

Föld-másolatok és felbomló örvények: amikor még a káosz sem állandó

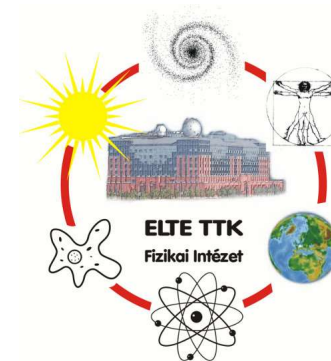
Jánosi Dániel

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Elméleti Fizikai Tanszék
HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet



ELTE | TTK
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

Atomcsill sorozat
2024 január 25



Káoszelmélet

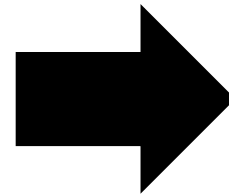


Káosz

AI szerint



Fizikusok szerint



Káosz

A káosz nem egy hatalmas rendetlenséget vagy felfordulást jelent, a káosz egy **MOZGÁS**

Milyen mozgás?

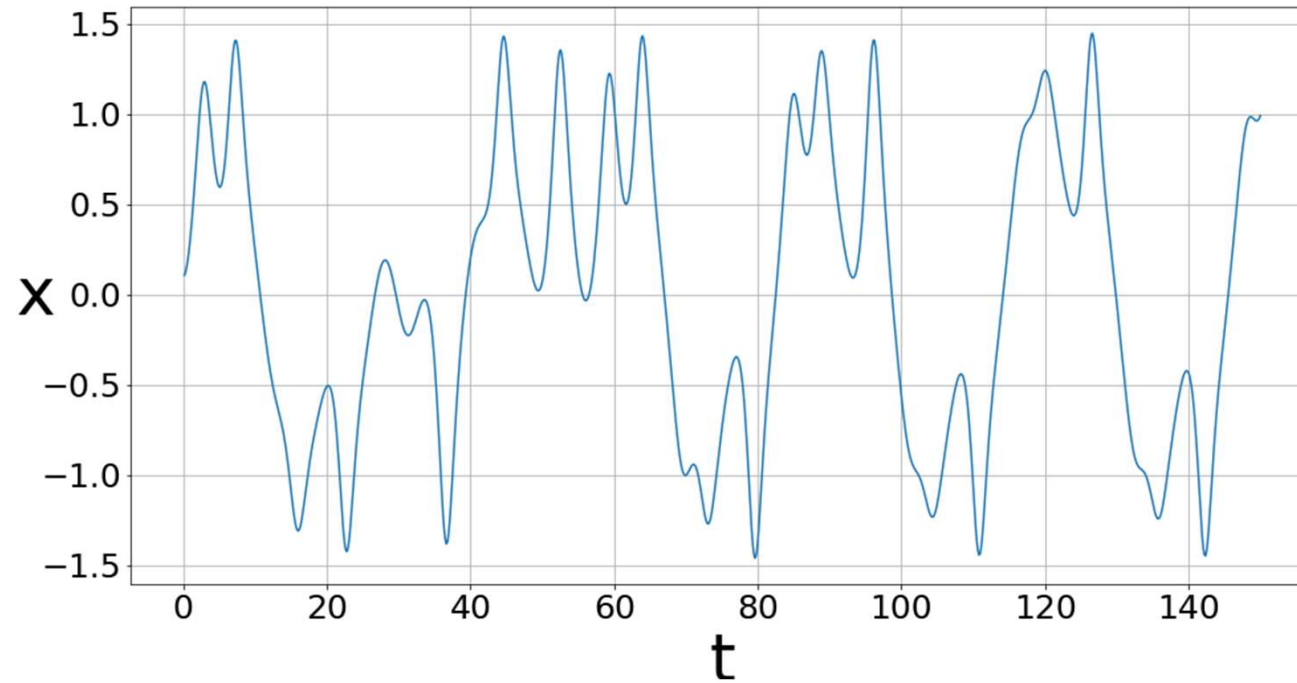
- Nem ismétli önmagát
- Érzékeny a kis kezdeti változásokra
- Bonyolult szerkezete van megfelelő ábrázolásban



Ezt később majd látni fogjuk hogy mit jelent

Káosz

Nem ismétli önmagát



Káosz

Érzékeny a kis kezdeti változásokra



Edward Lorenz, amerikai meteorológus

Kerekítési hiba: a számítógép 6 tizedesjegy pontossággal dolgozott, de csak 3 tizedesjegy pontosan *nyomtatta ki* az adatokat

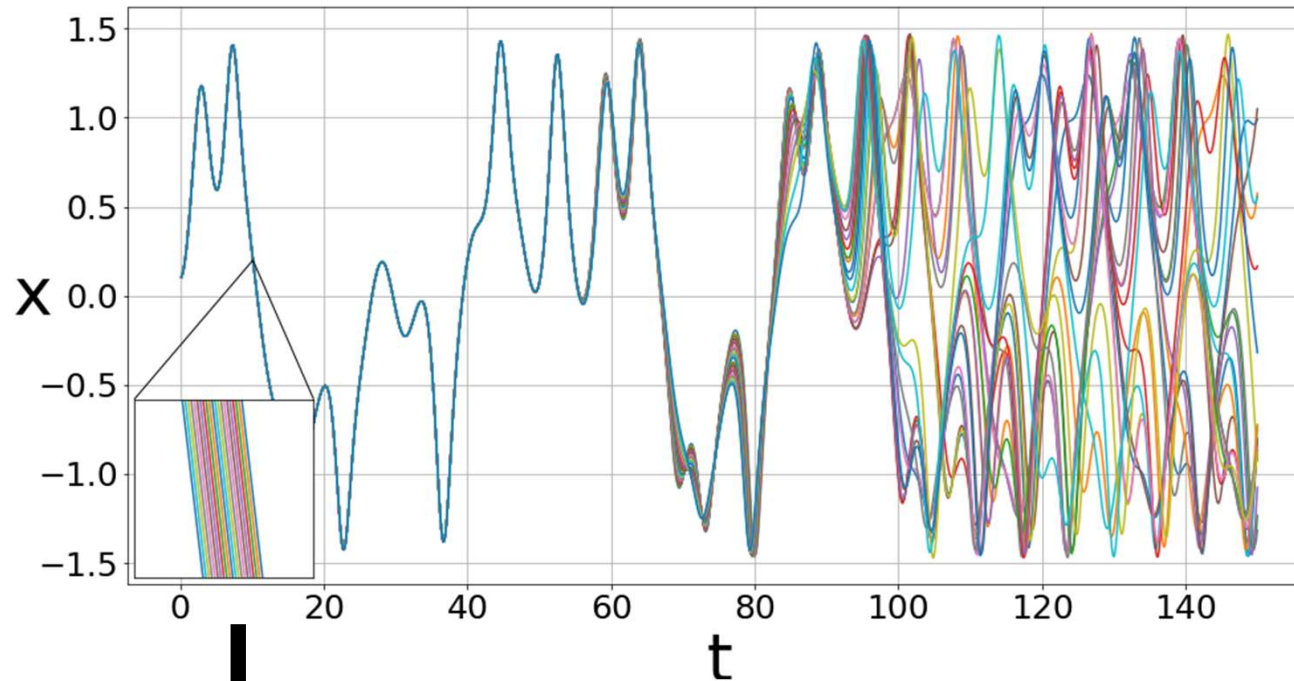
Ezzel megismételve a szimulációt a kis különbség ellenére *teljesen más jött ki*



Lorenz számítógépe 1963-ban

Káosz

Érzékeny a kis kezdeti változásokra



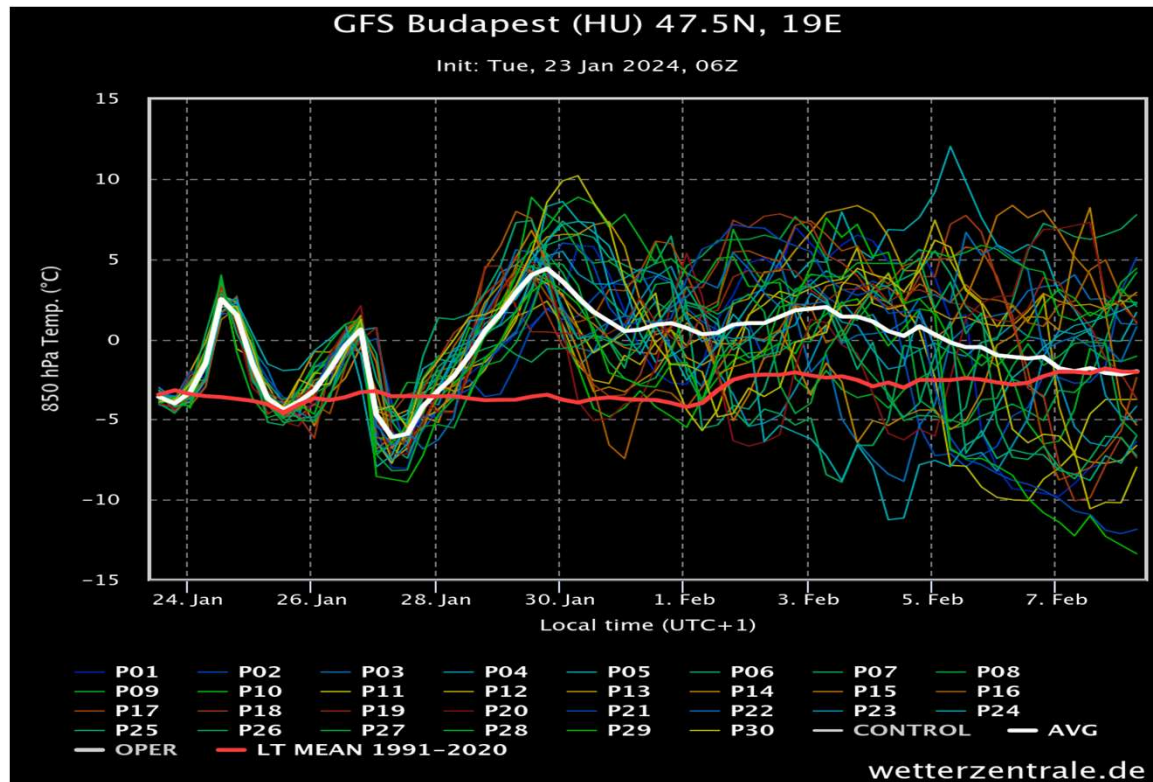
21db görbe, 10^{-9} távolságra egymástól

Ez az ún. **fáklyadiagram**, ezzel kapcsolatban szokták emlegetni a "pillangó hatást"



Káosz

Érzékeny a kis kezdeti változásokra



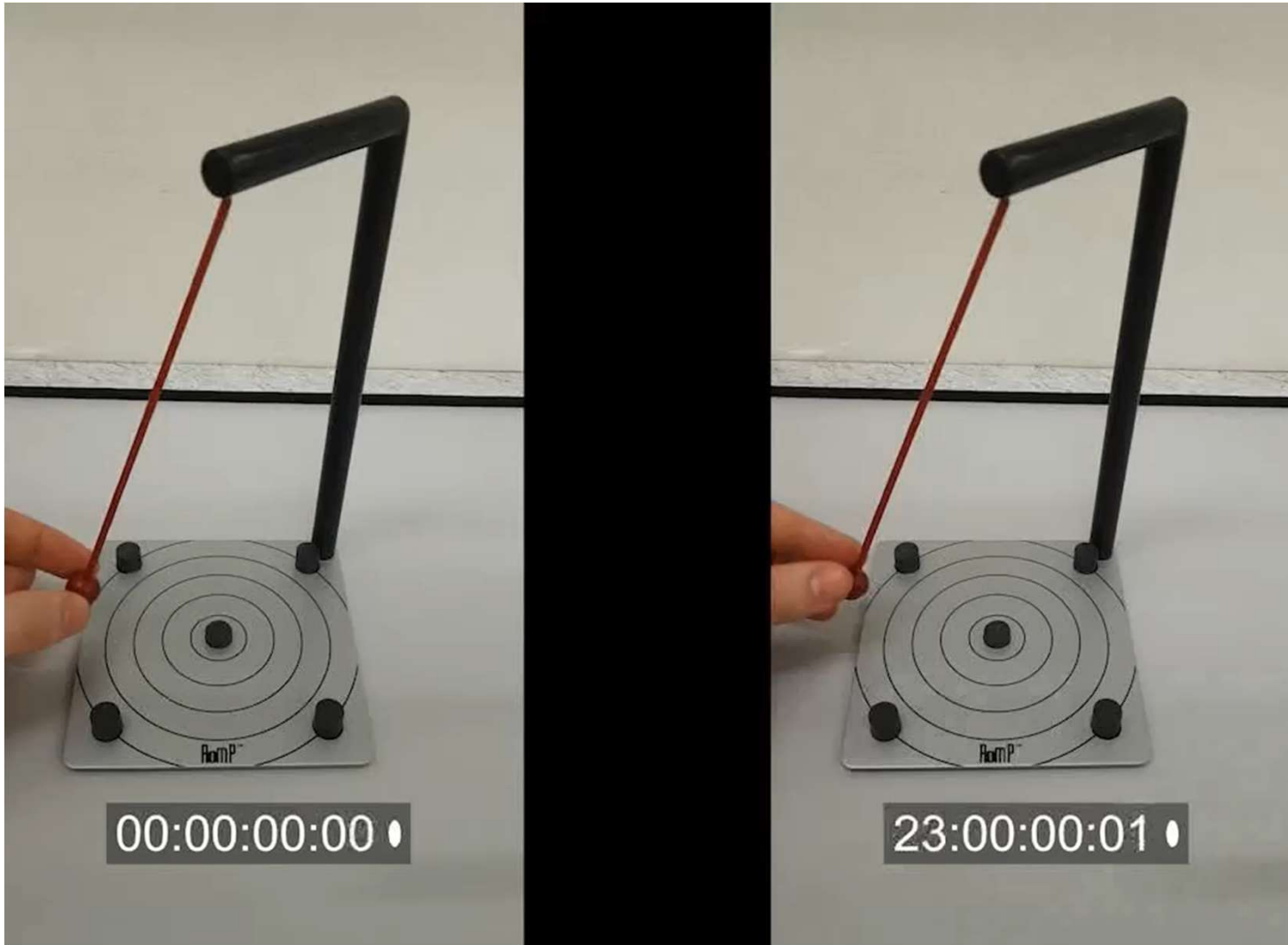
Így működik az **időjárás-előrejelzés** is:

Sok szimulációt futtatnak egymáshoz nagyon közel indítva

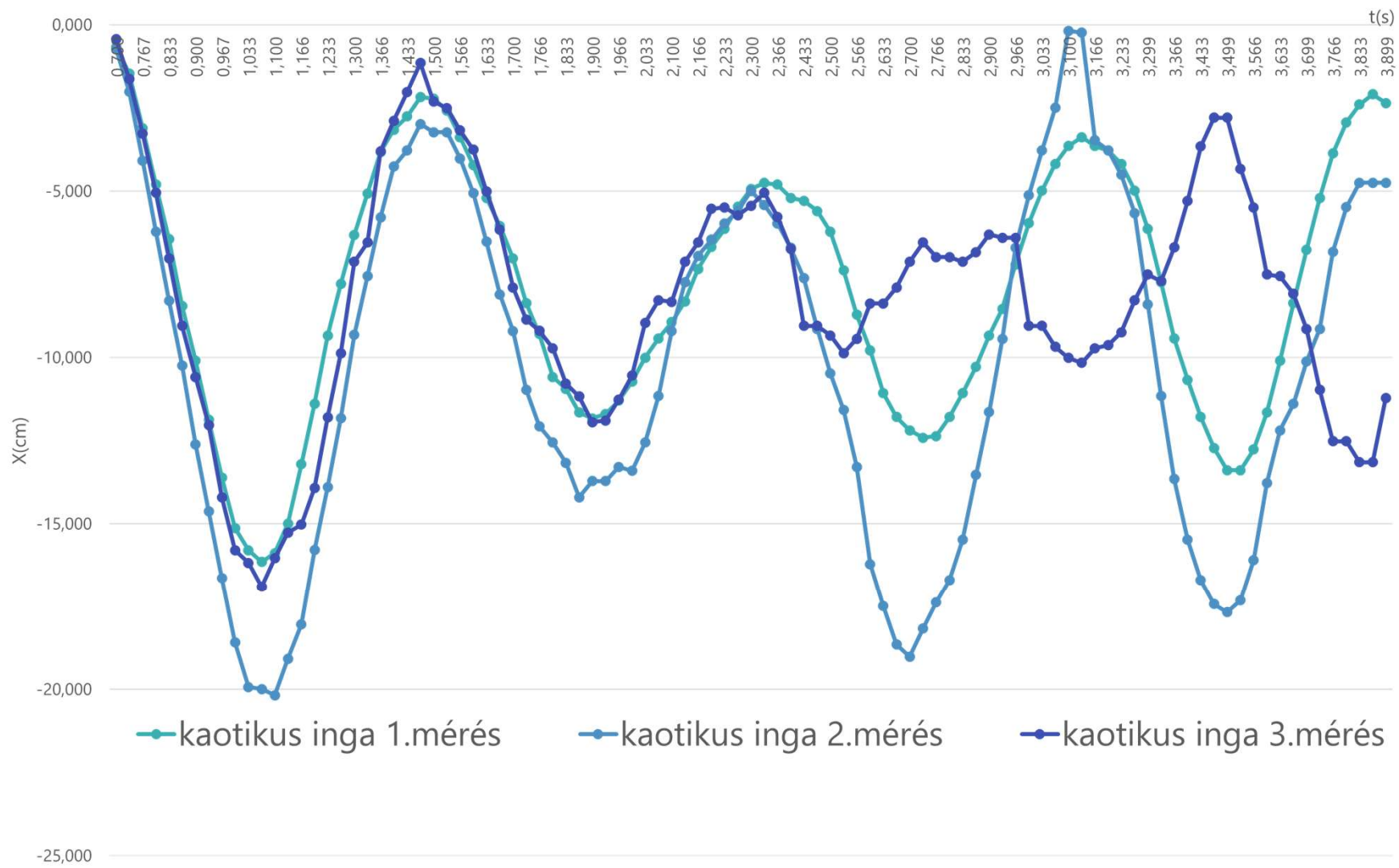
Csak addig pontos az előrejelzés, amíg ezek közel tudnak maradni egymáshoz

Kísérlet

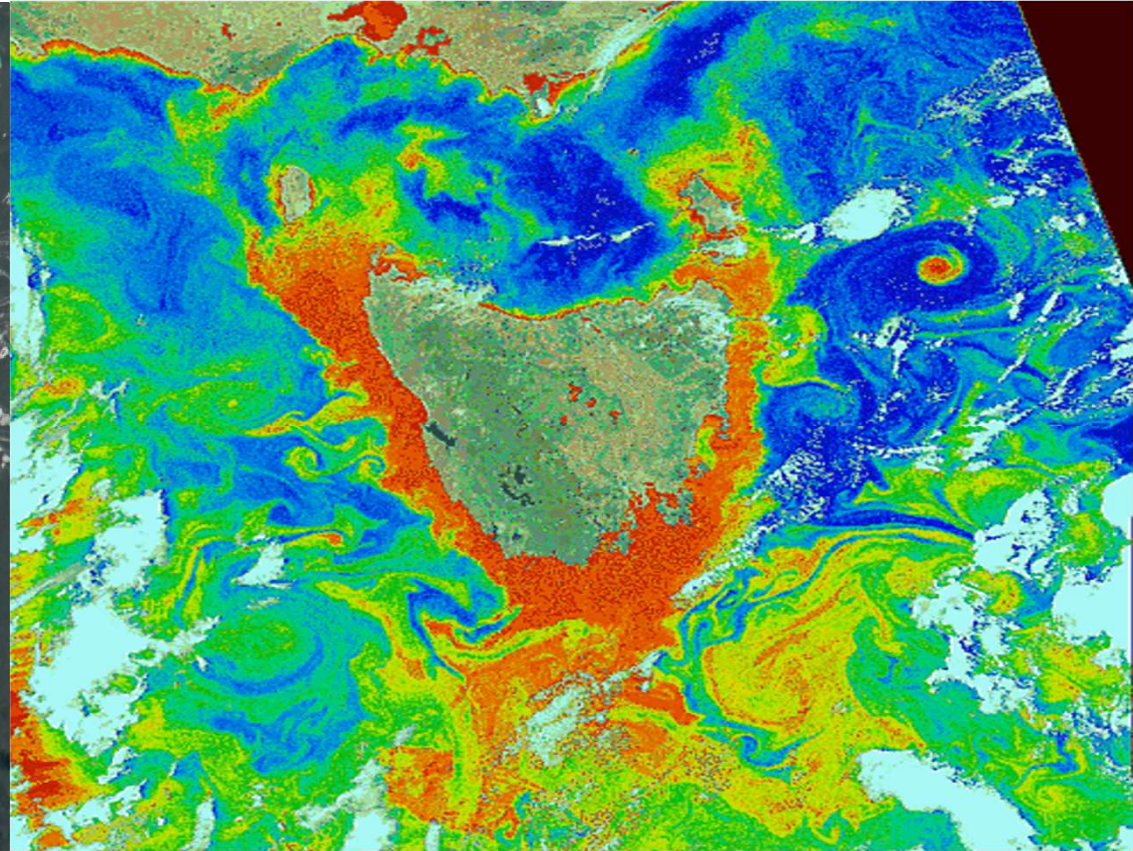
Bemutatja: Kemenczei Edina, matematika-fizika tanárszakos hallgató



X koordináták

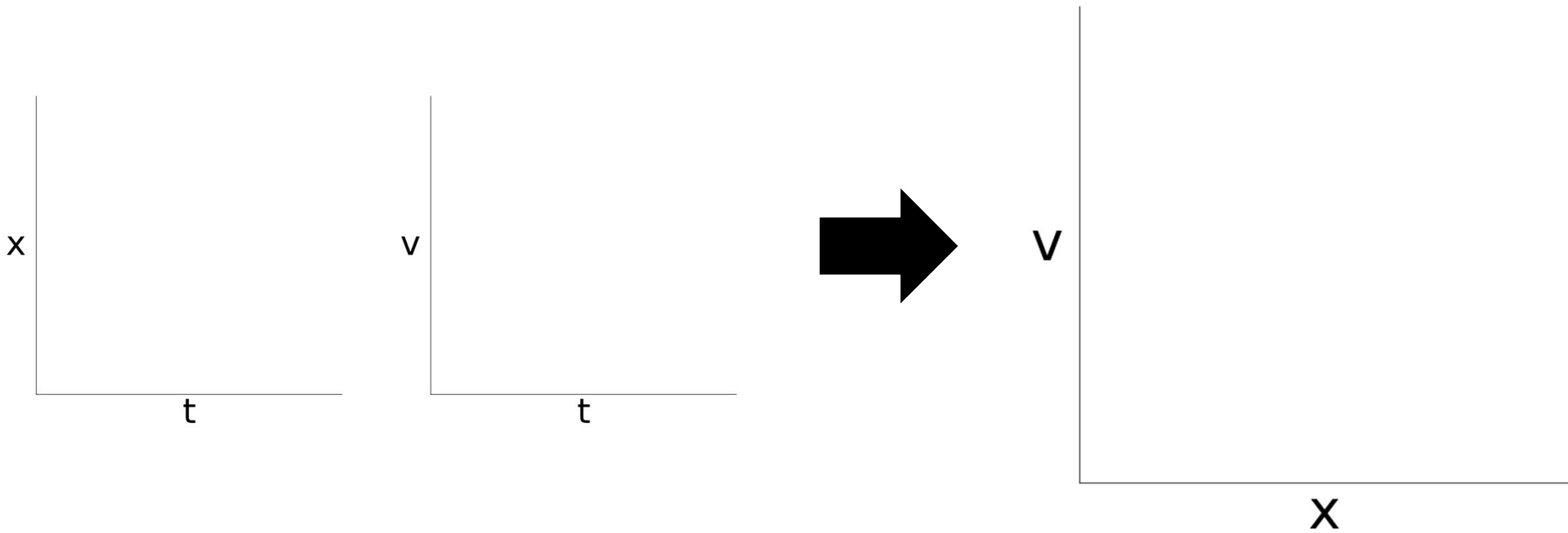






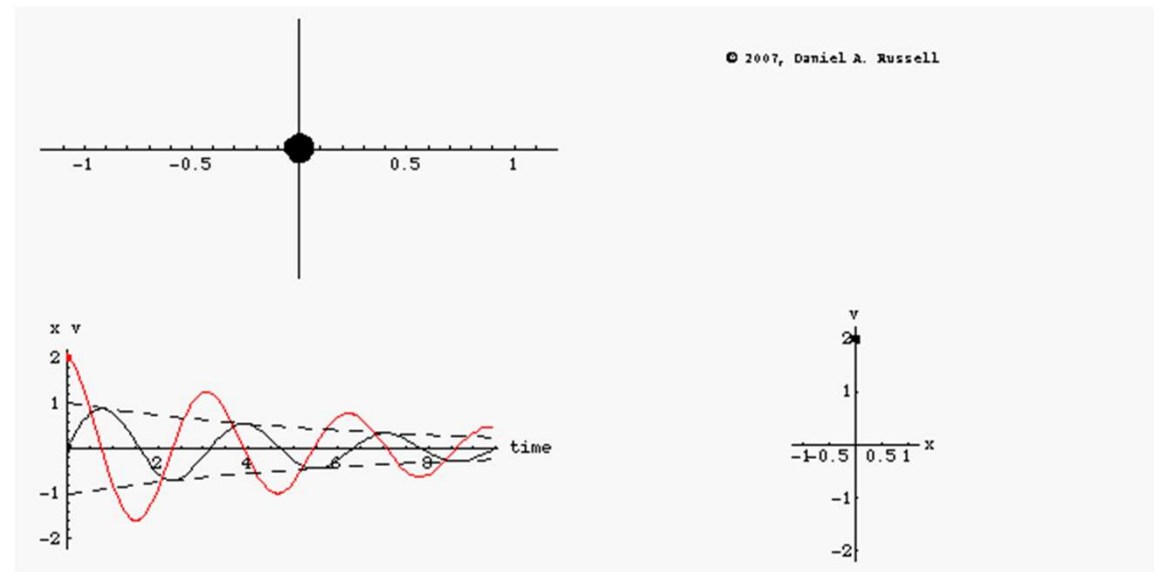
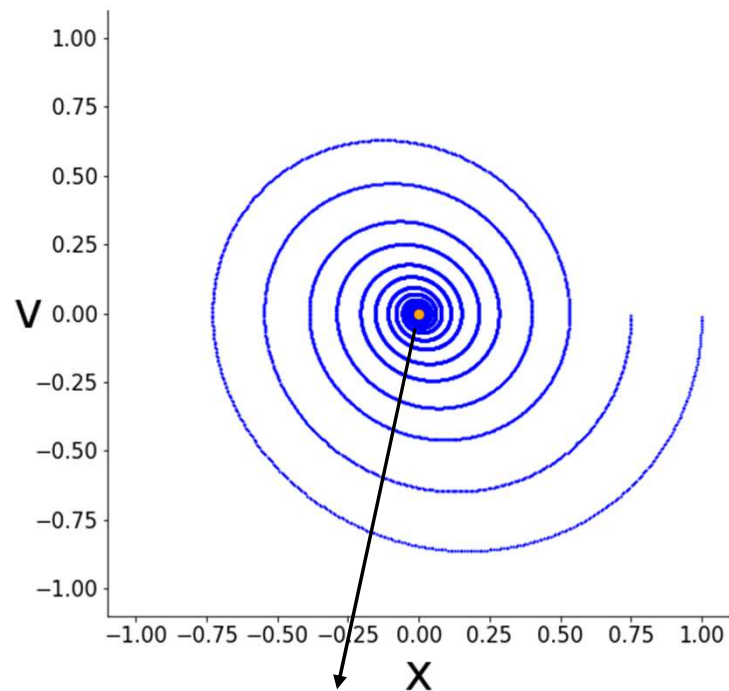
Hely-sebesség ábra

Káoszelméletben gyakran ábrázoljuk a helyet a sebesség függvényében, mert így áttekinthetőbbek a mozgások



Hely-sebesség ábra

Egyszerű rezgőmozgás esetén

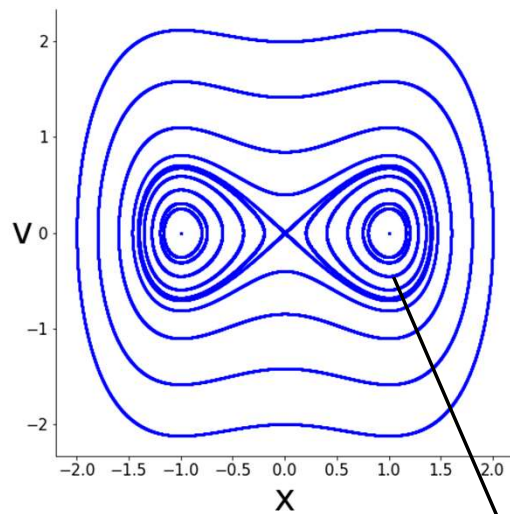


A középső pont "vonzza" a mozgásokat, ezért úgy hívják, hogy **attraktor**

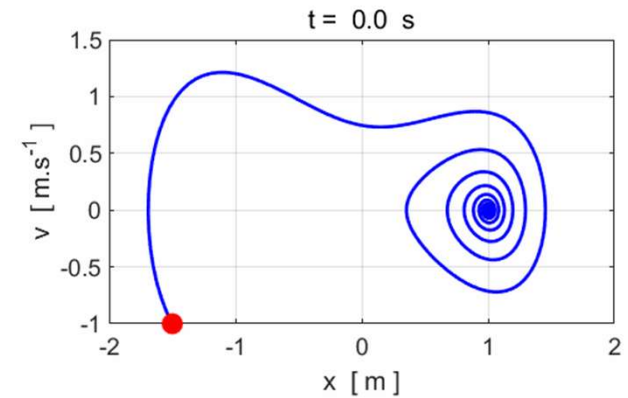
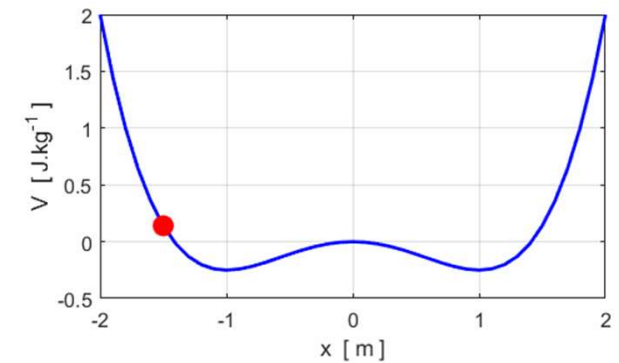
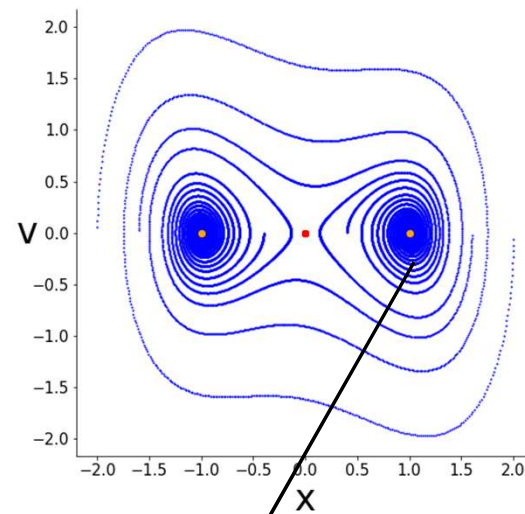
Hely-sebesség ábra

Ún. kettős stabilitású rendszer

Súrlódás nélkül



Súrlódással

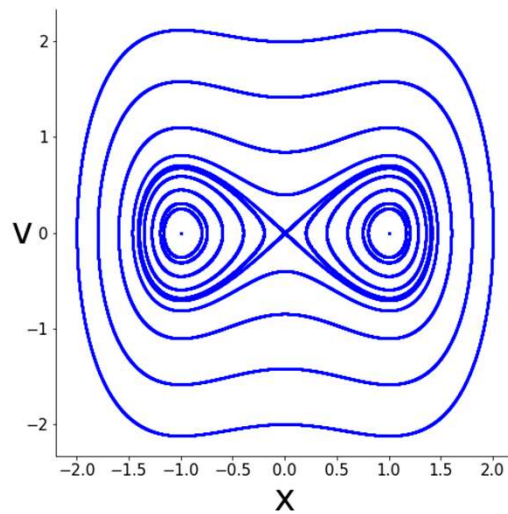


Ez a rész olyan mint egy sima rezgőmozgás

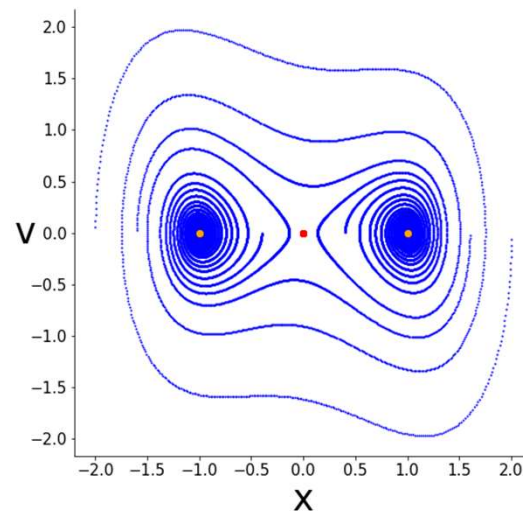
Hely-sebesség ábra

Ún. kettős stabilitású rendszer

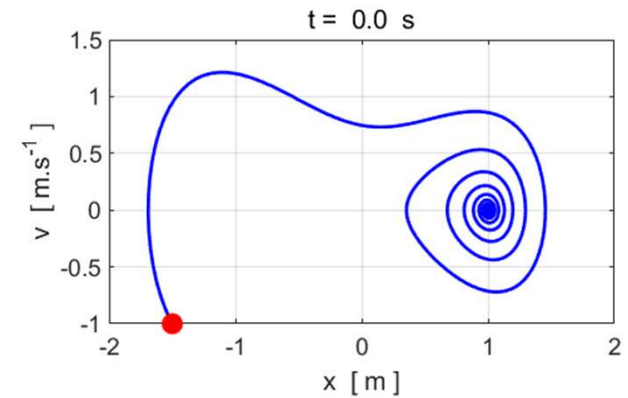
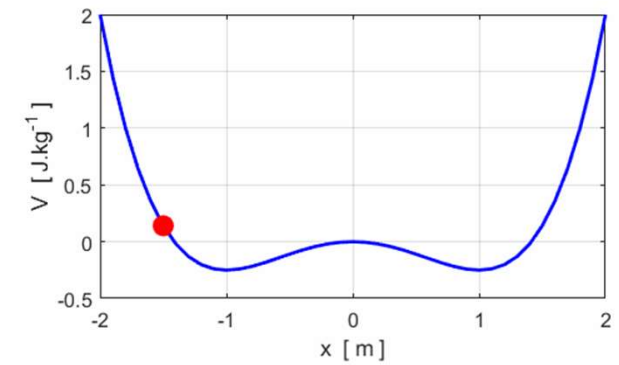
Súrlódás nélkül



Súrlódással

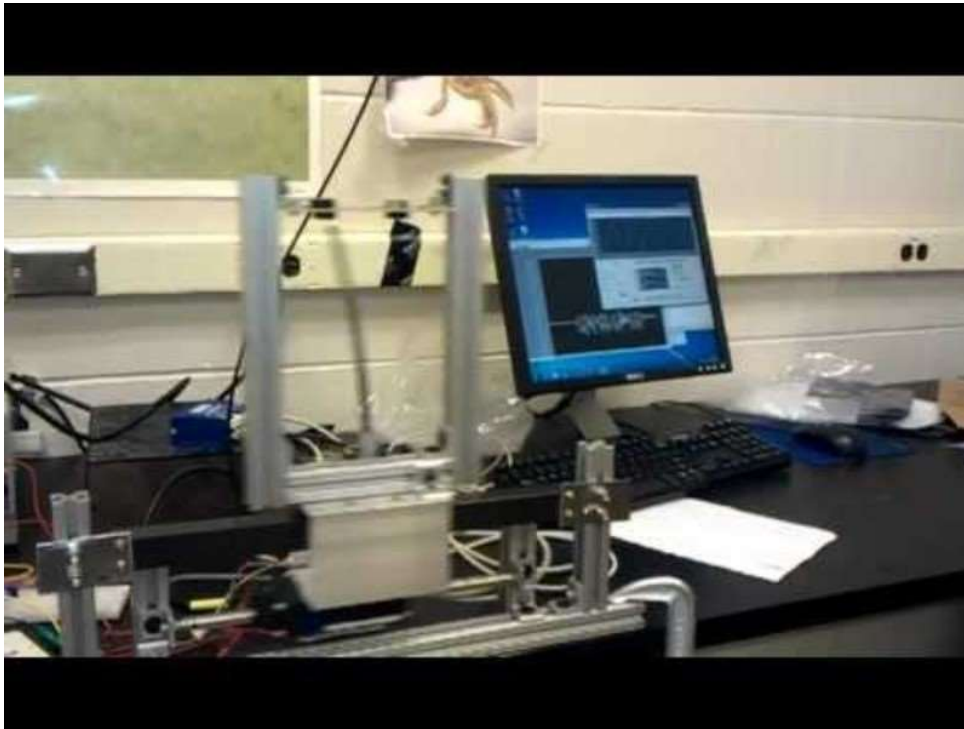


+ gerjesztés



Kaotikus hely-sebesség ábra

Kettős stabilitású rendszer + gerjesztés

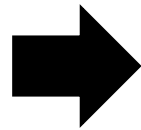
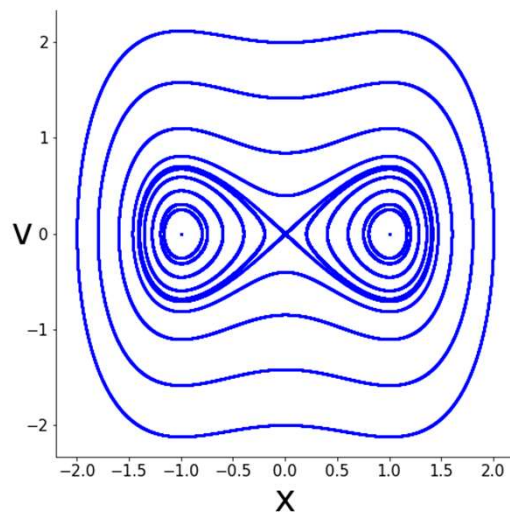


A rudat két mágnes vonzza (kettős stabilitás), és az egészet periodikusan rázzuk (gerjesztés)

Ez az ún. Duffing oszcillátor, egy kaotikusan mozgó rendszer

Kaotikus hely-sebesség ábra

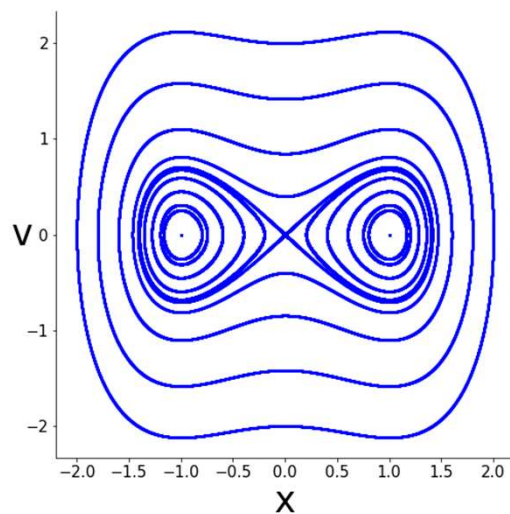
Ha nincs súrlódás, a mozgás típusa függ attól hogy honnan indítjuk



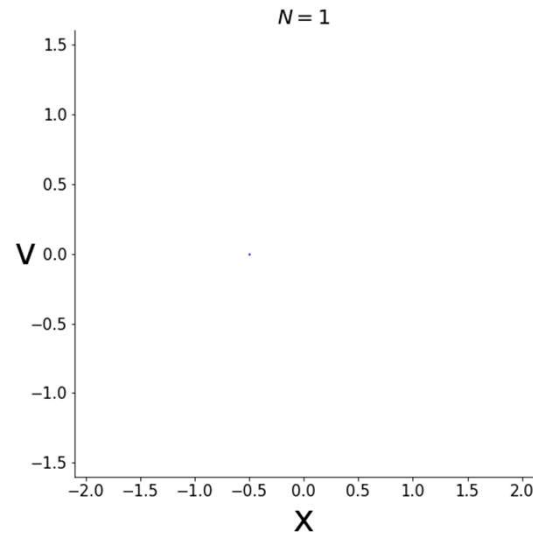
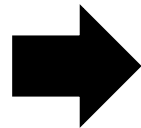
+ gerjesztés

Kaotikus hely-sebesség ábra

Ha nincs súrlódás, a mozgás típusa függ attól hogy honnan indítjuk



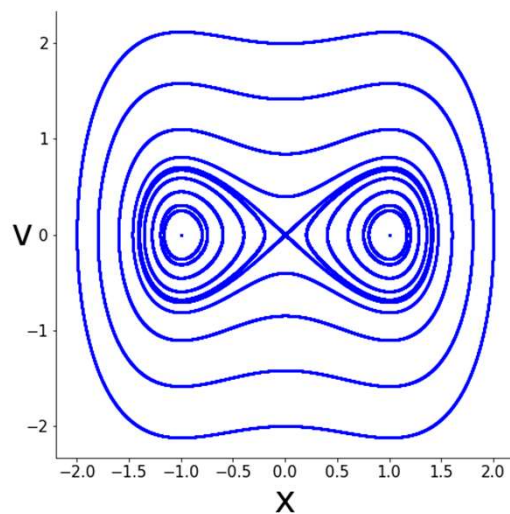
+ gerjesztés



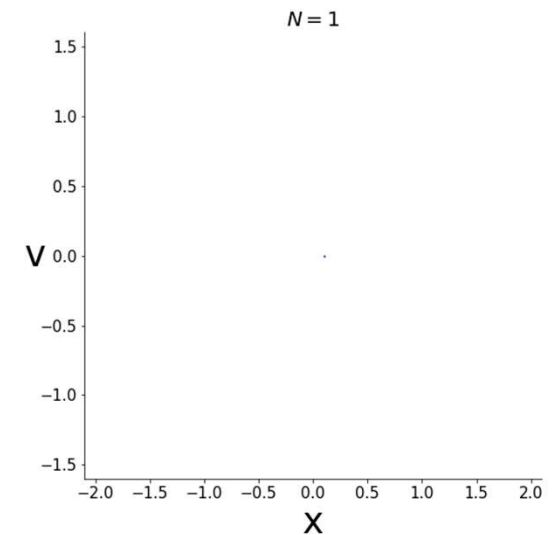
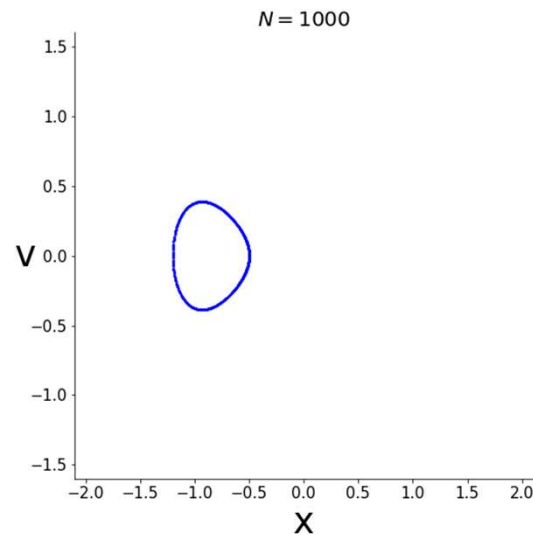
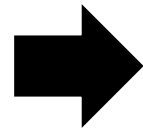
Egyszer szabályos alakzatot kapunk,
máskor viszont valami bonyolultat

Kaotikus hely-sebesség ábra

Ha nincs súrlódás, a mozgás típusa függ attól hogy honnan indítjuk



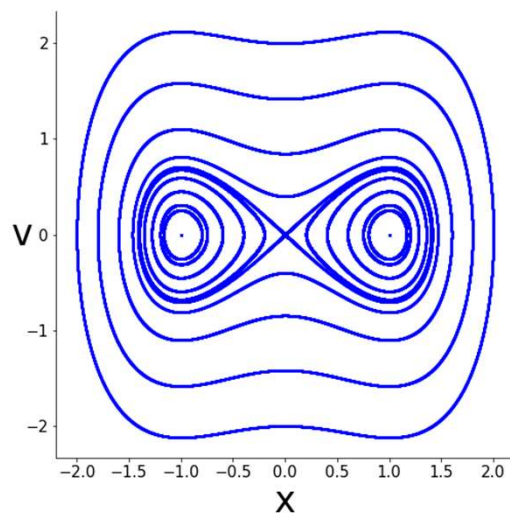
+ gerjesztés



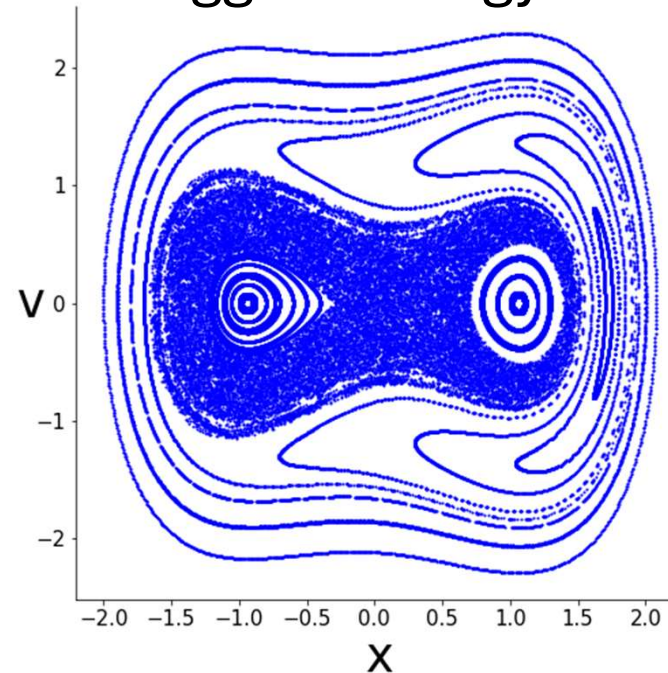
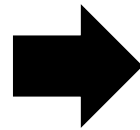
Egyszer szabályos alakzatot kapunk,
máskor viszont valami bonyolultat

Kaotikus hely-sebesség ábra

Ha nincs súrlódás, a mozgás típusa függ attól hogy honnan indítjuk



+ gerjesztés



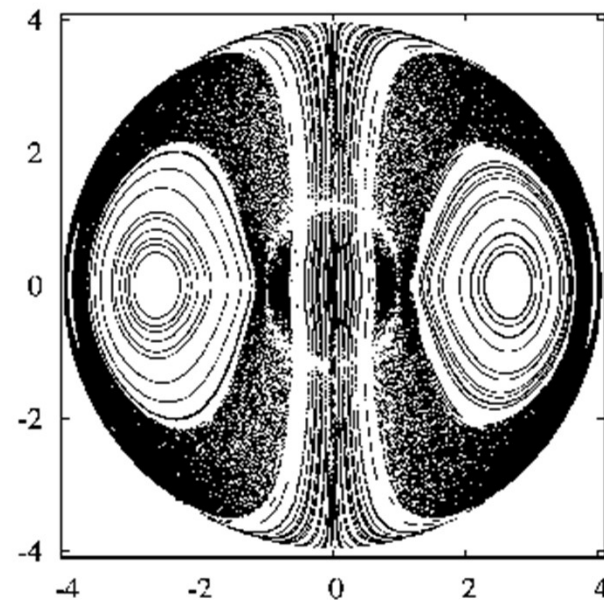
Sok különböző helyről indítva mozgásokat feltérképezhetjük az egész síkot

Kaotikus hely-sebesség ábra

Kettős inga



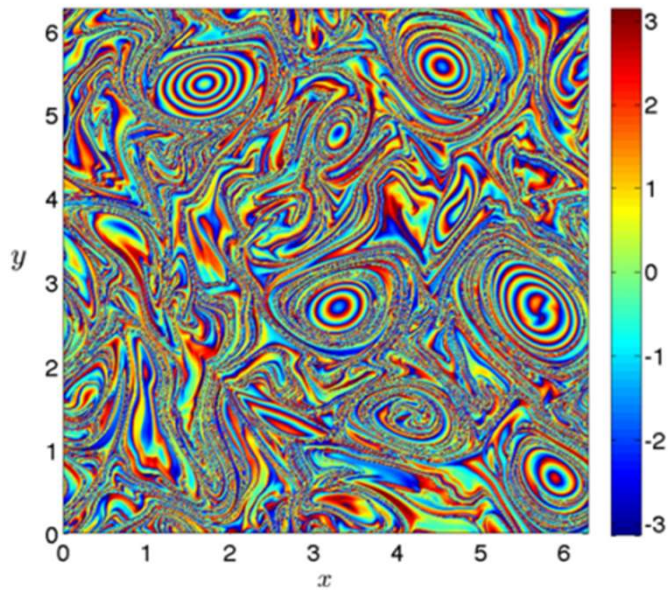
Mágneses inga



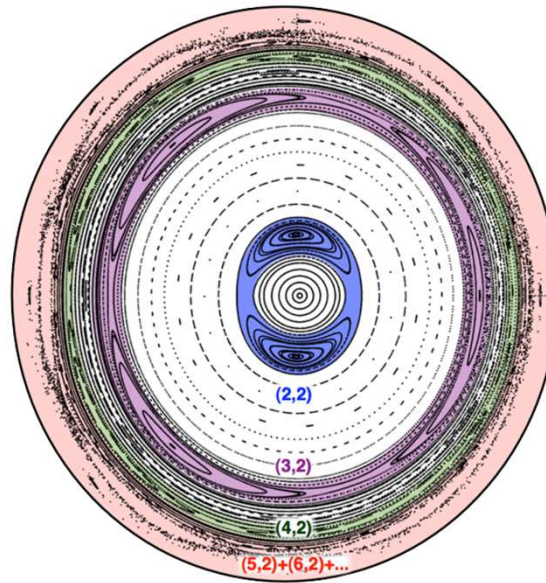
A közegellenállás mindkét esetben el van hanyagolva

Kaotikus hely-sebesség ábra

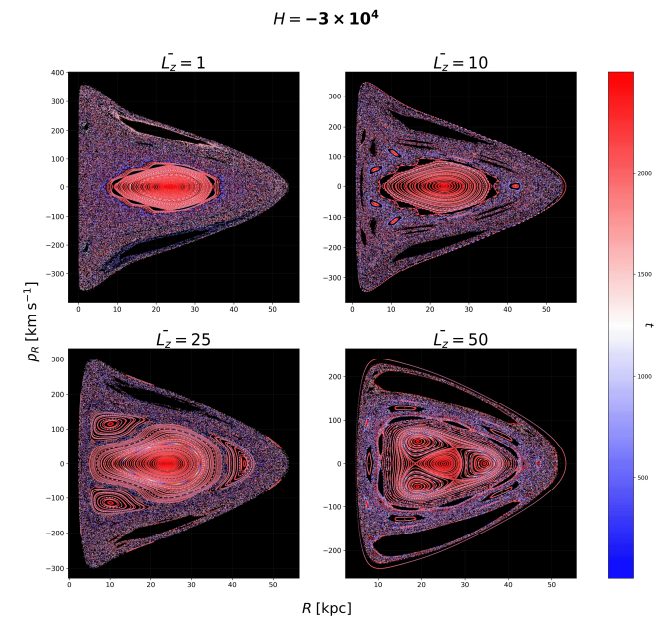
Ilyen alakzatok jellemeznek pl:



Örvényeket



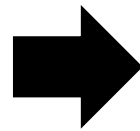
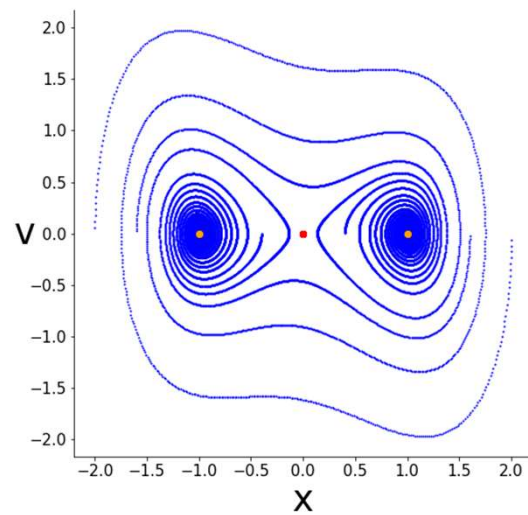
Fúziós reaktorokat



Galaxisokat

Kaotikus hely-sebesség ábra

Ha van súrlódás, akkor attraktort kapunk

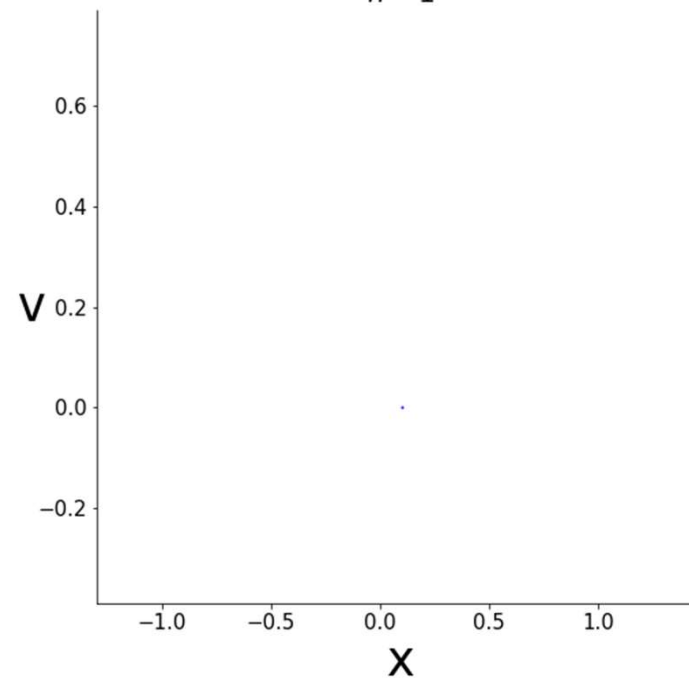
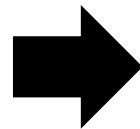
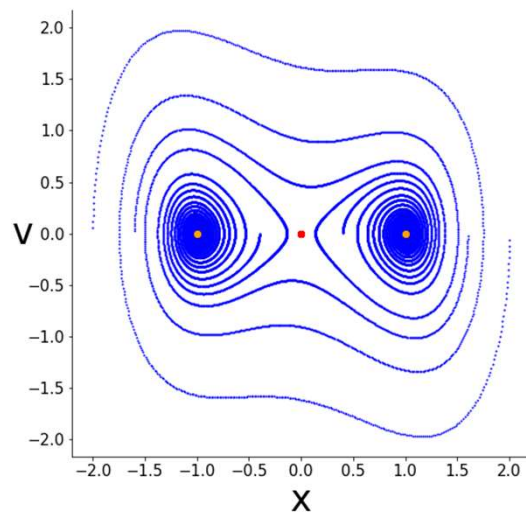


+ gerjesztés

Kaotikus hely-sebesség ábra

Ha van súrlódás, akkor attraktort kapunk

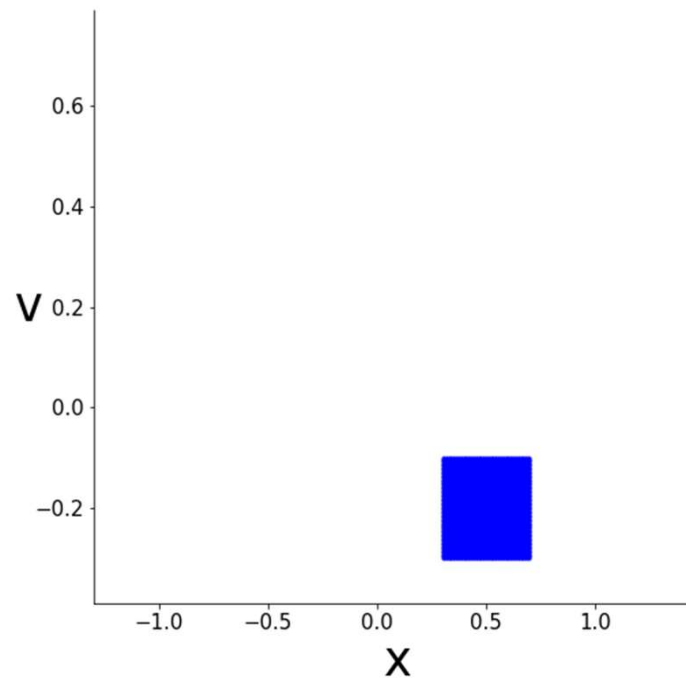
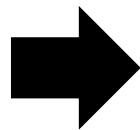
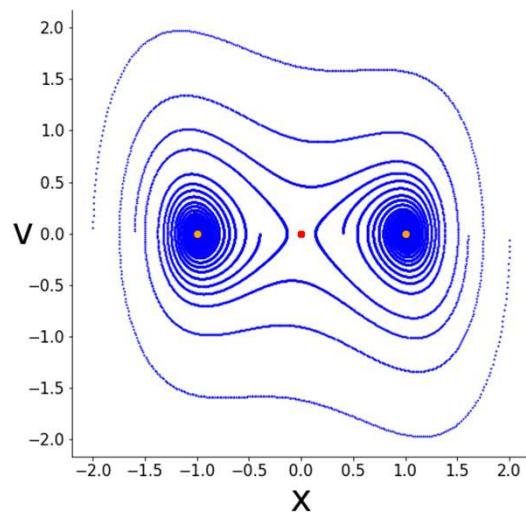
$n = 1$



+ gerjesztés

Kaotikus hely-sebesség ábra

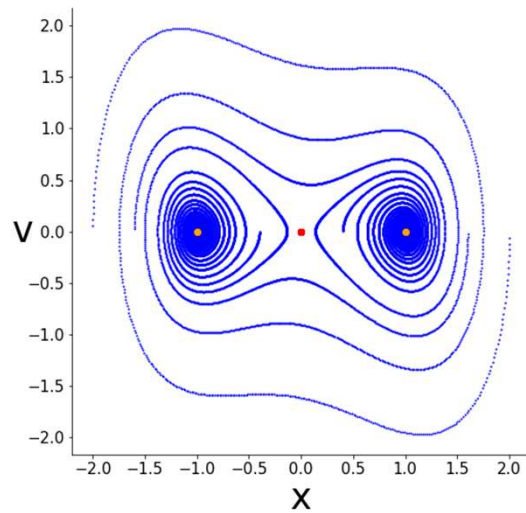
Ha van súrlódás, akkor attraktort kapunk



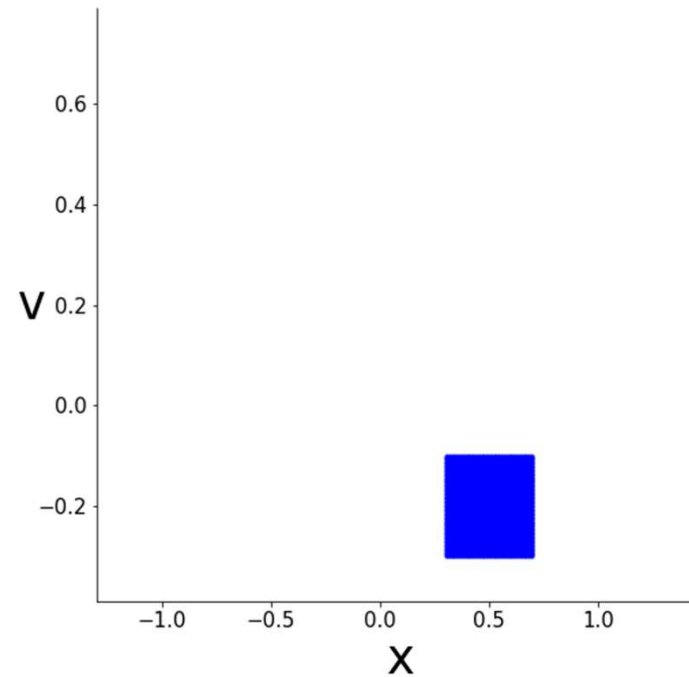
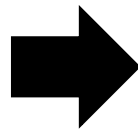
+ gerjesztés

Kaotikus hely-sebesség ábra

Ha van sűrűdés, akkor attraktort kapunk



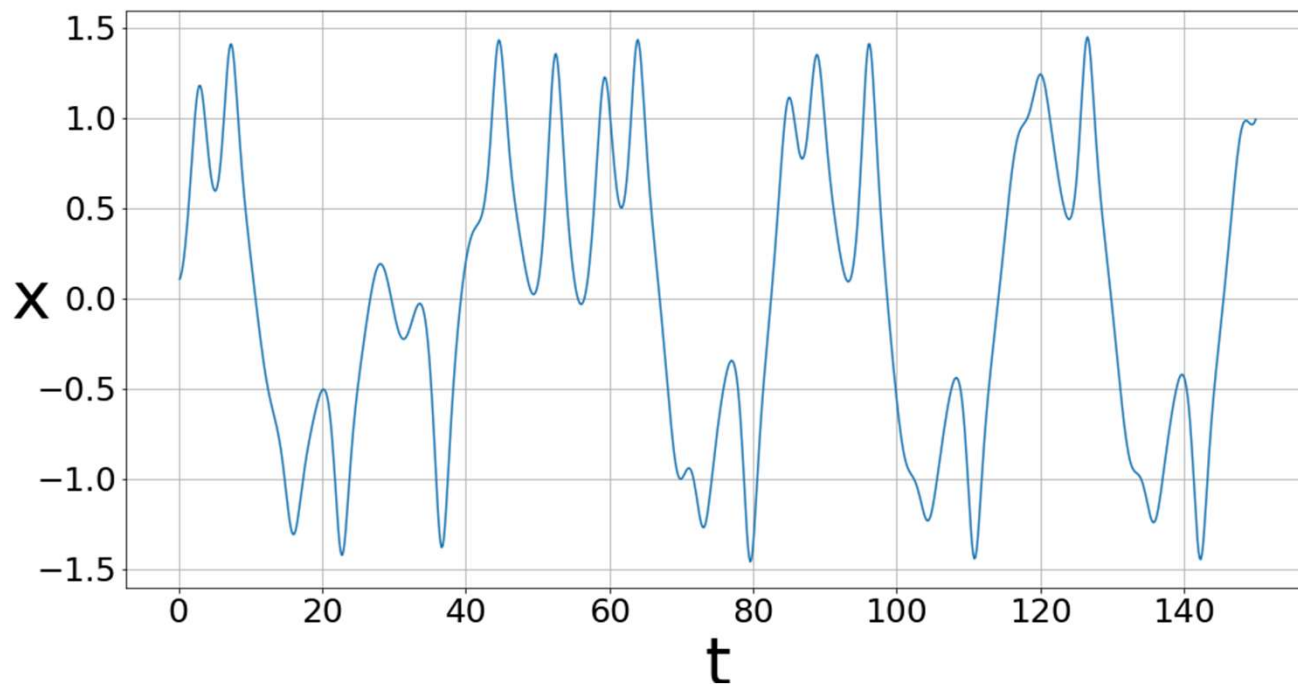
+ gerjesztés



Bonyolult alakzat, de ez is attraktor, a neve **kaotikus attraktor** vagy különös attraktor

Kaotikus hely-sebesség ábra

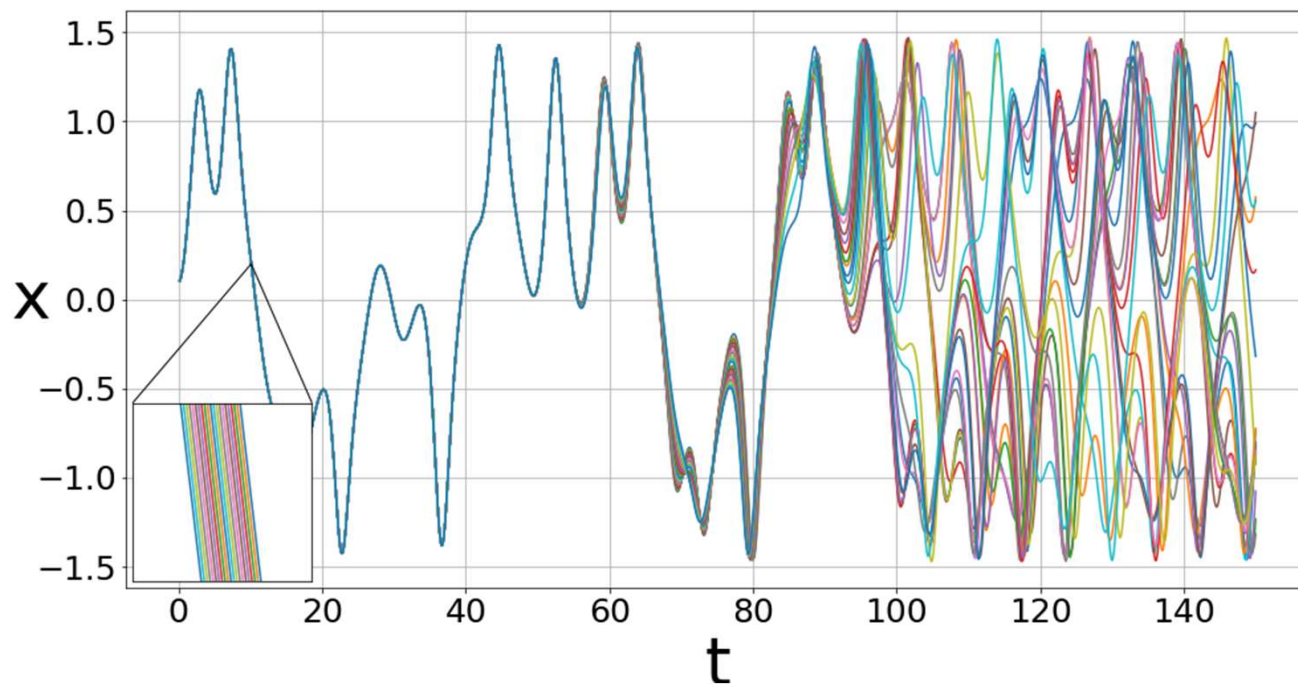
Ha van súrlódás, akkor attraktort kapunk



Az időbeli viselkedést megnézve látszik, hogy az attraktor tényleg kaotikus

Kaotikus hely-sebesség ábra

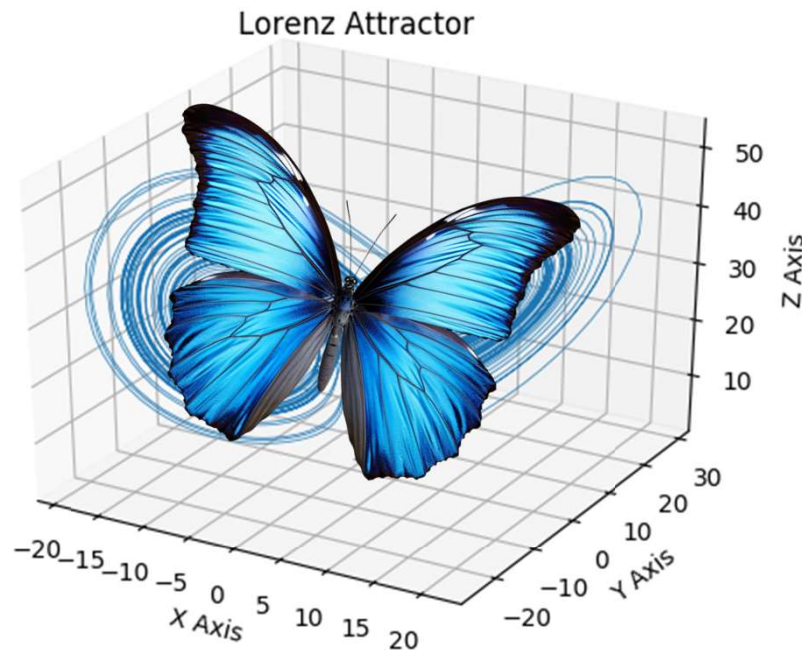
Ha van súrlódás, akkor attraktort kapunk



A "pillangó hatás" csak az attraktoron belül érvényes, minden más mozgás egyértelműen az attraktorhoz tart

Kaotikus hely-sebesség ábra

Kaotikus attraktort kapunk pl ha időjárást szeretnénk modellezni



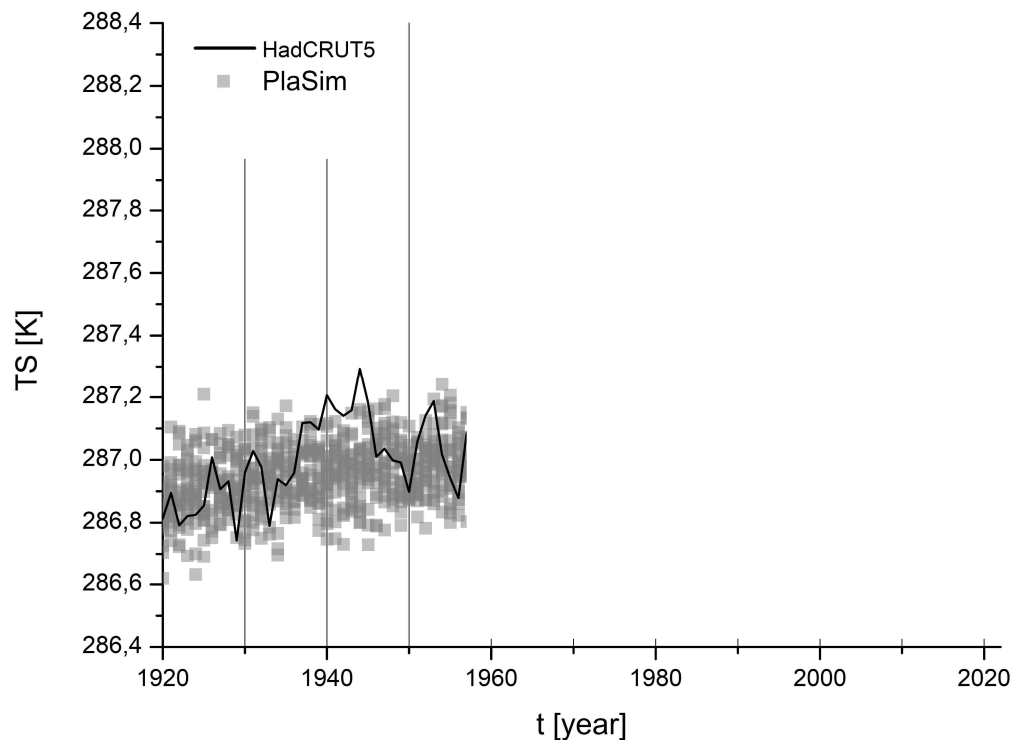
Ez az ún. Lorenz-attraktor, egy *nagyon egyszerű* időjárással kapcsolatos modell megoldása

Ha realisztikusabb modellt szeretnénk, akkor több 10 ezer változót kellene figyelembe vennünk

A megoldás akkor is egy kaotikus attraktor lesz

Klíma és káosz

Tágabb értelemben a Föld klímája is kaotikus

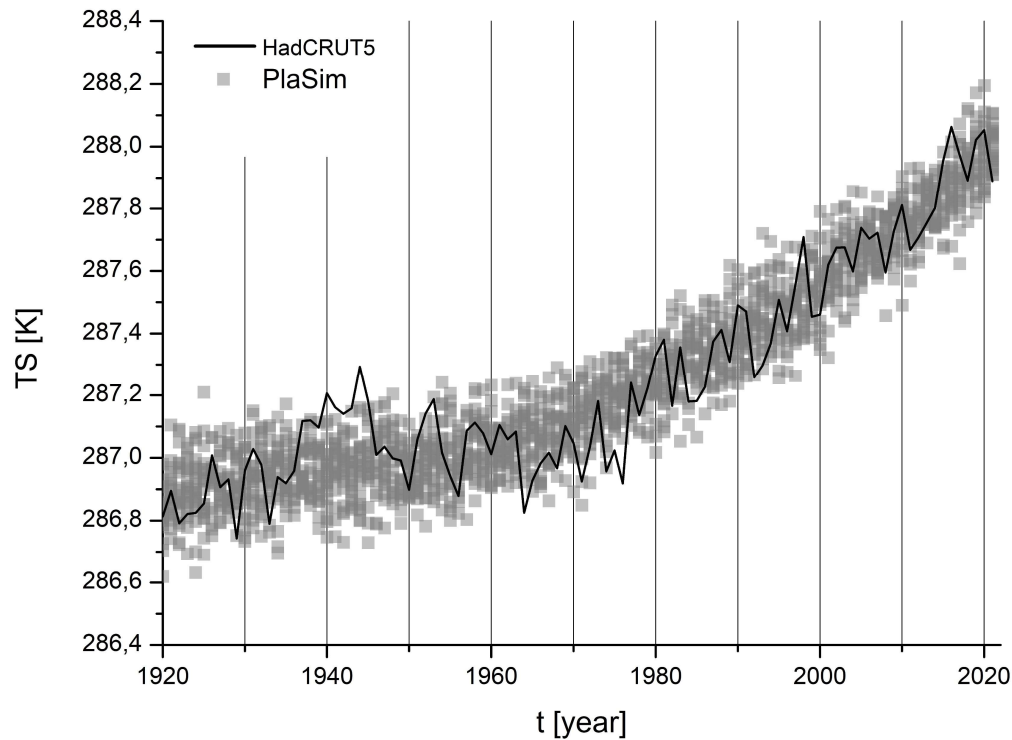


Egy sokváltozós
klímaszimulációban az attraktort
az időbeli viselkedés
korlátozottságában lehet
észrevenni

Kérdés: mi történik akkor, ha van
klímaváltozás?

Klíímaváltozás és káosz

Tágabb értelemben a Föld klímája is kaotikus



Egy sokváltozós
klímaszimulációban az attraktort
az időbeli viselkedés
korlátozottságában lehet
észrevenni

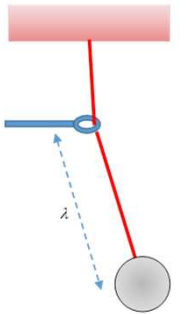
Kérdés: mi történik akkor, ha van
klímaváltozás?

Klímaváltozás és káosz

Általánosan, a klímaváltozás ún. *paraméterváltozásnak* felel meg

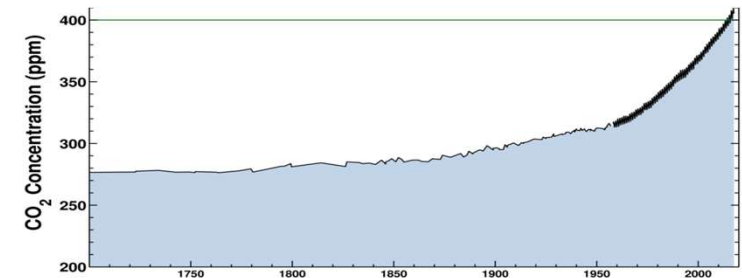
Ez annyit jelent, hogy a vizsgált rendszer egyik korábban állandó paraméterének értéke időben változni kezd

Egyszerű példa: egy inga hosszát folyamatosan csökkentjük



Klímaváltozás esetén változhat pl a légköri szén-dioxid koncentráció:

$$n_{\text{CO}_2} = \text{állandó} \quad \longrightarrow \quad n_{\text{CO}_2} = a + bt$$



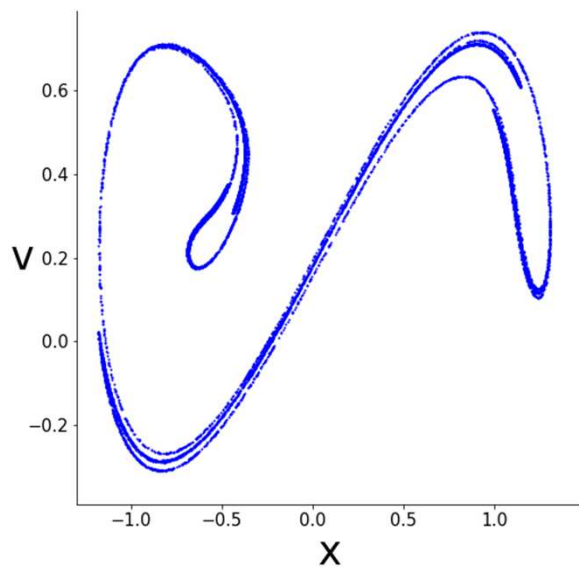
Általánosan a kérdés: mi történik ilyenkor egy attraktormal?

Változó paraméterű káosz

Nézzük meg megint a Duffing oszcillátort mint egyszerű példát

Változzon a gerjesztés amplitúdója időben: $A = A_0 + \alpha t$

Vagyis **egyre erősebben rángatom** a rendszert

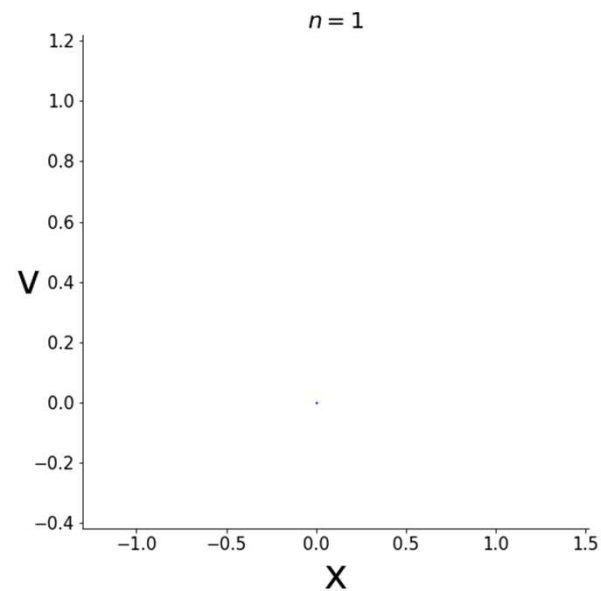
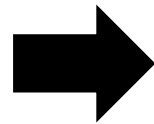
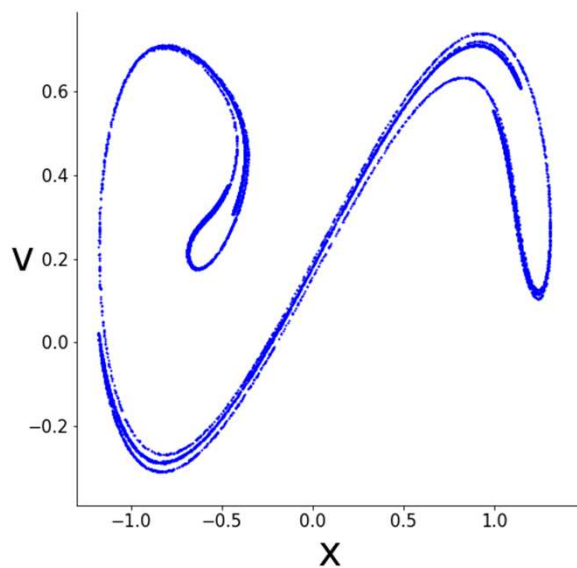


Változó paraméterű káosz

Nézzük meg megint a Duffing oszcillátort mint egyszerű példát

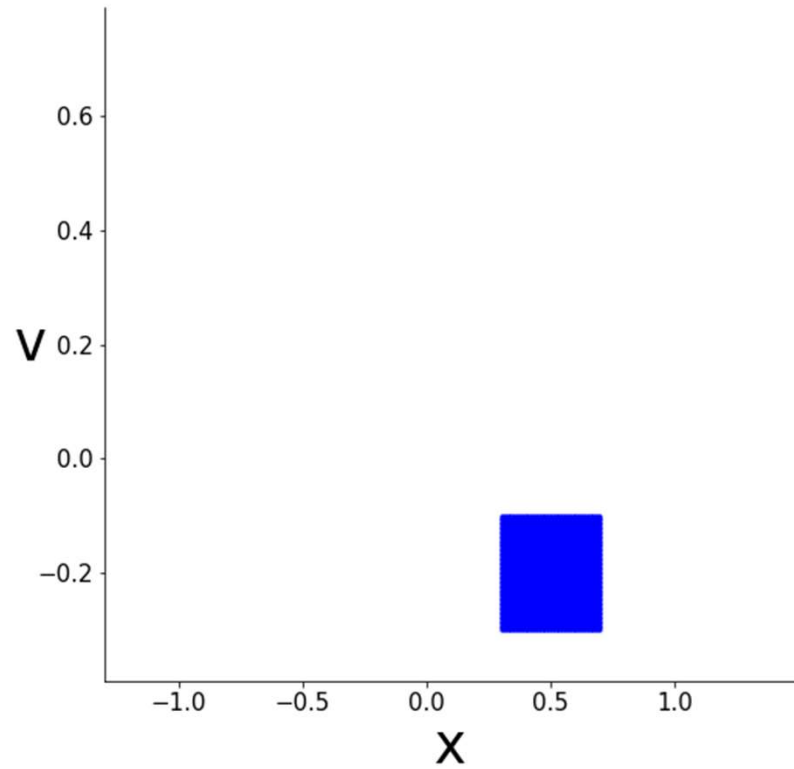
Változzon a gerjesztés amplitúdója időben: $A = A_0 + \alpha t$

Vagyis **egyre erősebben rángatom** a rendszert



Más mint az előző,
sokkal "elkentebb"
az alakja

Változó paraméterű káosz

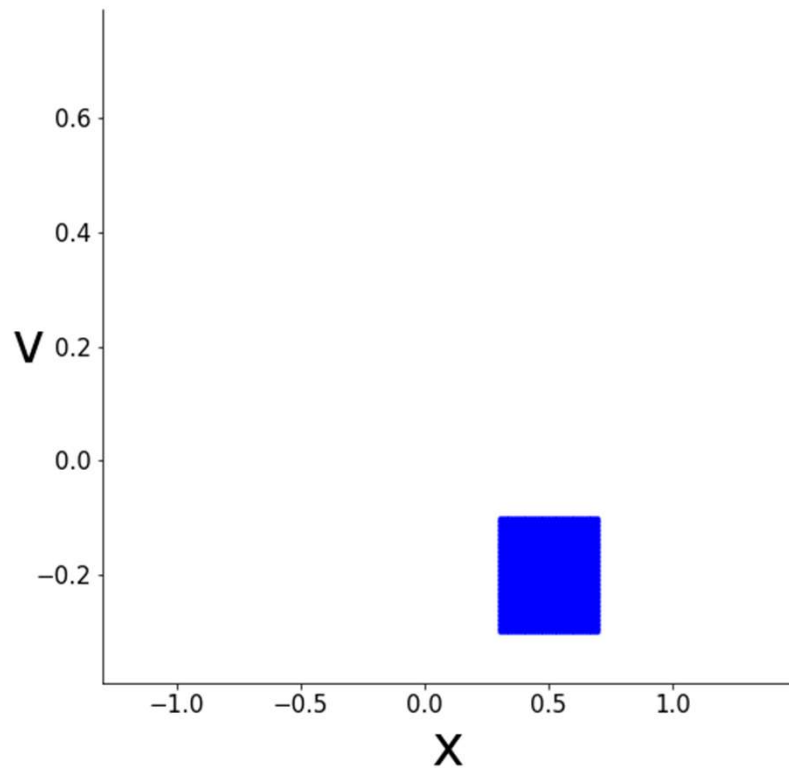


Változó paraméterű káosz

Az attraktor alakja változik időben

Csak úgy látható, ha egyszerre sok mozgást követünk

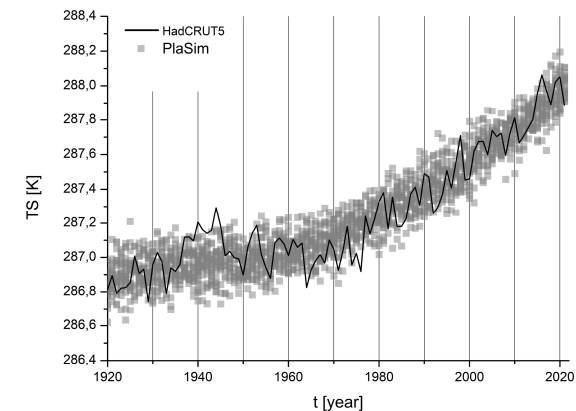
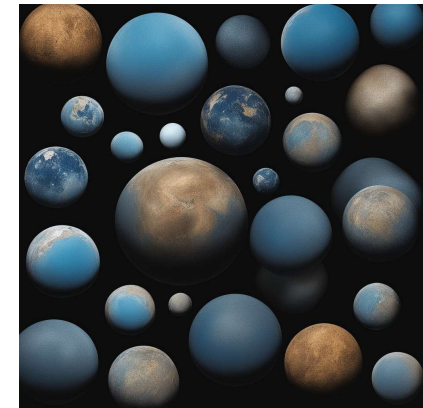
Ez az ún. "pillanatkép attraktor"



Változó paraméterű káosz

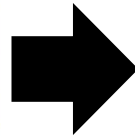
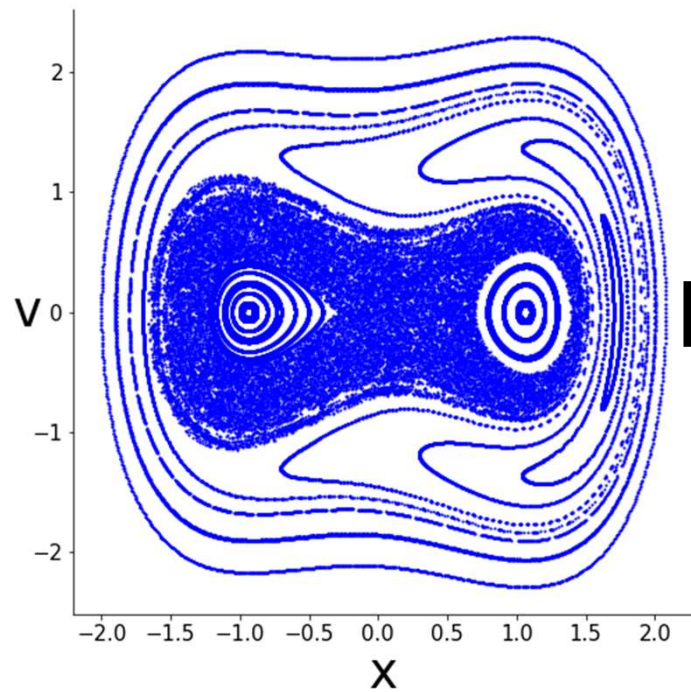
A klímaváltozás szempontjából ez a következőket jelenti:

- **A változó klímát nem érthetjük meg egyetlen szimulációból**
- Helyette **sok "klímát" kell követni egyszerre**
Ez olyan, mintha nagyon sokszor lemásolnánk a Földet ugyanolyan fizikai törvényekkel, de kis változtatásokkal pl a hőmérsékletben
Ez a **párhuzamos klímák elmélete**
- A párhuzamos klímákból persze **a valóságban csak egy valósul meg**



Változó paraméterű káosz

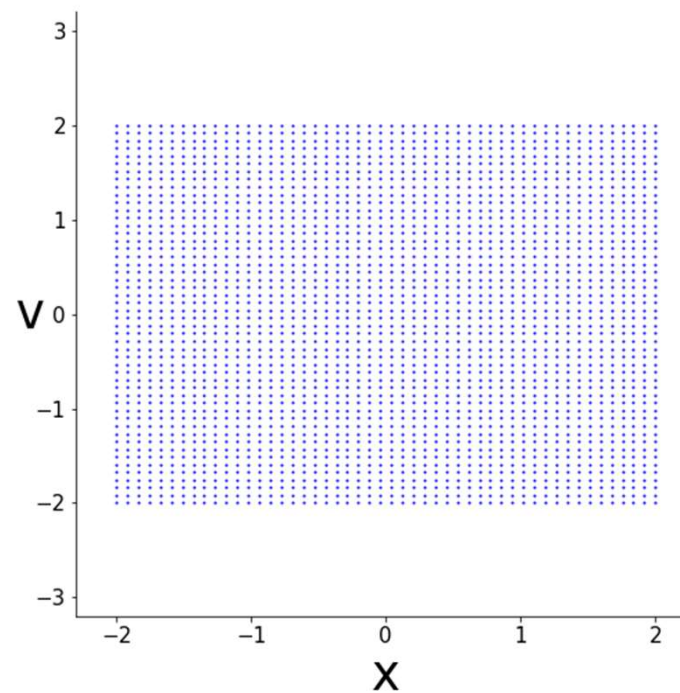
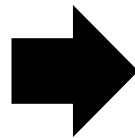
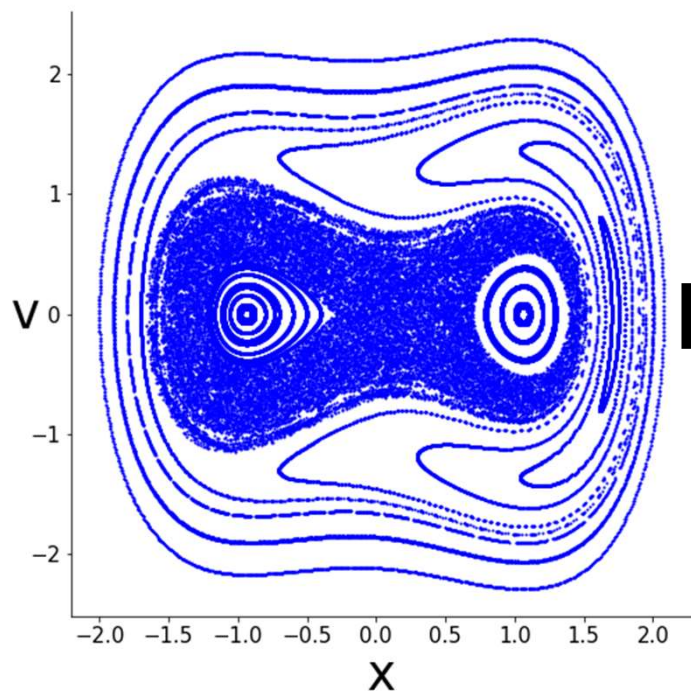
Mi történik ha nincs súrlódás?



?

Változó paraméterű káosz

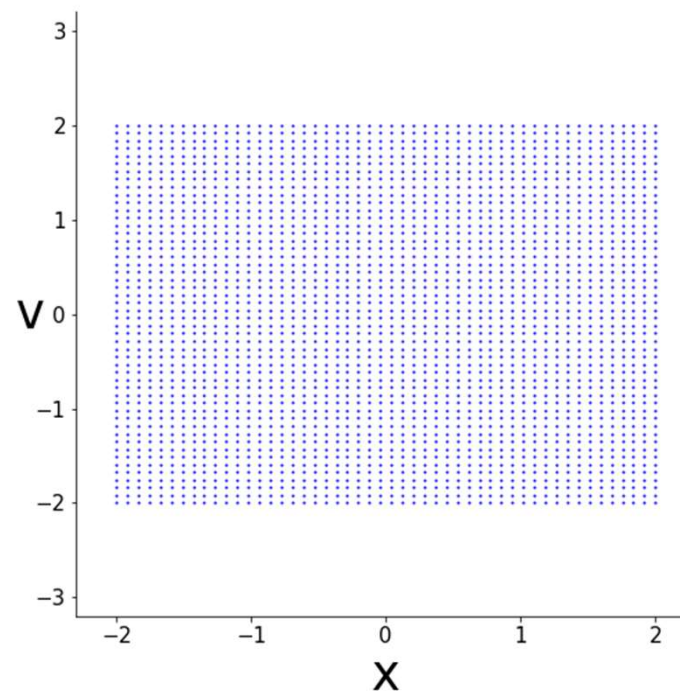
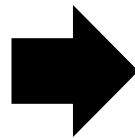
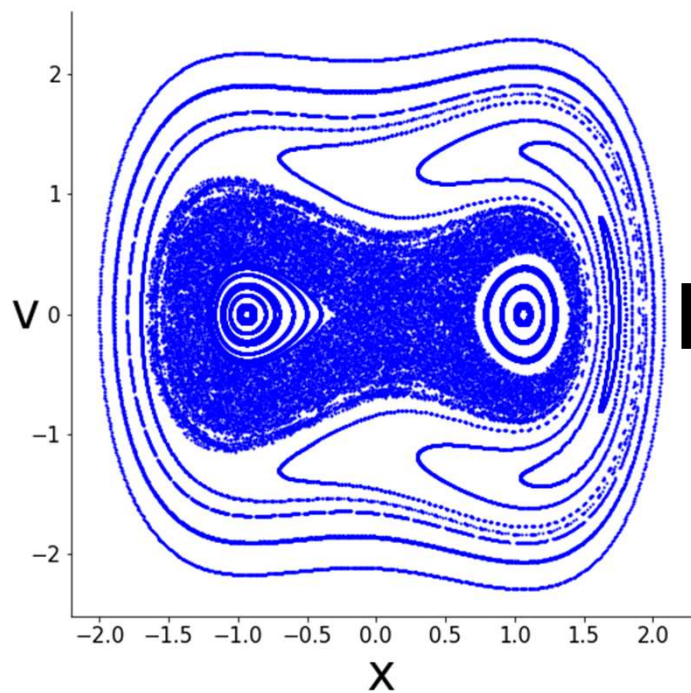
Mi történik ha nincs súrlódás



Sok mozgás
követése egyszerre,
úgy mint a
súrlódásos esetben

Változó paraméterű káosz

Mi történik ha nincs súrlódás

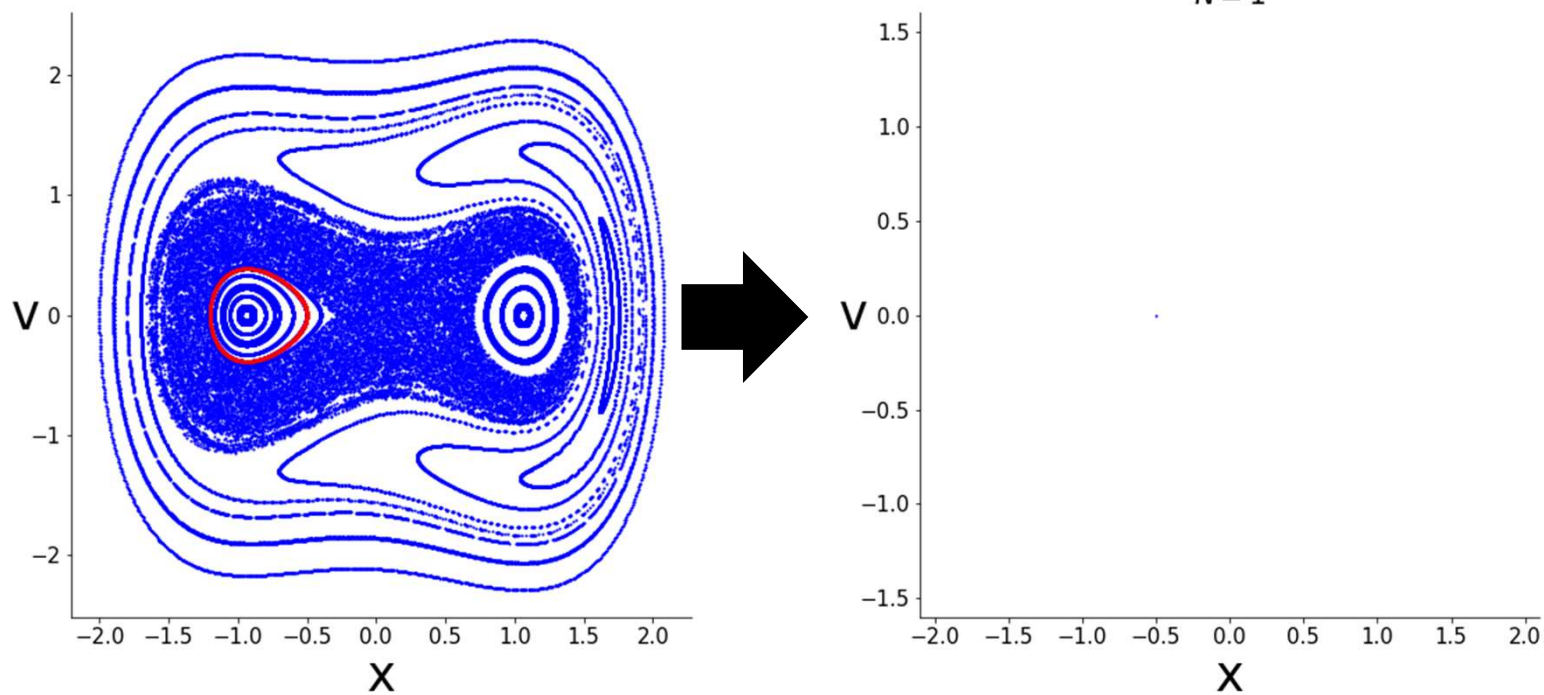


Sok mozgás
követése egyszerre,
úgy mint a
súrlódásos esetben

**Nem látunk semmi
értelmeset**

Változó paraméterű káosz

Mi történik ha nincs súrlódás

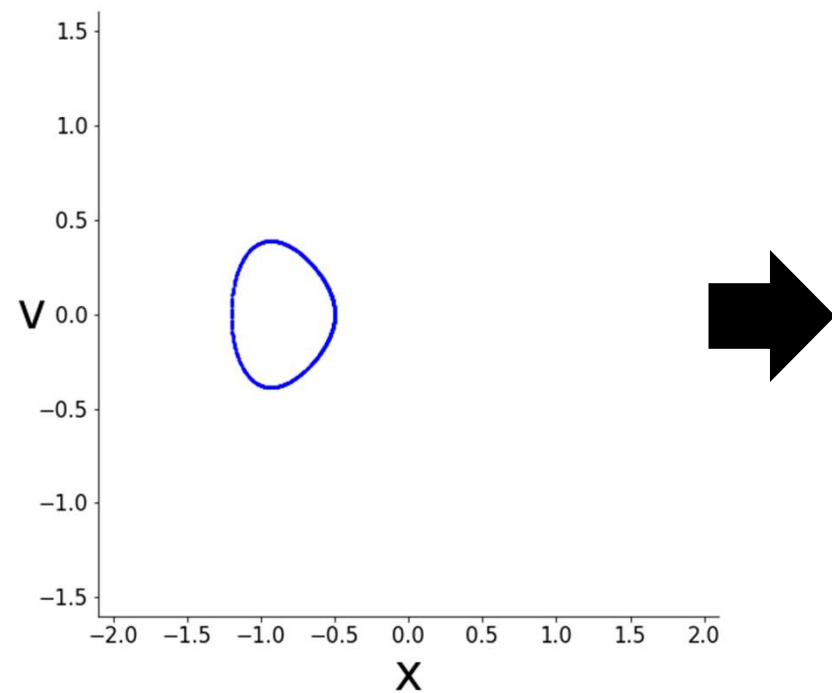


Nem mindegy, hogy
honnan indítjuk a
mozgásokat

**Az állandó
paraméterű
rendszer
struktúráit kell
használni, pl egy
ilyen zárt görbét**

Változó paraméterű káosz

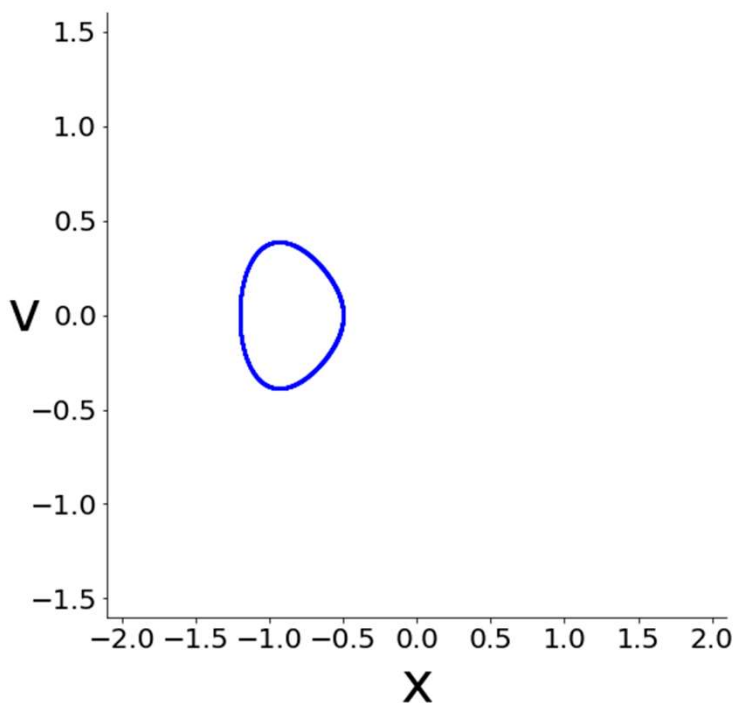
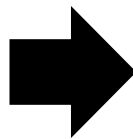
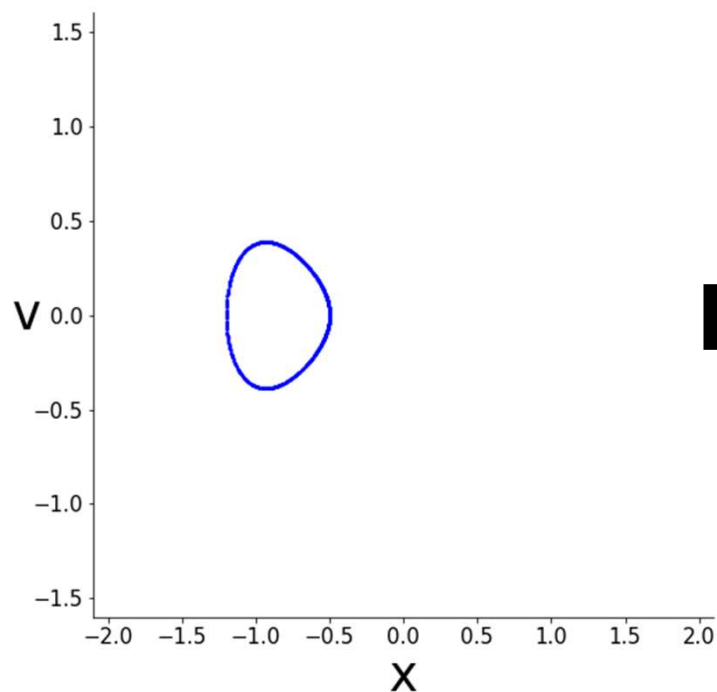
Mi történik ha nincs súrlódás



Ekkor elkezdjük
változtatni a
paramétert

Változó paraméterű káosz

Mi történik ha nincs súrlódás



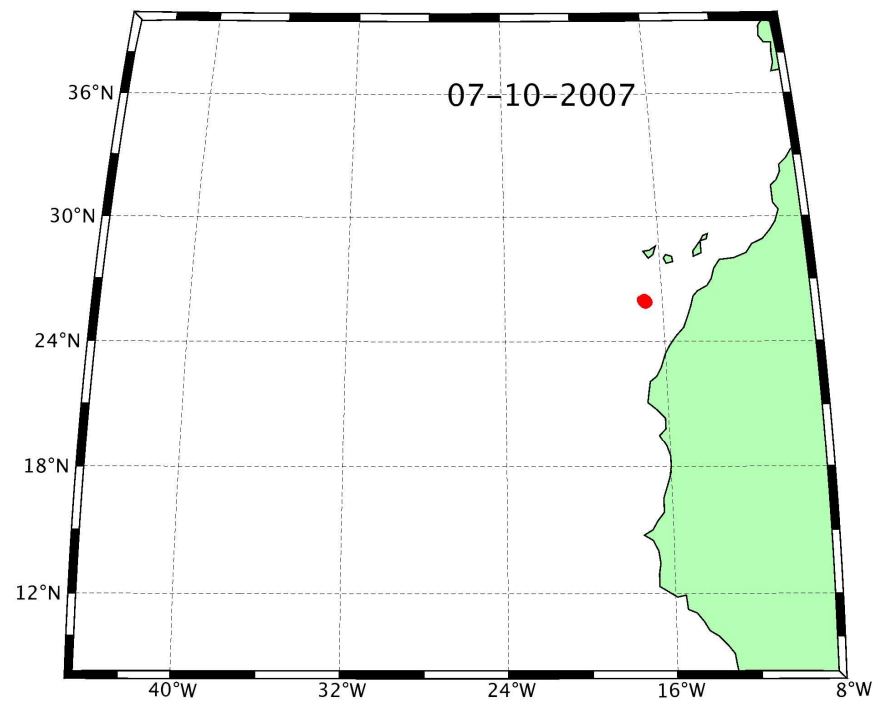
Ekkor elkezdjük változtatni a paramétert

A görbe először deformálódik majd széteszlik

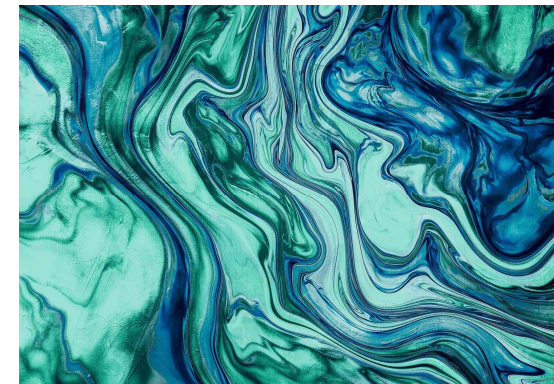
Szabályos mozgás kaotikussá alakul át

Örvények és káosz

Ezt a jelenséget direkt módon megfigyelhetjük örvényekben

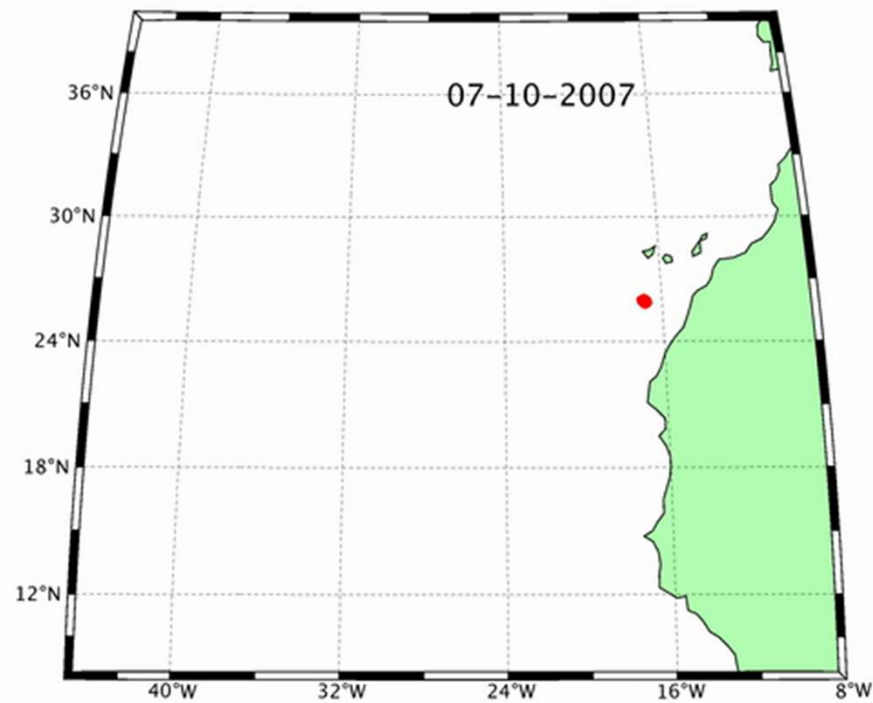


Örvény felbomlása a természetben: egy Atlanti-óceáni örvény ugyanúgy viselkedik mint amit az előbb láttunk, sőt a márványozás mintái is hasonlóak

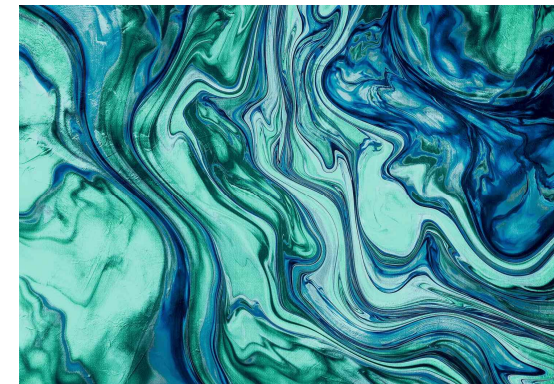


Örvények és káosz

Ezt a jelenséget direkt módon megfigyelhetjük örvényekben



Örvény felbomlása a természetben: egy Atlanti-óceáni örvény ugyanúgy viselkedik mint amit az előbb láttunk, sőt a márványozás mintái is hasonlóak



Lawful Good	Neutral Good	Chaotic Good ✓
Lawful Neutral	True Neutral	Chaotic Neutral
Lawful Evil	Neutral Evil	Chaotic Evil

Köszönjük a figyelmet 😊