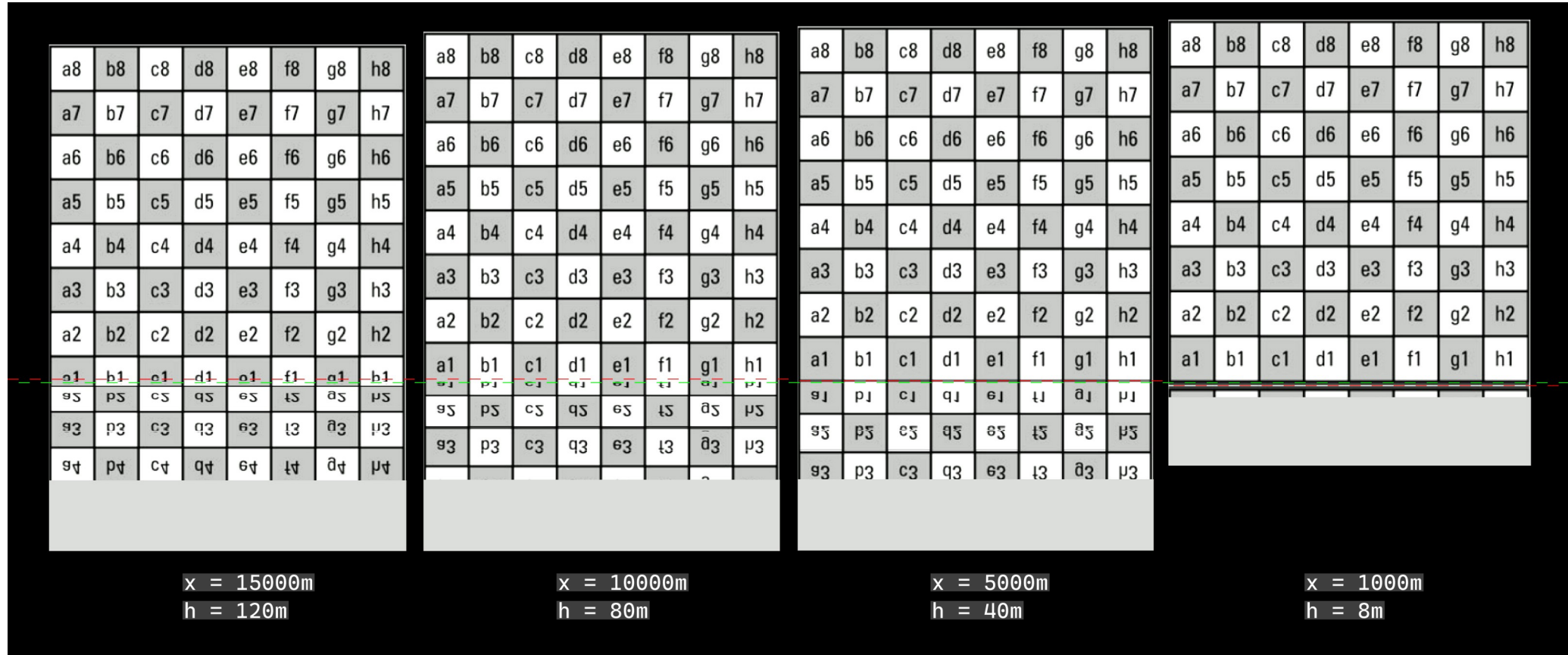
Próbáljuk megérteni amit látunk



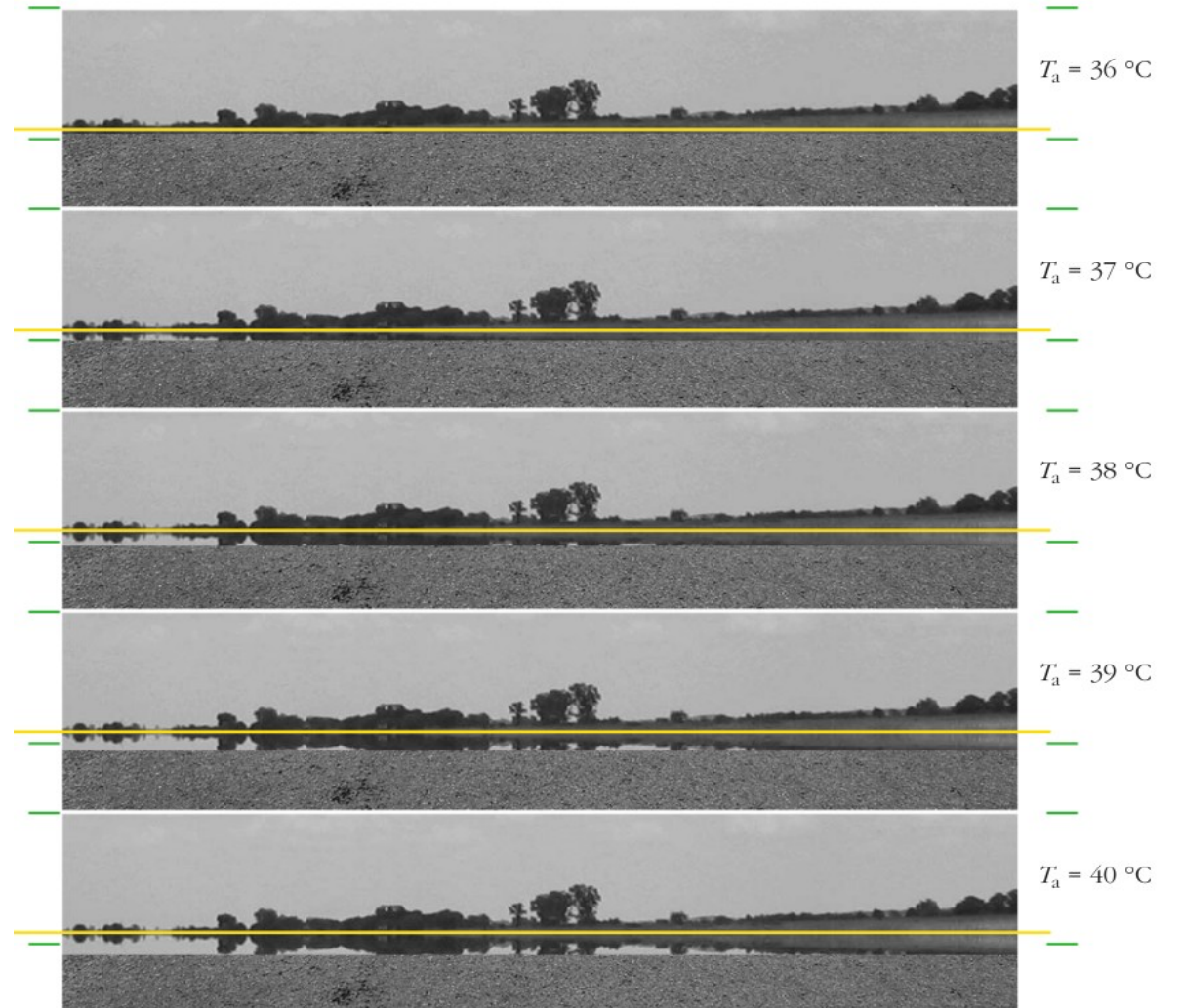
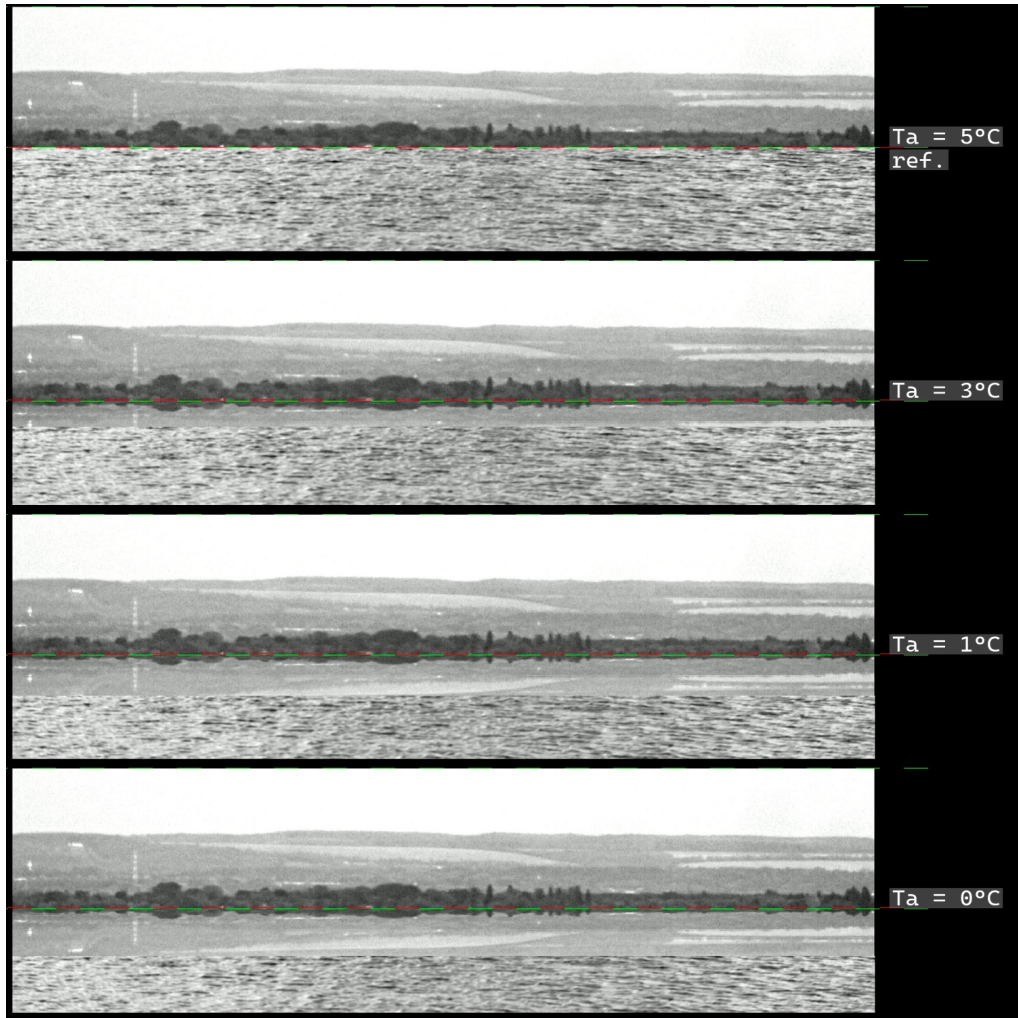
Szimuláljunk délibábos képeket



Szimuláljunk délirábos képeket



Szimuláljunk délibábos képeket

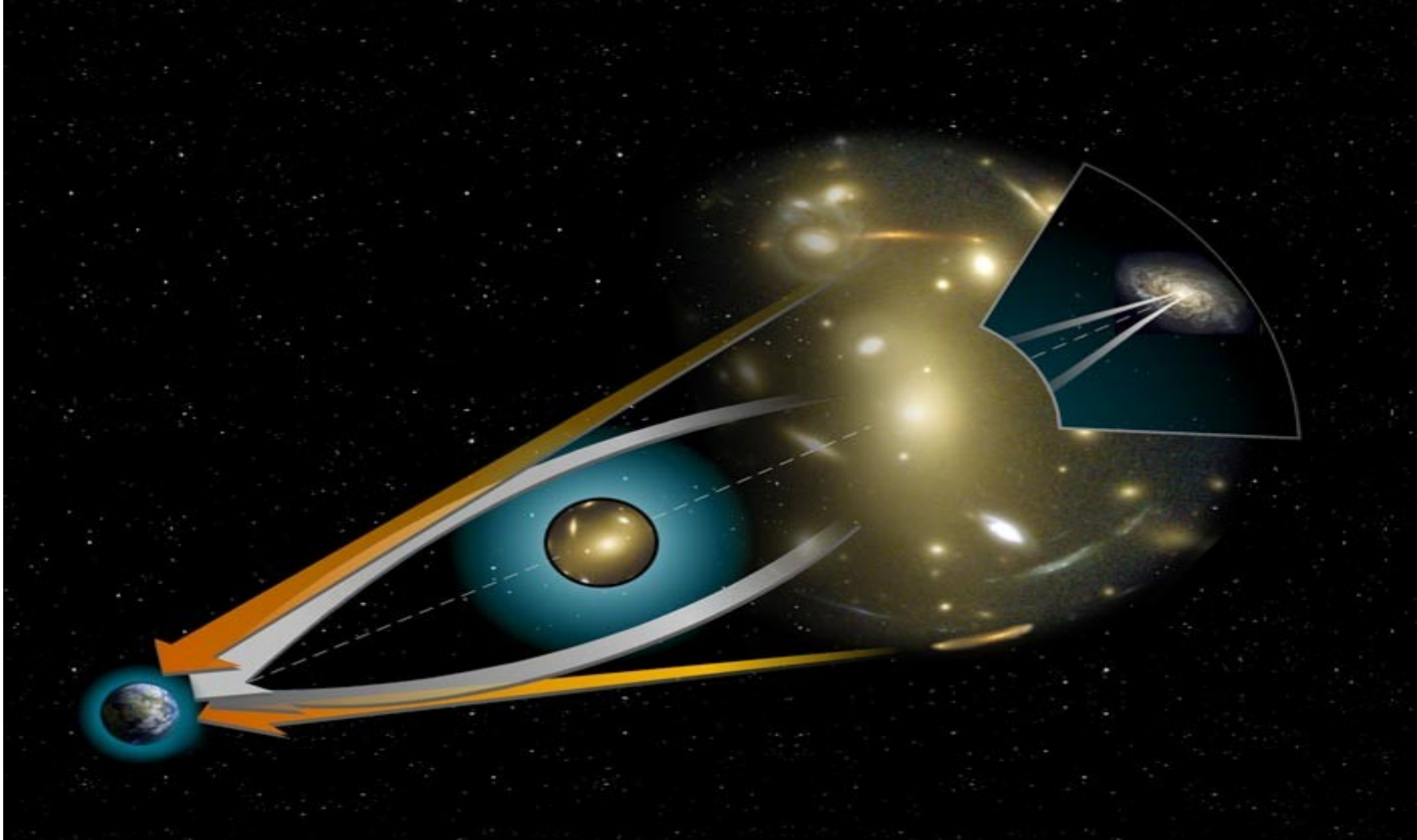


Szimuláljunk délibábos képeket



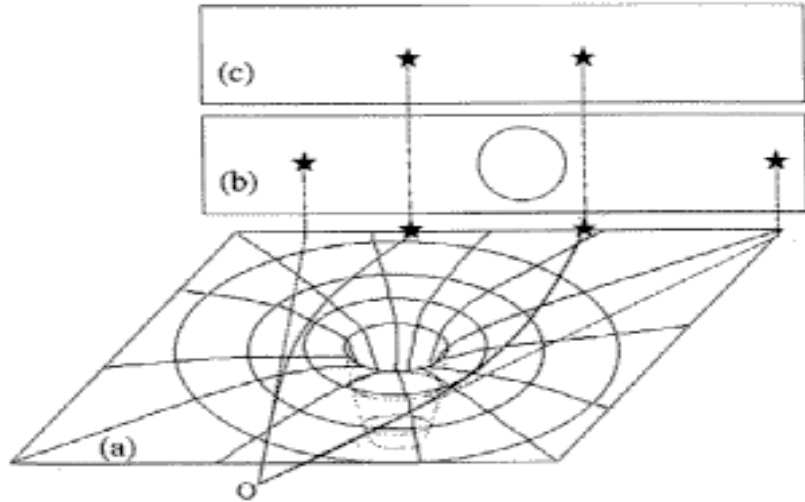
Ja és a gyűrűk....

Einstein gyűrűi

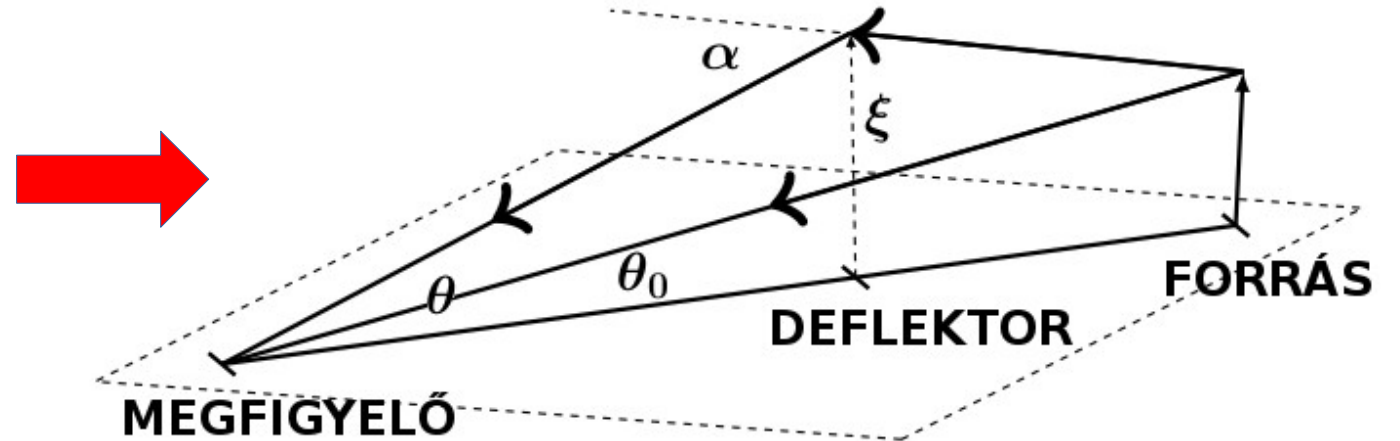


Einstein gyűrűi

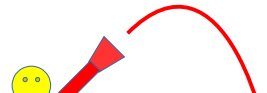
Téridő szerkezet



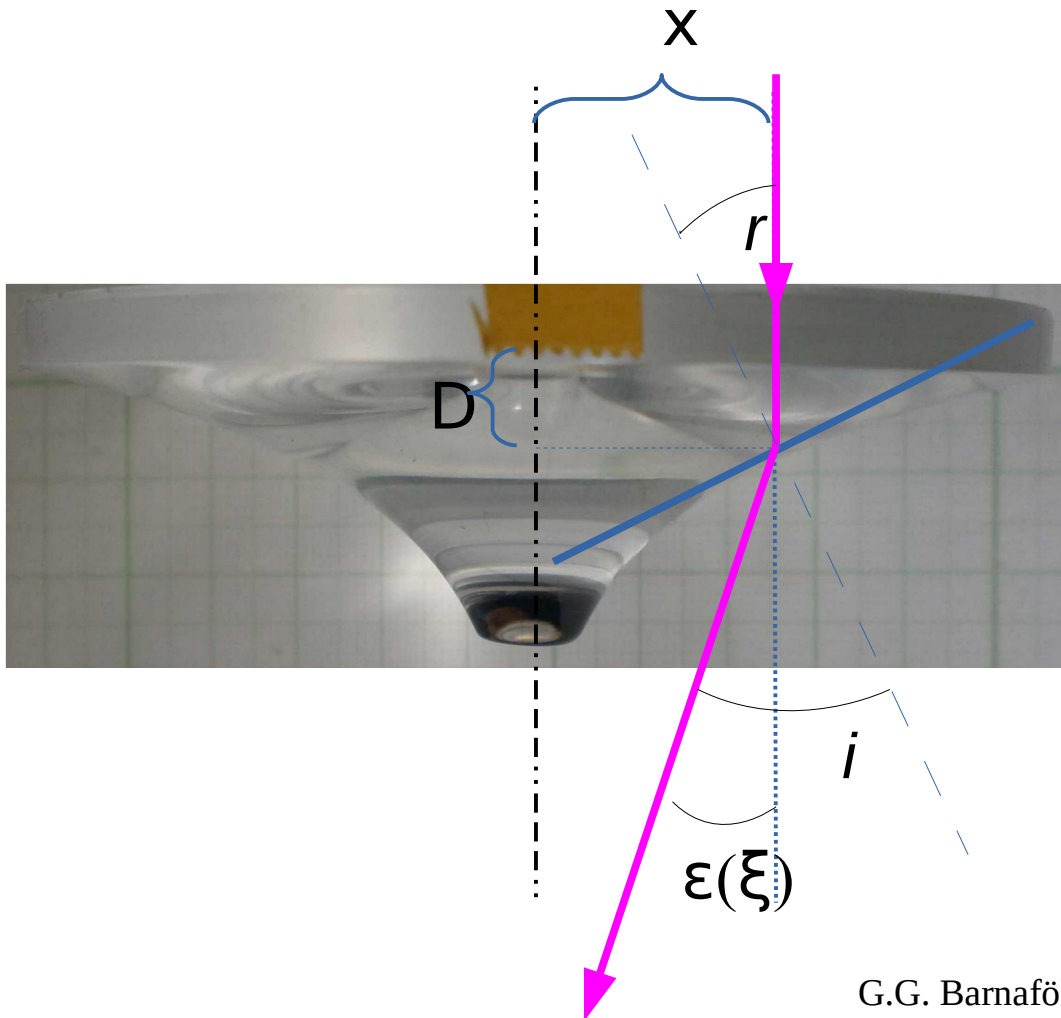
Optikai probléma



Görbült téridőben az optikai utak is görbék lesznek,
csakúgy mint változó törésmutatójú anyagban



Einstein gyűrűi



- Snellius-Descartes törvény kis szögekre: $\sin(x) = x$

$$n = \frac{\sin(i)}{\sin(r)} \simeq \frac{i}{r}$$

- Levezetés a fényelhajlásra

$$i = \epsilon(\xi) + r = \frac{4GM(\xi)}{c^2 \xi} + r,$$

- Lencsealak számolható

$$\frac{d\Delta}{d\xi} = -r \quad \longrightarrow \quad \frac{d\Delta}{d\xi} = \frac{-4GM(\xi)}{(n-1)c^2 \xi}$$

Összefoglalás

Láttuk mi az a Délibáb

- ...és ki volt Morgana

Megnéztük miért keletkezik délibáb

- Hogyan keletkezik: optikai leírás

Szimuláltunk délibábot

- Videókártyán

→ **Megtudtuk mi köze van a délibábnak a gravitációhoz**



BACKUP