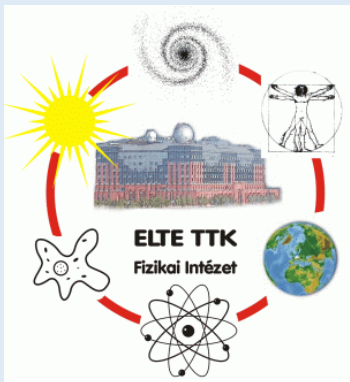
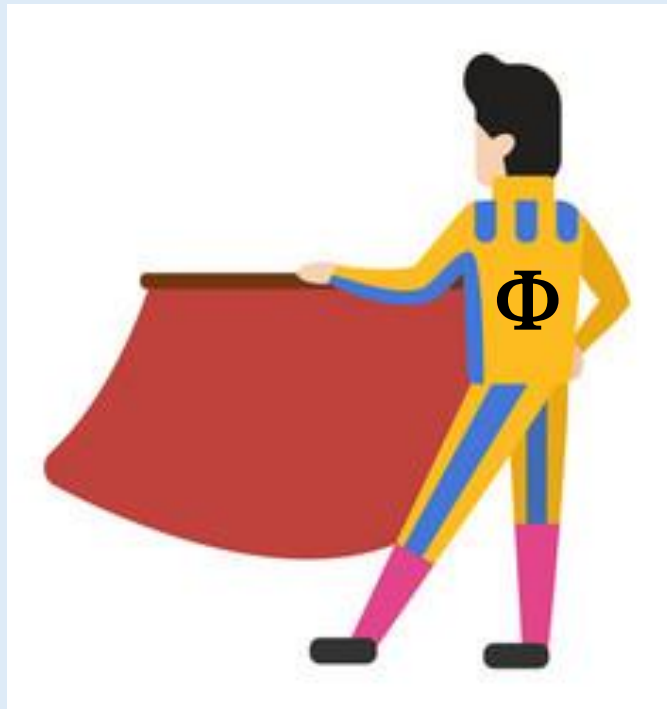


# A szuperszonikus mentőautó

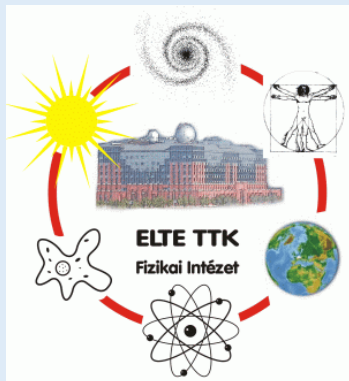


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

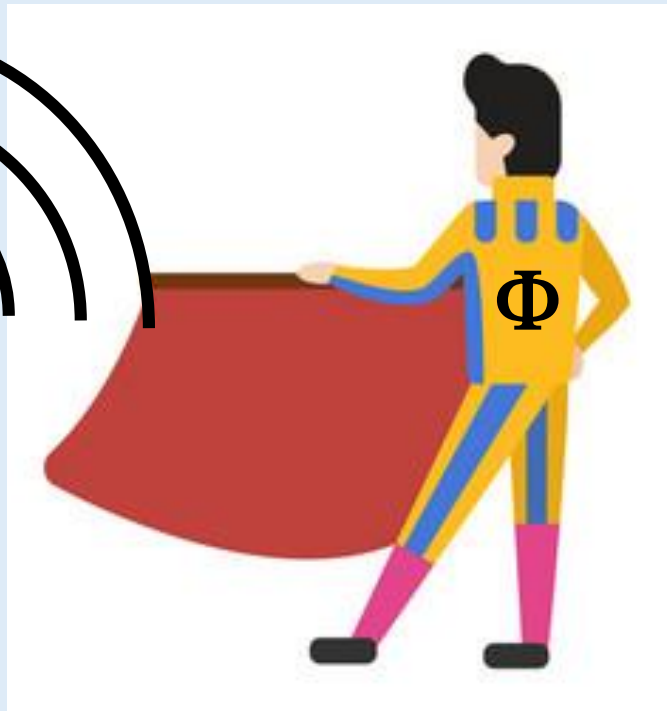


# A szuperszonikus mentőautó

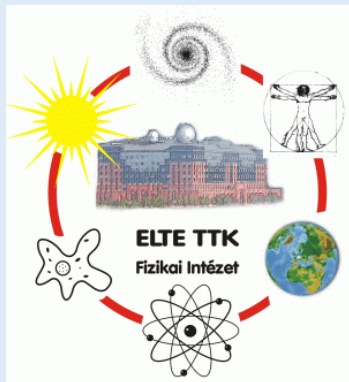


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

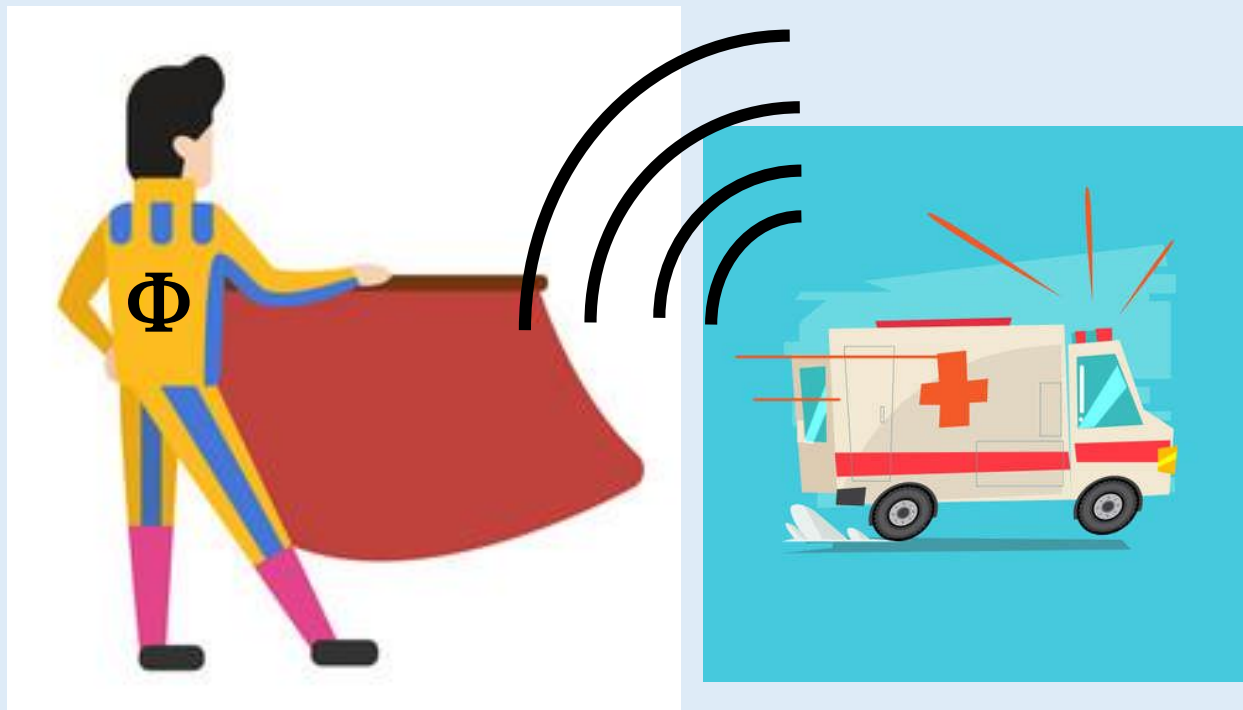


# A szuperszonikus mentőautó

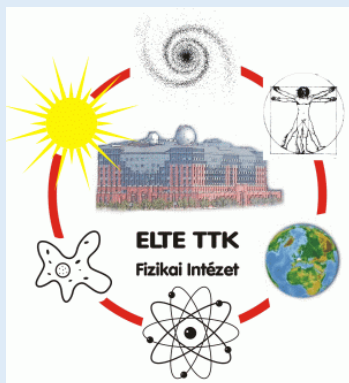


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

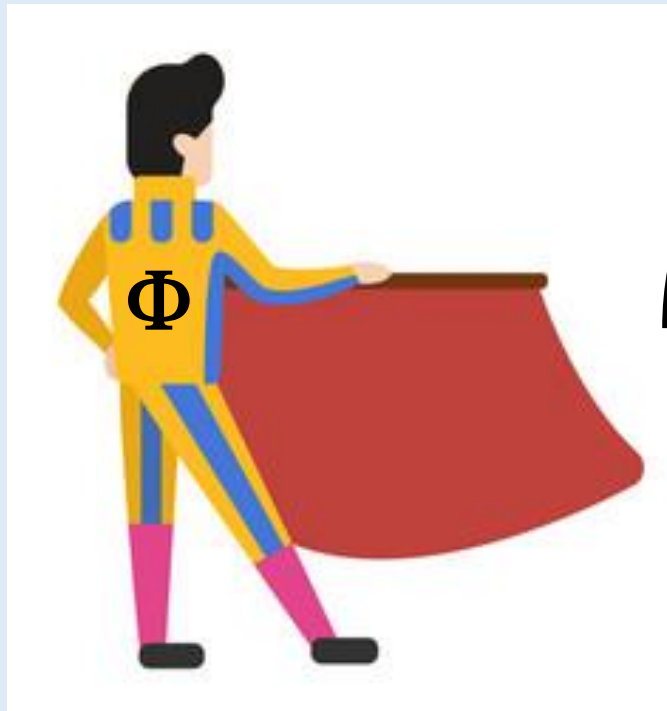


# A szuperszonikus mentőautó

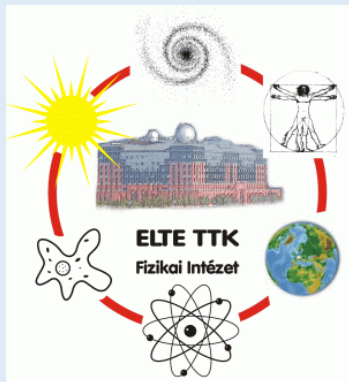


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**



# A szuperszonikus mentőautó



**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

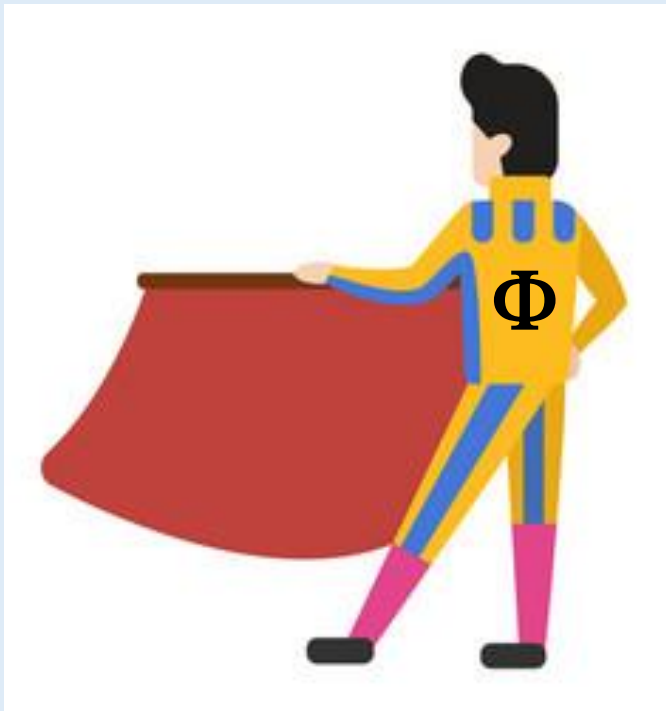


# A szuperszonikus mentőautó

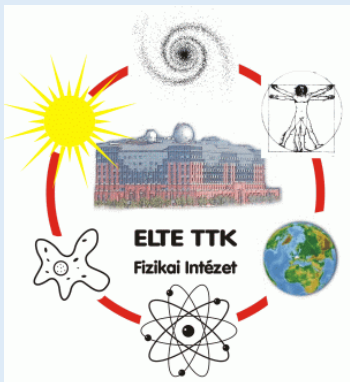


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

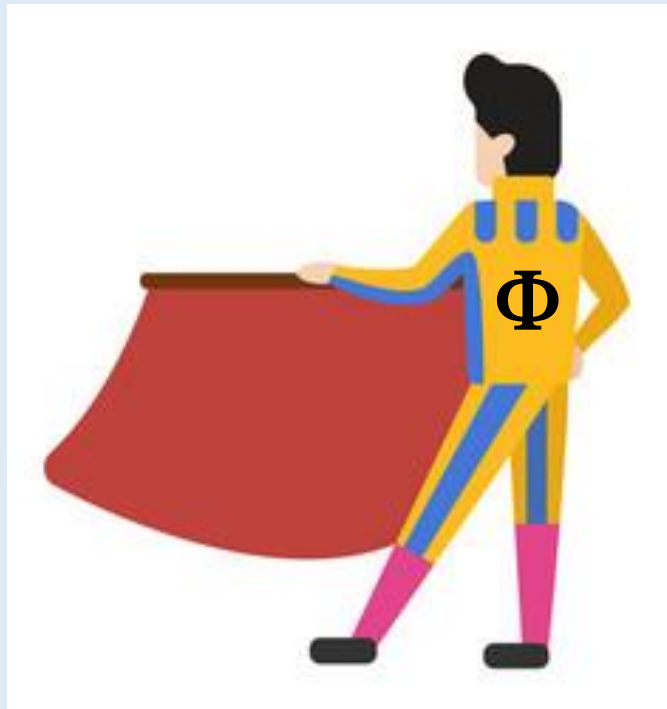


# A szuperszonikus mentőautó

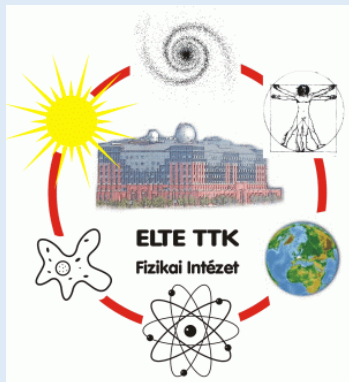


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**



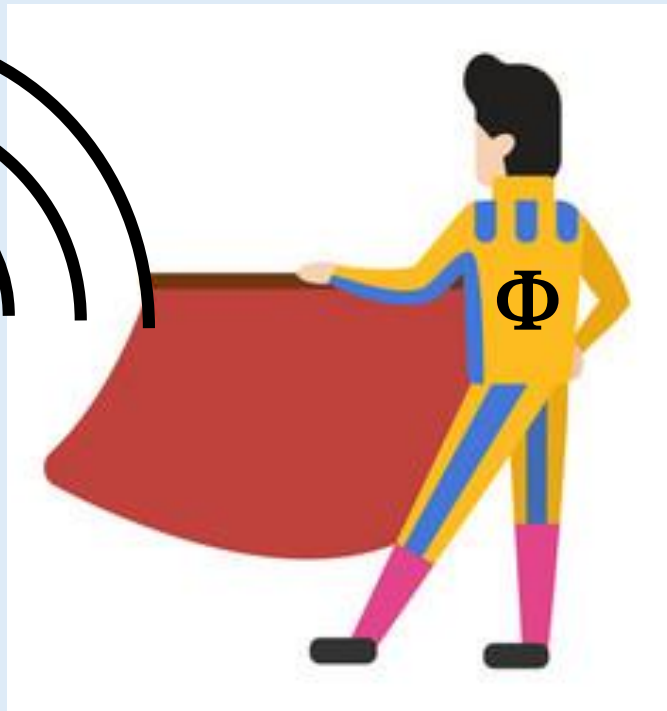
# A szuperszonikus mentőautó



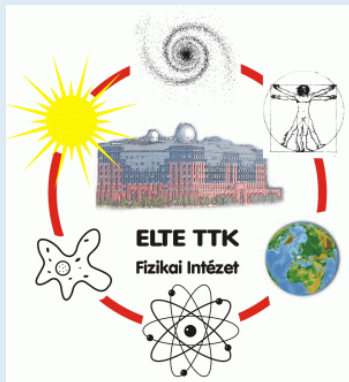
**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**



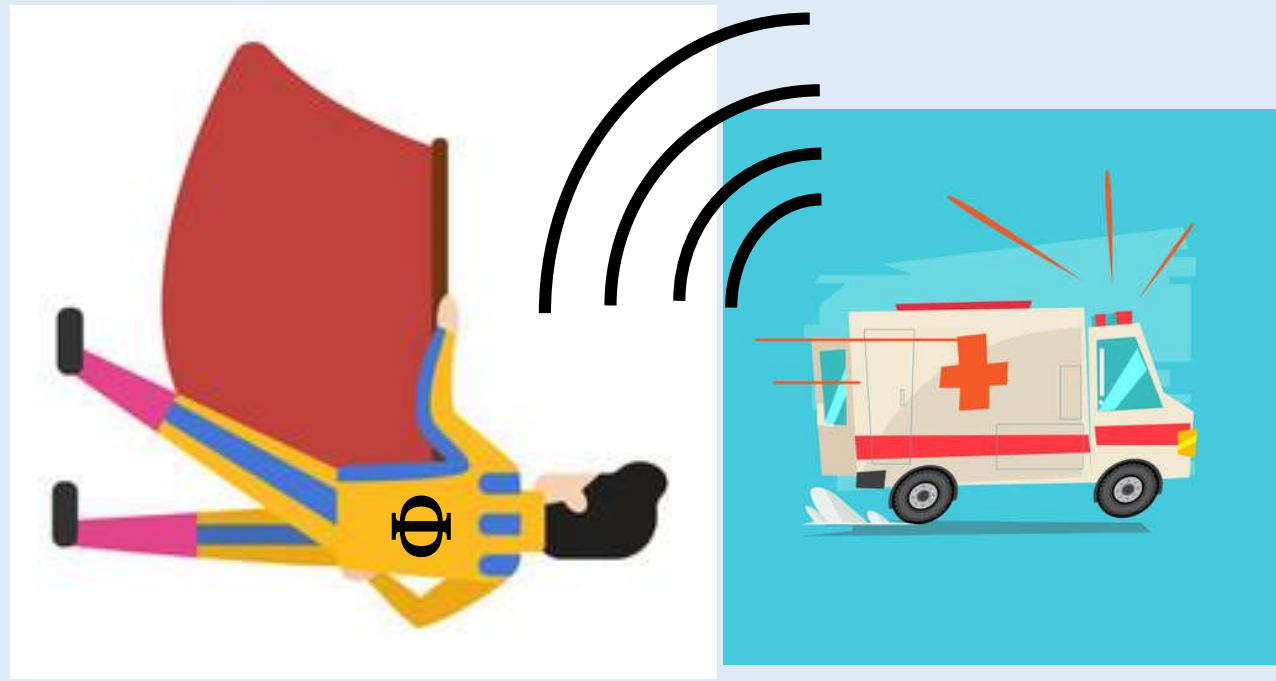


# A szuperszonikus mentőautó



**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

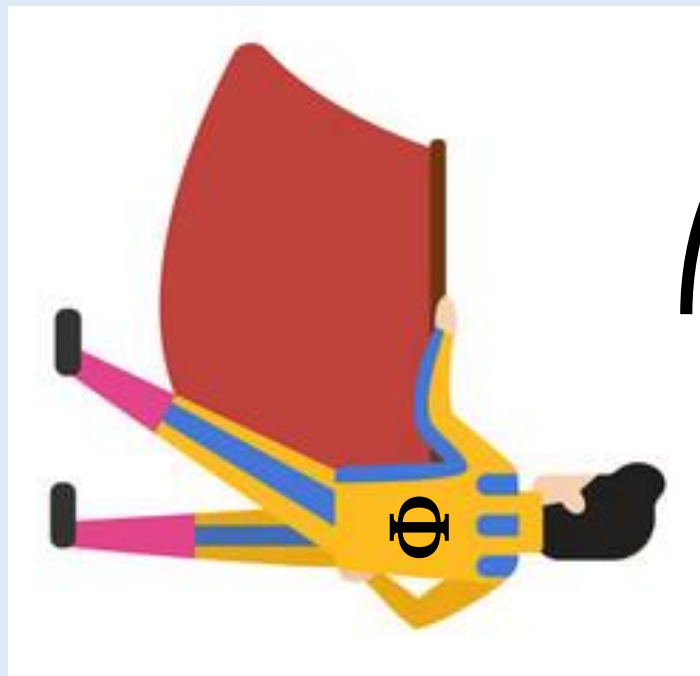


# A szuperszonikus mentőautó

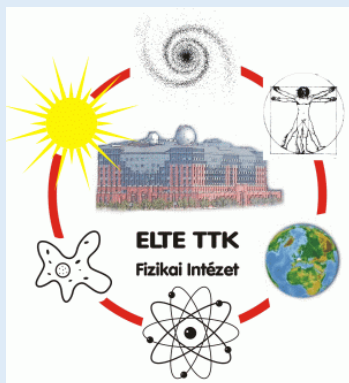


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

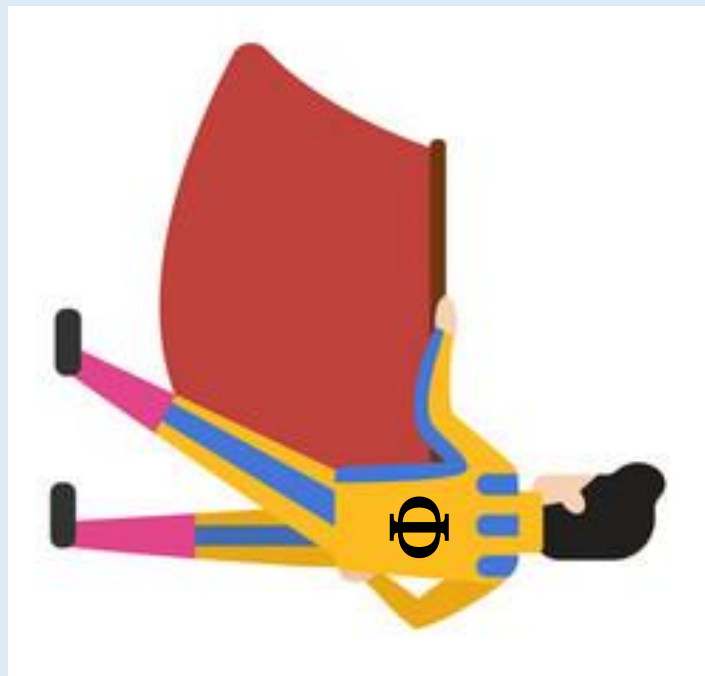


# A szuperszonikus mentőautó

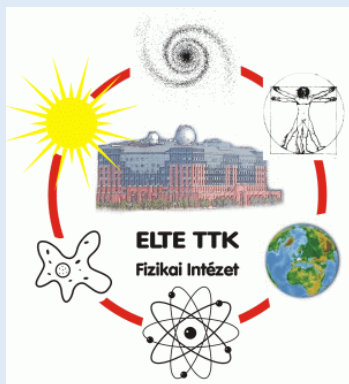


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

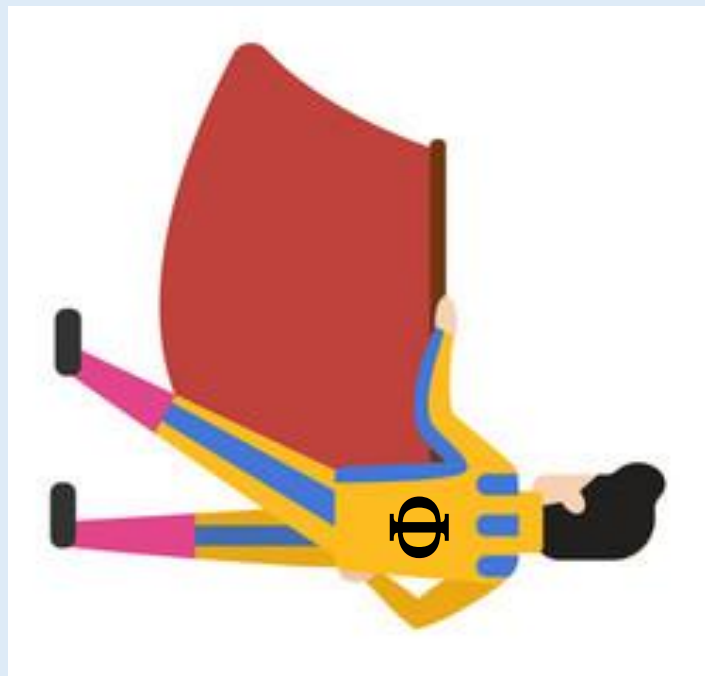


# A szuperszonikus mentőautó

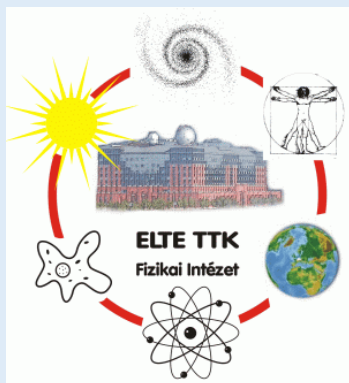


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**



# A szuperszonikus mentőautó

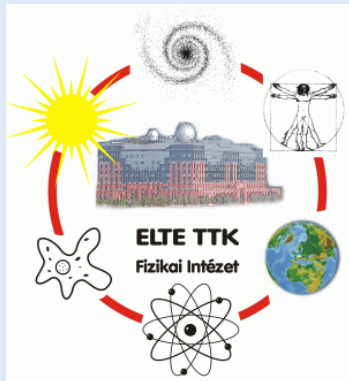


**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**

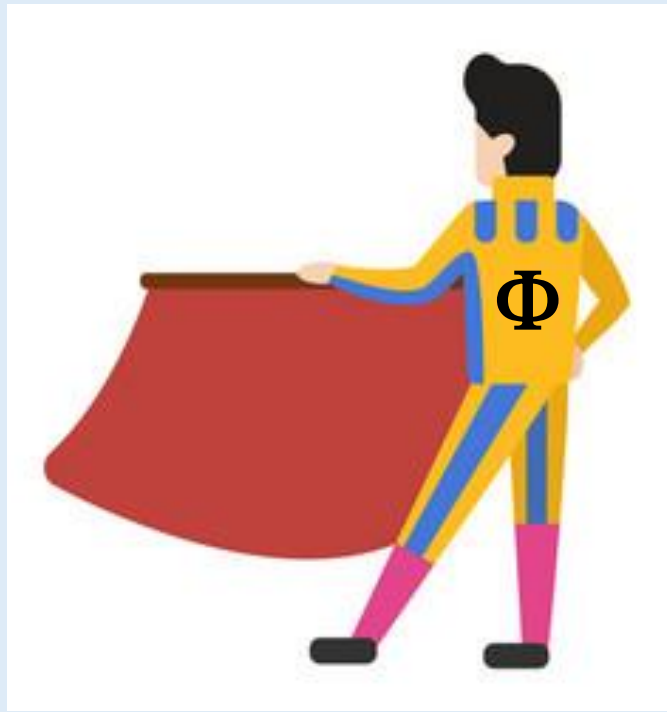


# A szuperszonikus mentőautó



**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**



???

# A szuperszonikus mentőautó



**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**



## A mozgó forrás által kibocsátott hullám frekvenciájának megváltozása:

elemi mechanikai probléma:

**DOPPLER-effektus** (1843)

mindenki azt hiszi, hogy teljesen érti,  
ezért egy kicsit unja is...



szeretném megmutatni, hogy ez tévedés:



az „elemi” feladat mögött érdekes és bonyolult  
fizikai problémák rejlenek...

...amikkel érdemes megismerkednünk!



Részletek:

**dgy: A szuperszonikus mentőautó, Fizikai Szemle, 2019/7–8**

<http://fizikaiszemle.hu/szemle/72>



Christian Doppler  
1803–1853

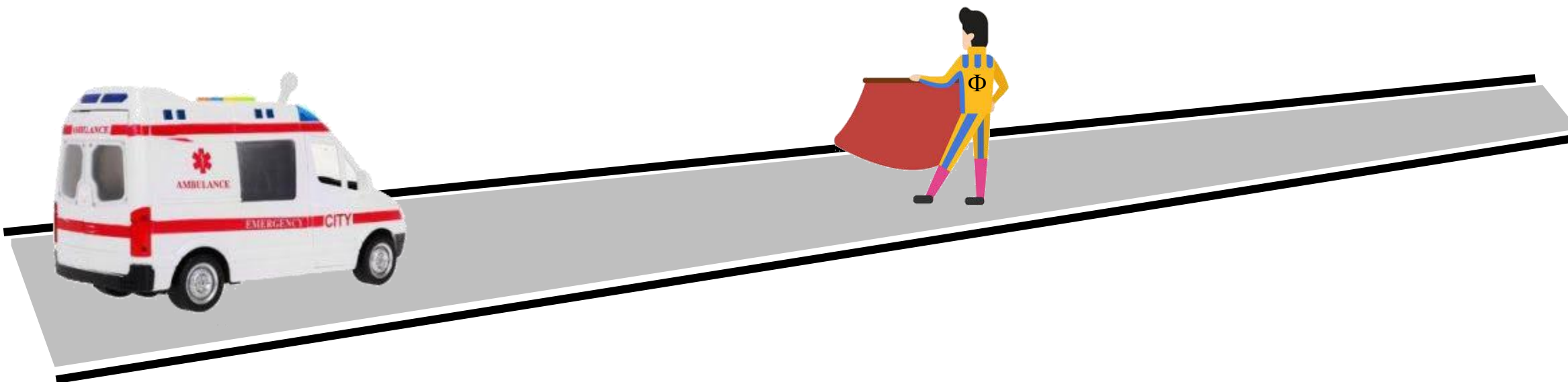
**Ortvay Rudolf  
Nemzetközi  
Fizikai  
Feladatmegoldó  
Verseny  
2016.  
9. feladat**



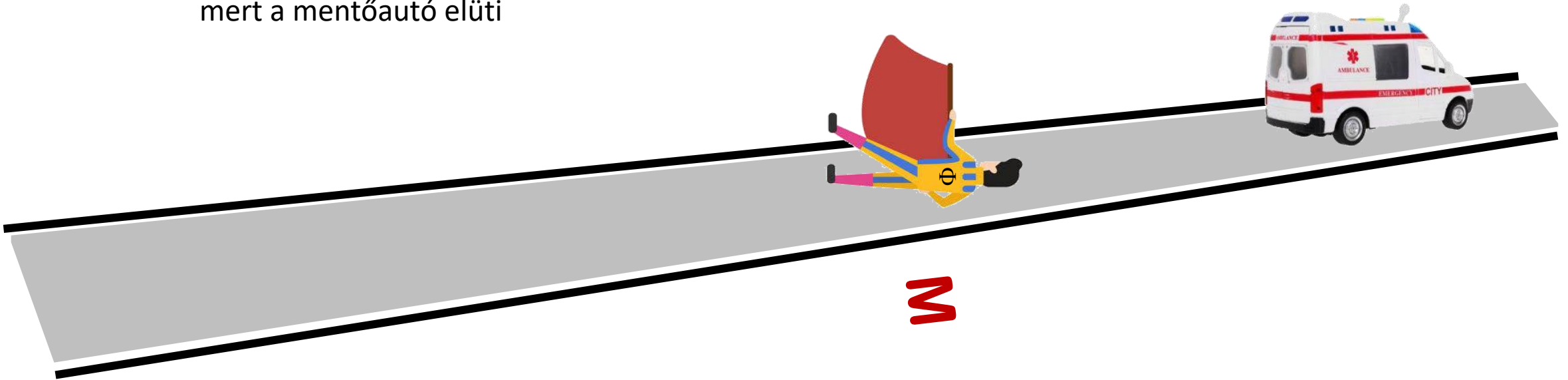


Az M megfigyelő meg akarja mérni a közeledő mentőautó által kibocsátott hang frekvenciáját

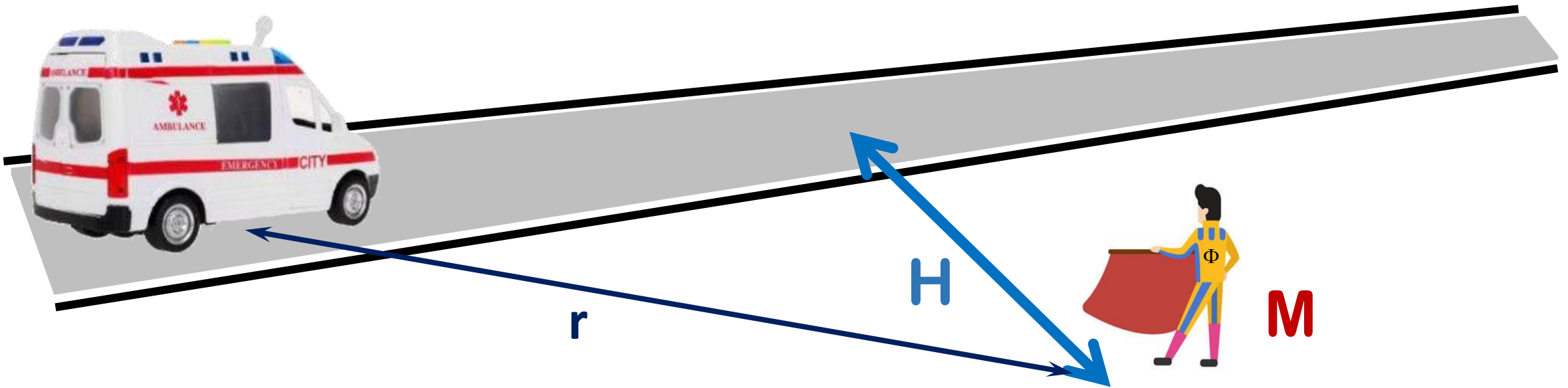
# Megfigyelő



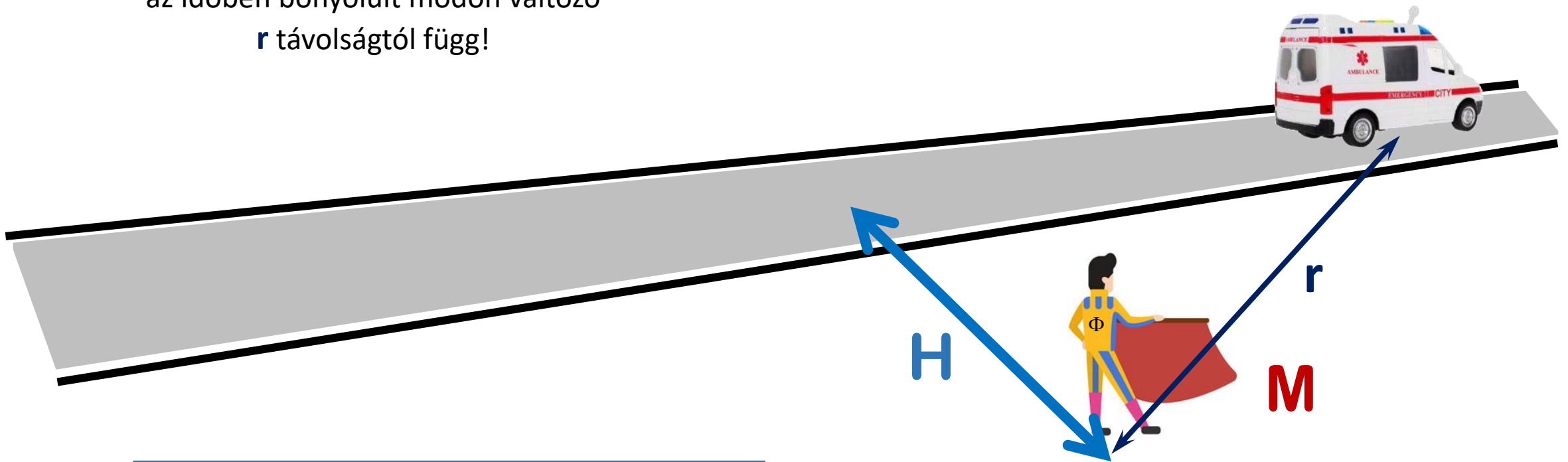
A távolodó mentőautó által kibocsátott hang frekvenciáját viszont már nem tudja megmérni, mert a mentőautó elüti



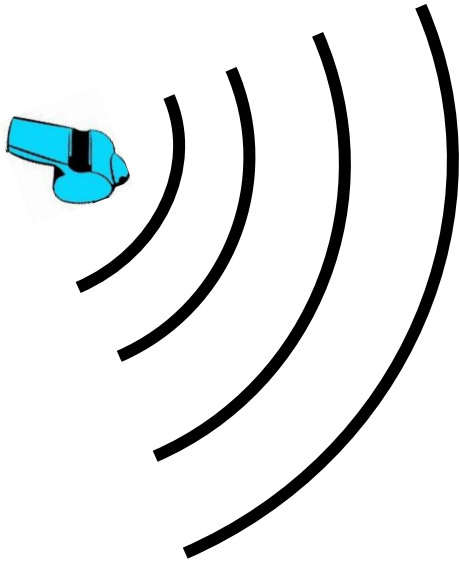
Ezért az óvatos megfigyelő nem az útra áll, hanem kissé odébb, az úttól  $H$  távolságra áll fel műszereivel



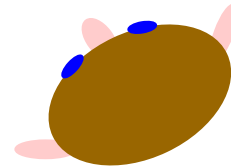
Ekkor viszont a megfigyelő által észlelt hang frekvenciája és intenzitása az időben bonyolult módon változó  $r$  távolságtól függ!

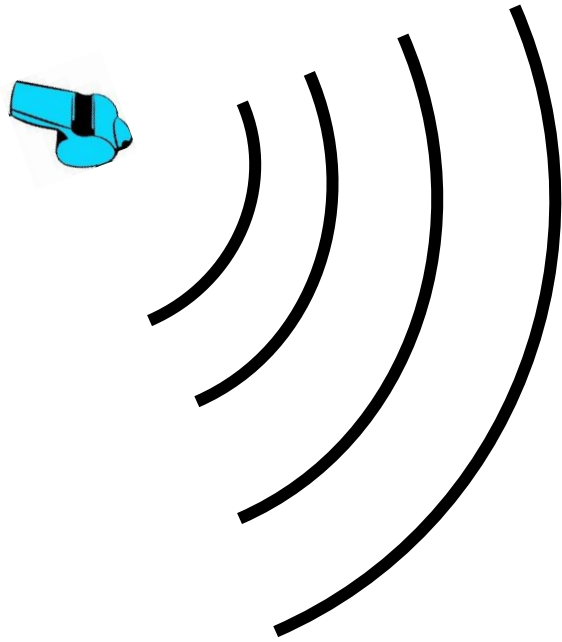


Honnan jön a megfigyelő által észlelt hang, és mekkora a frekvenciája?



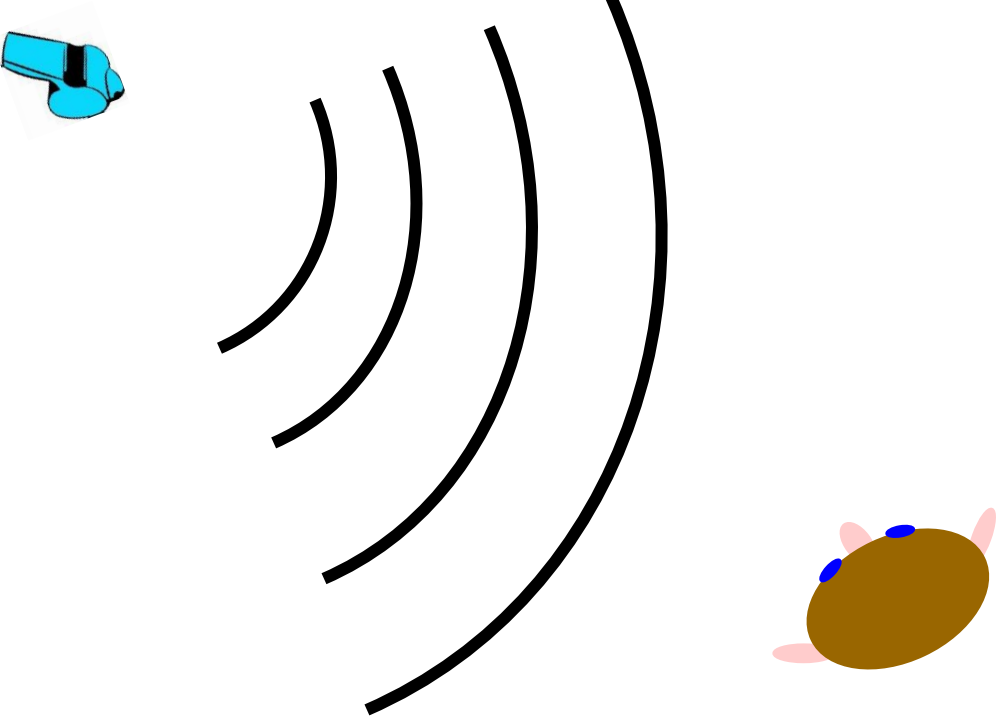
**Irányhallás:** az embernek két füle van



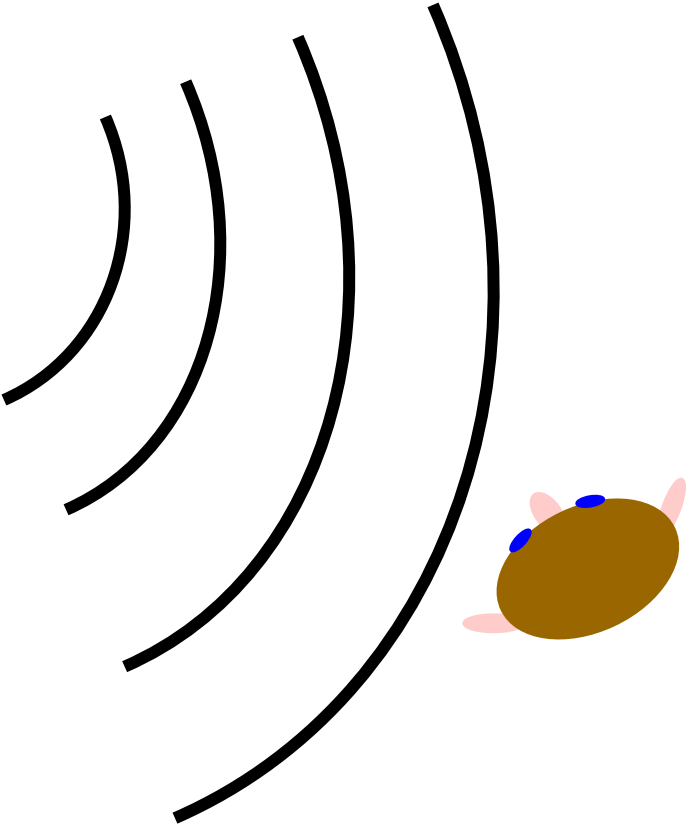
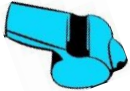


**Irányhallás:** az embernek két füle van

**Irányhallás:** az embernek két füle van

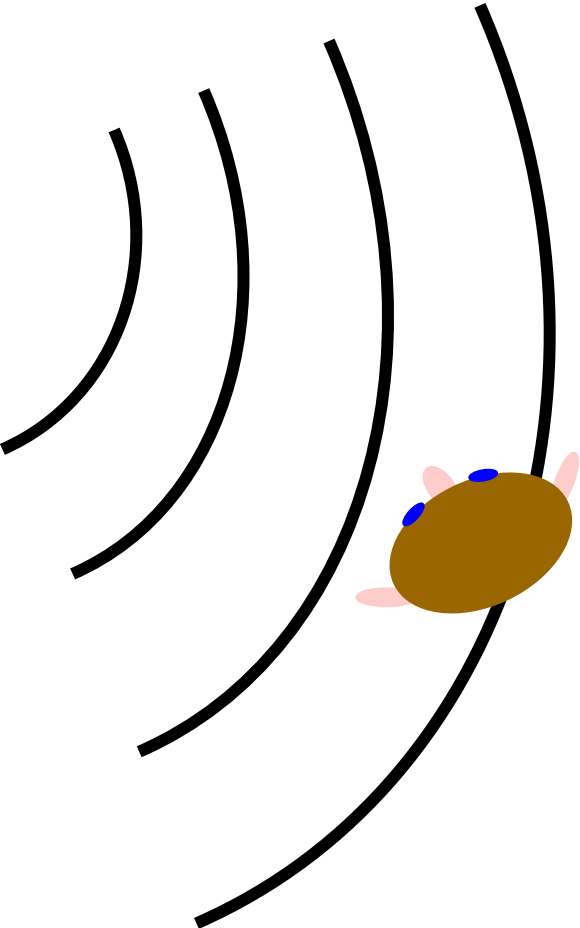
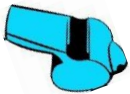


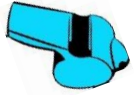
**Irányhallás:** az embernek két füle van



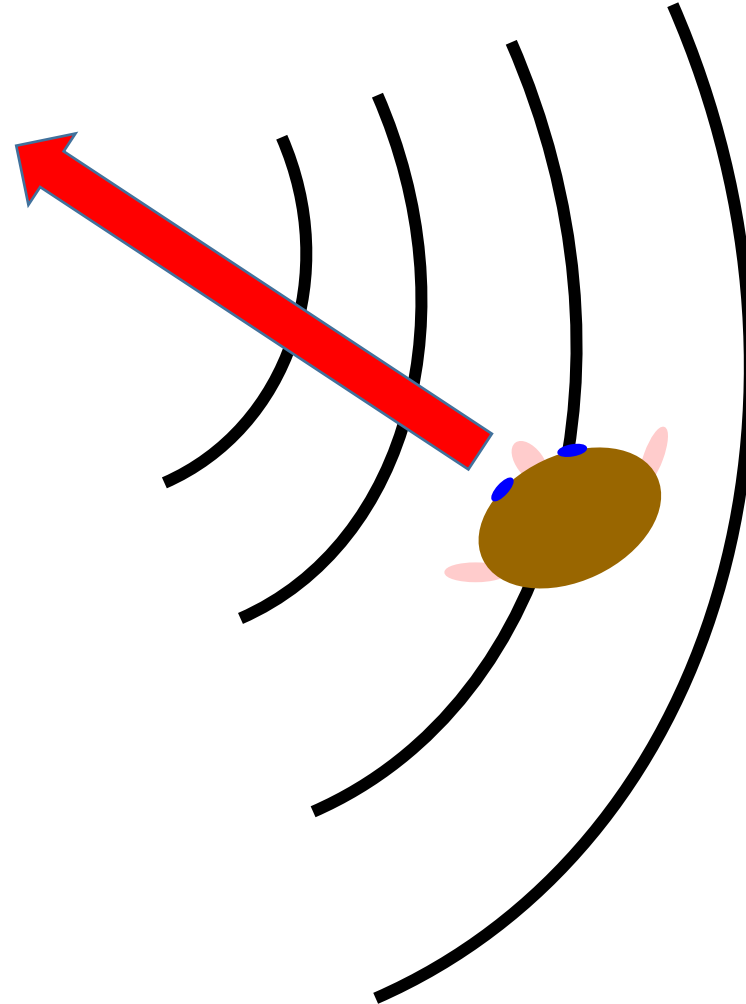


**Irányhallás:** az embernek két füle van





**Irányhallás:** az embernek két füle van



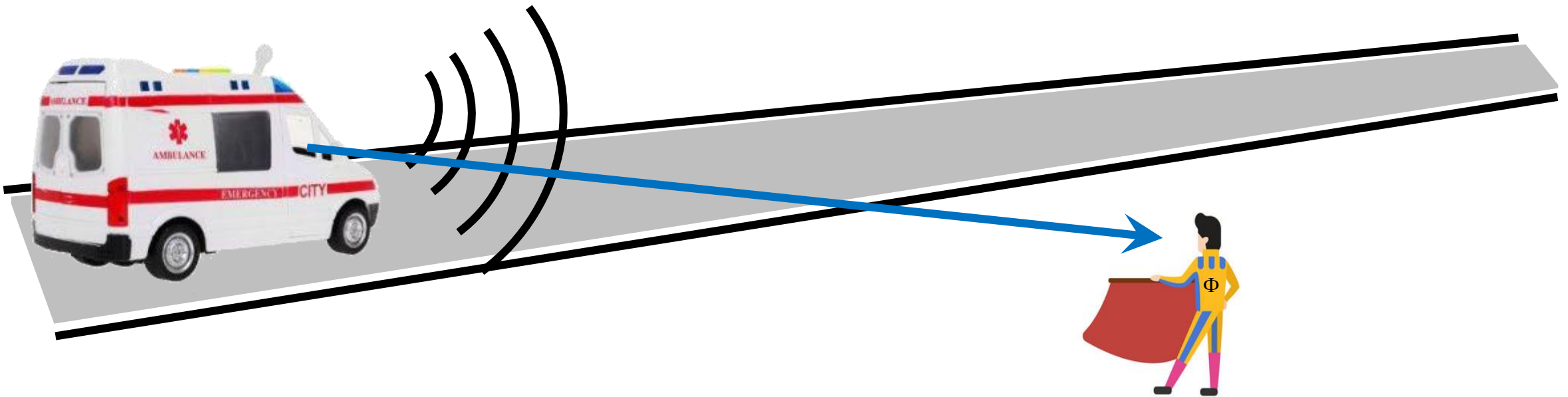
A hanghullámok fáziskülönbséggel érik el a két fület

Ebből az agy következtet a forrás irányára

A hang erőssége  $1/r^2$  alakban függ a forrás  $r$  távolságától

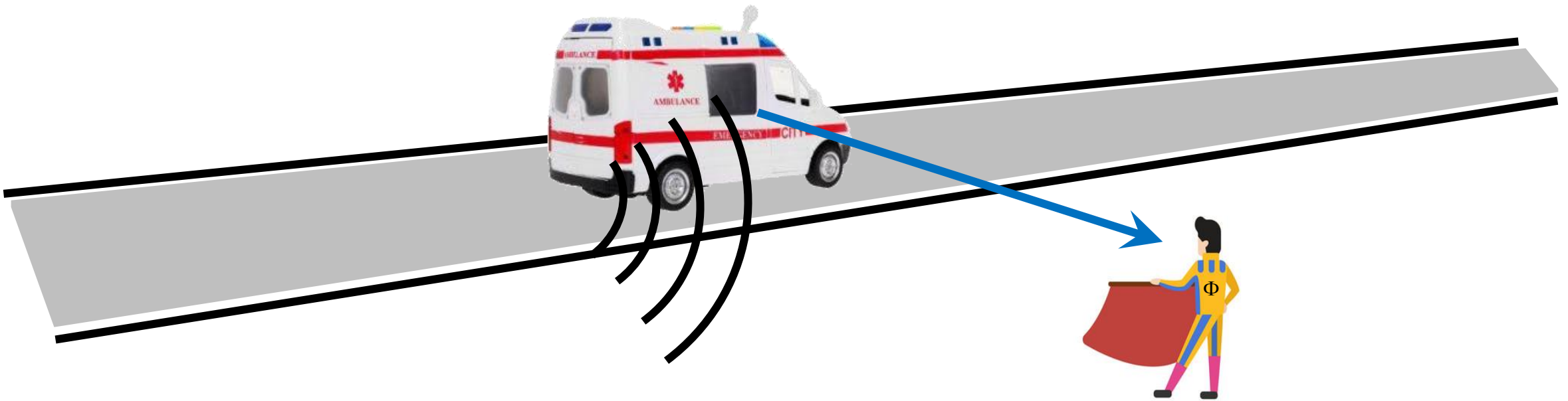
A nézőpont megváltoztatása  
érdekes új felismeréshez vezet:

**Nem ugyanonnan halljuk a  
hangot, ahol a képet látjuk!**



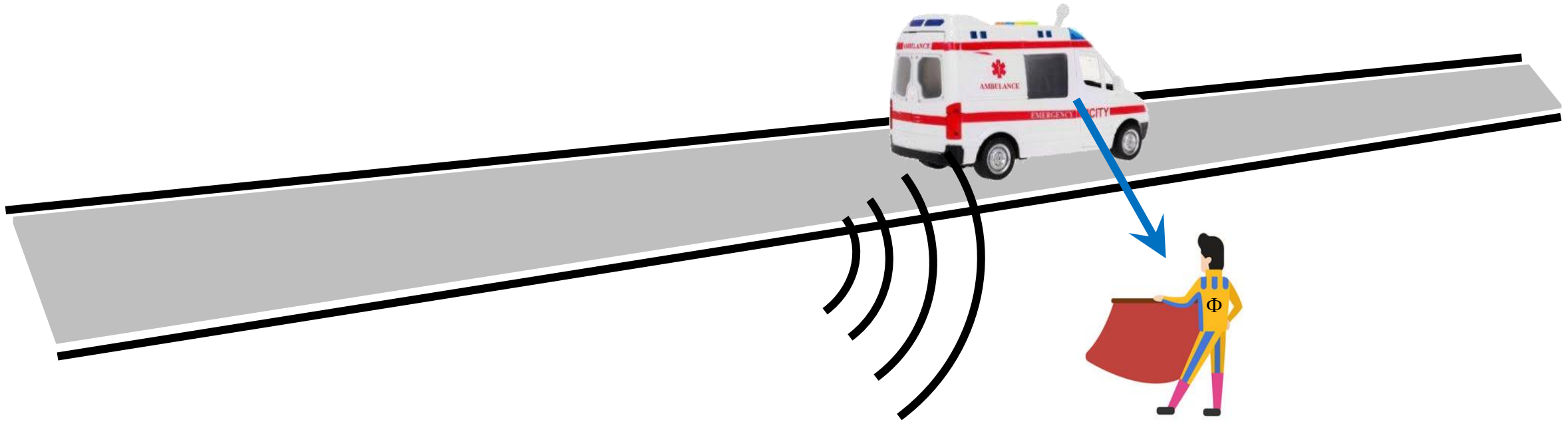
A nézőpont megváltoztatása  
érdekes új felismeréshez vezet:

**Nem ugyanonnan halljuk a  
hangot, ahol a képet látjuk!**



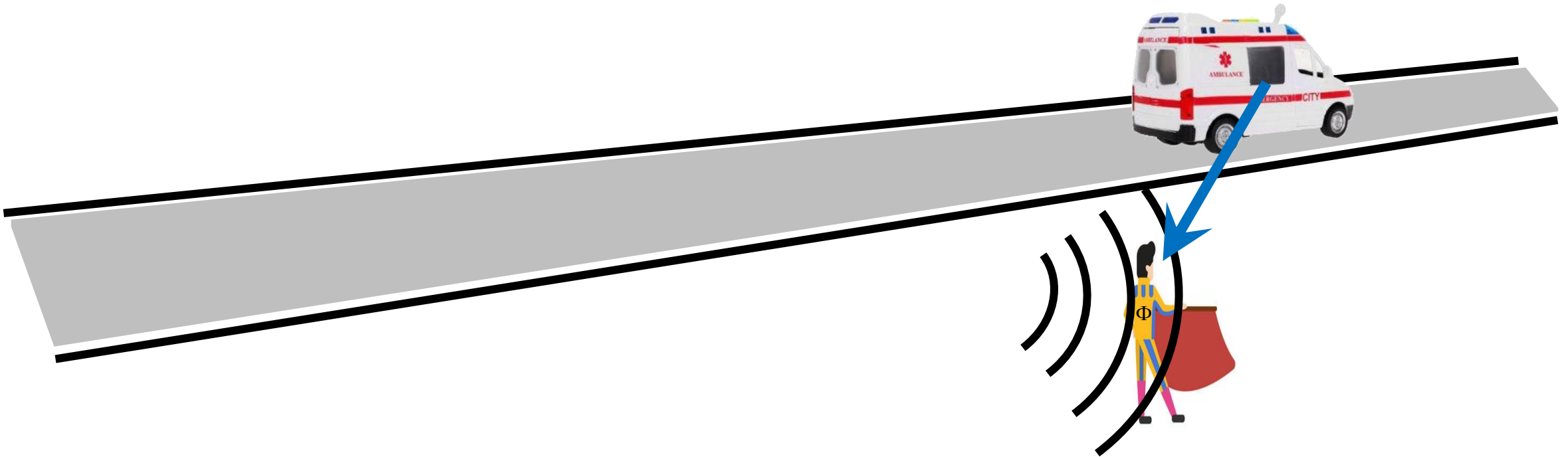
A nézőpont megváltoztatása  
érdekes új felismeréshez vezet:

**Nem ugyanonnan halljuk a  
hangot, ahol a képet látjuk!**



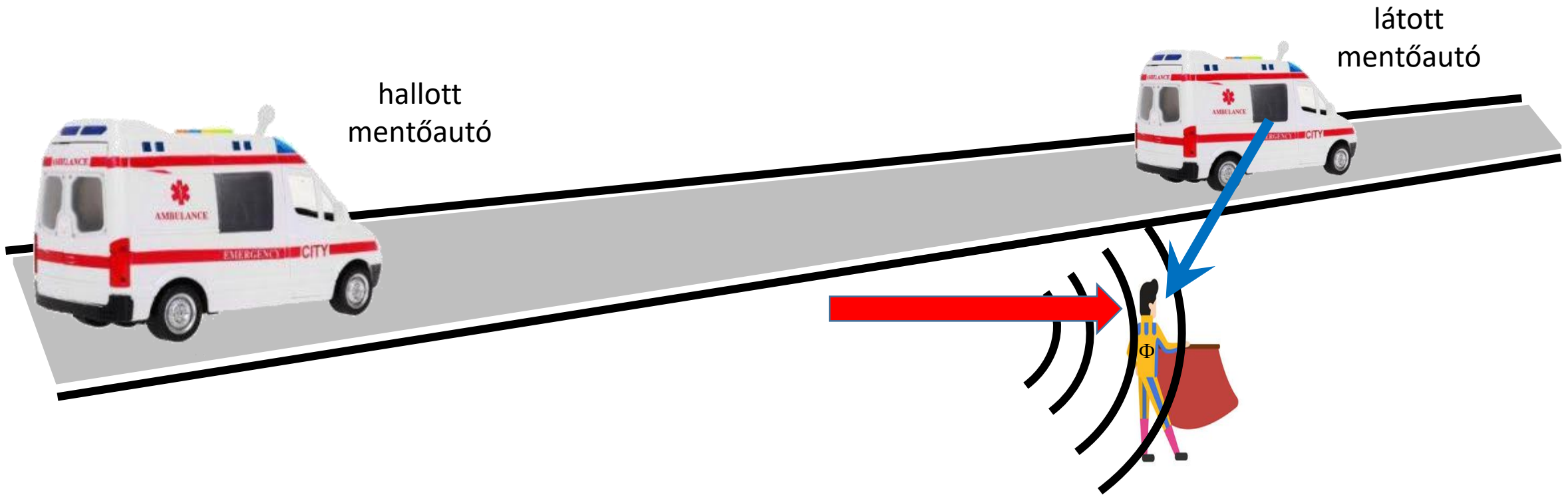
A nézőpont megváltoztatása  
érdekes új felismeréshez vezet:

**Nem ugyanonnan halljuk a  
hangot, ahol a képet látjuk!**



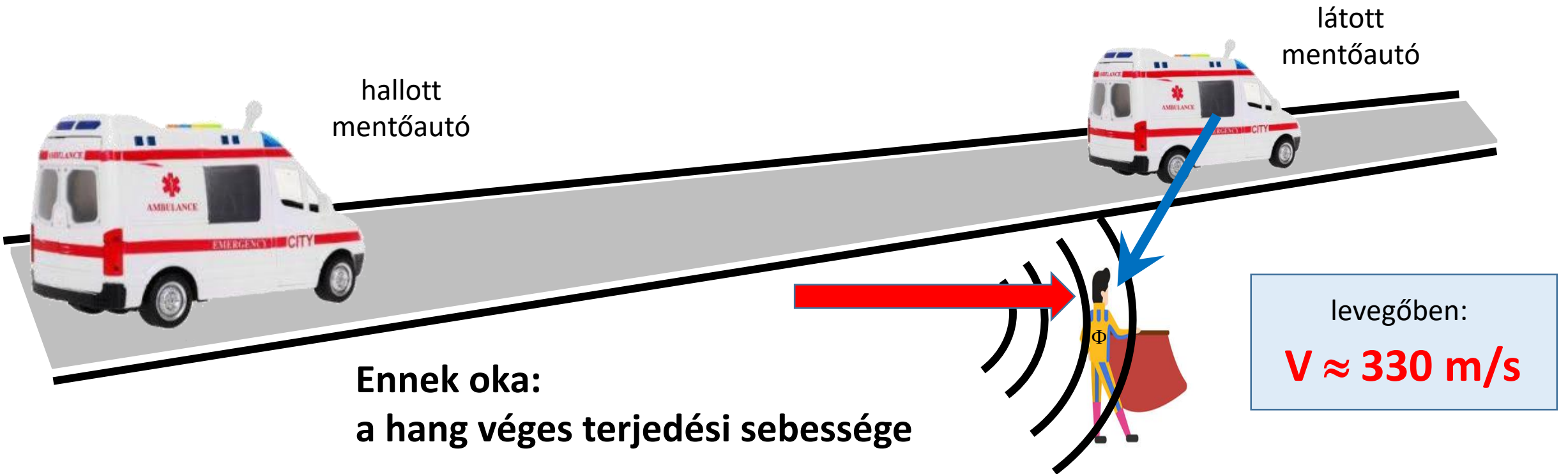
A nézőpont megváltoztatása  
érdekes új felismeréshez vezet:

**Nem ugyanonnan halljuk a  
hangot, ahol a képet látjuk!**



A nézőpont megváltoztatása érdekes új felismeréshez vezet:

Nem ugyanonnan halljuk a hangot, ahol a képet látjuk!



A hangot **NEM** onnan halljuk, ahol a forrás **VAN**,  
hanem ahol korábban **VOLT**

Késleltetés (retardálás):

kibocsátás ideje: **T**  
észlelés ideje: **t**

$$t > T$$

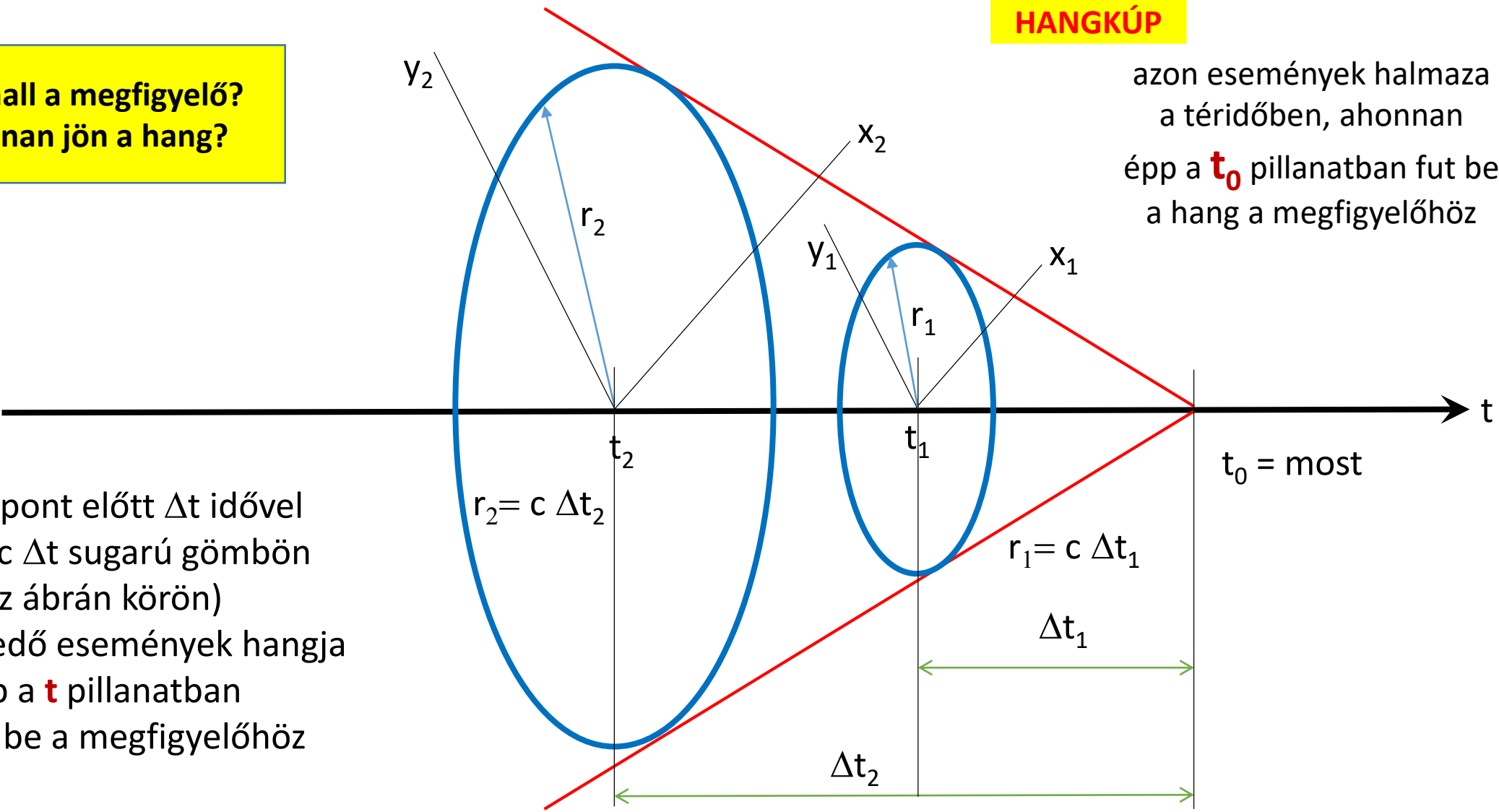




Mit hall a megfigyelő?  
Honnan jön a hang?

**HANGKÚP**

azon események halmaza a téridőben, ahonnan épp a  $t_0$  pillanatban fut be a hang a megfigyelőhöz



A  $t$  időpont előtt  $\Delta t$  idővel egy  $r = c \Delta t$  sugarú gömbön (az ábrán körön) elhelyezkedő események hangja épp a  $t$  pillanatban érkezik be a megfigyelőhöz



## Mozgó hangforrás észlelése

A  $t$  időpont előtt  $\Delta t$  idővel egy  $r = c \Delta t$  sugarú gömbön (az ábrán körön) elhelyezkedő események hangja épp a  $t$  pillanatban érkezik be a megfigyelőhöz

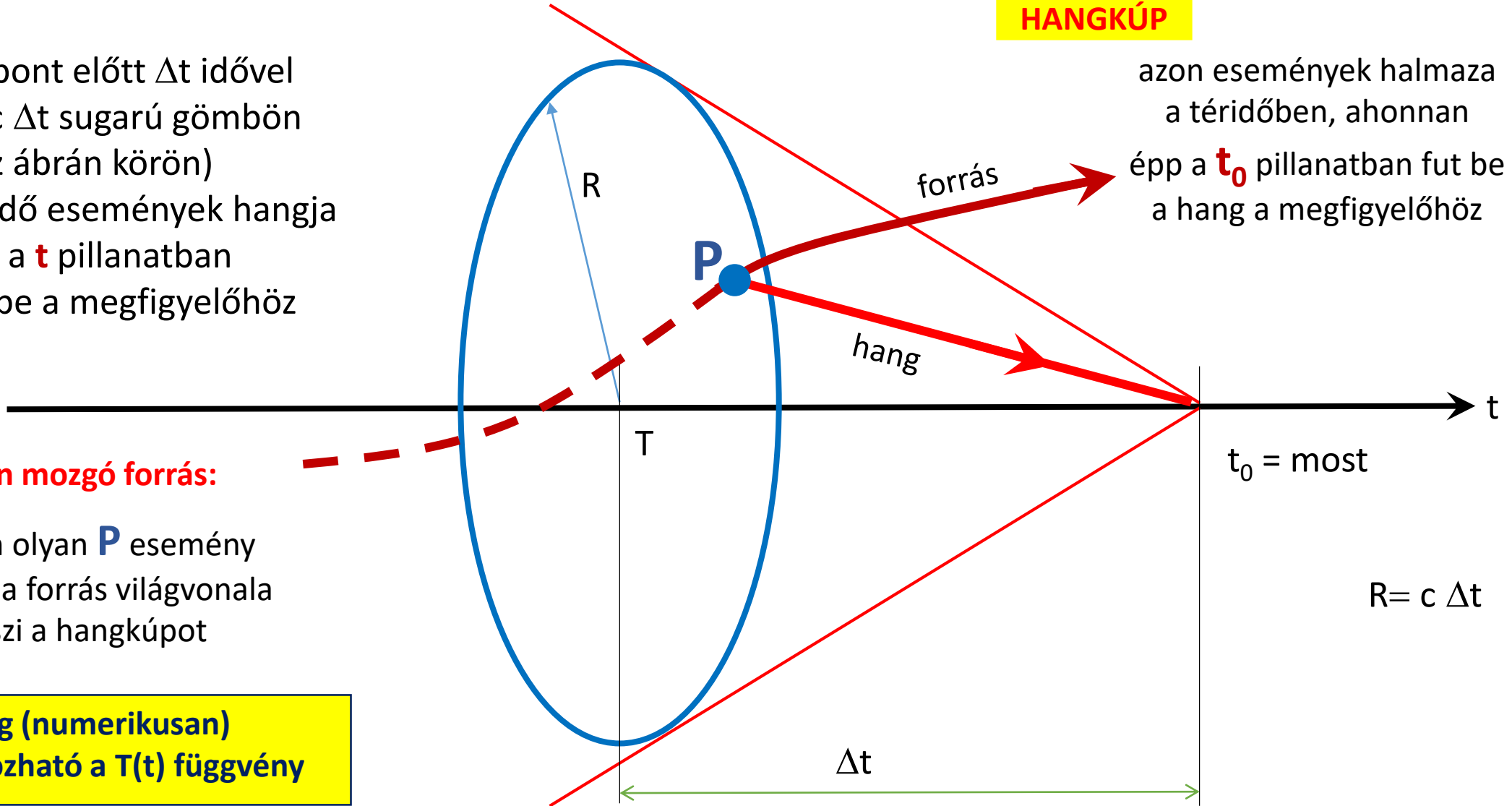
### lassan mozgó forrás:

Egyetlen olyan  $P$  esemény van, ahol a forrás világvonala metszi a hangkúpot

Elvileg (numerikusan) meghatározható a  $T(t)$  függvény

## HANGKÚP

azon események halmaza a téridőben, ahonnan épp a  $t_0$  pillanatban fut be a hang a megfigyelőhöz



## Mozgó hangforrás észlelése

A  $t$  időpont előtt  $\Delta t$  idővel egy  $r = c \Delta t$  sugarú gömbön (az ábrán körön) elhelyezkedő események hangja épp a  $t$  pillanatban érkezik be a megfigyelőhöz

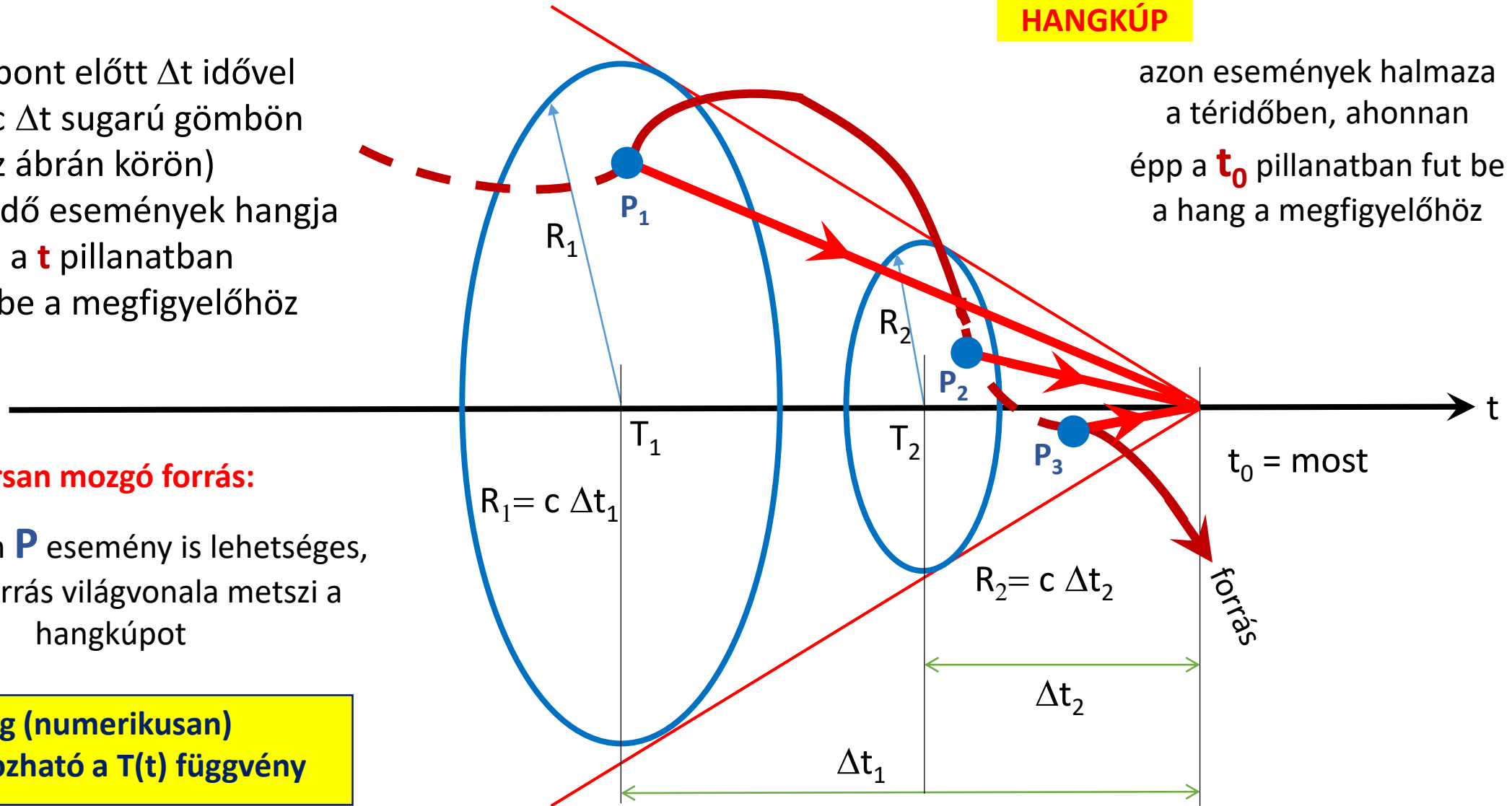
### gyorsan mozgó forrás:

Több olyan  $P$  esemény is lehetséges, ahol a forrás világvonala metszi a hangkúpot

Elvileg (numerikusan) meghatározható a  $T(t)$  függvény

## HANGKÚP

azon események halmaza a téridőben, ahonnan épp a  $t_0$  pillanatban fut be a hang a megfigyelőhöz

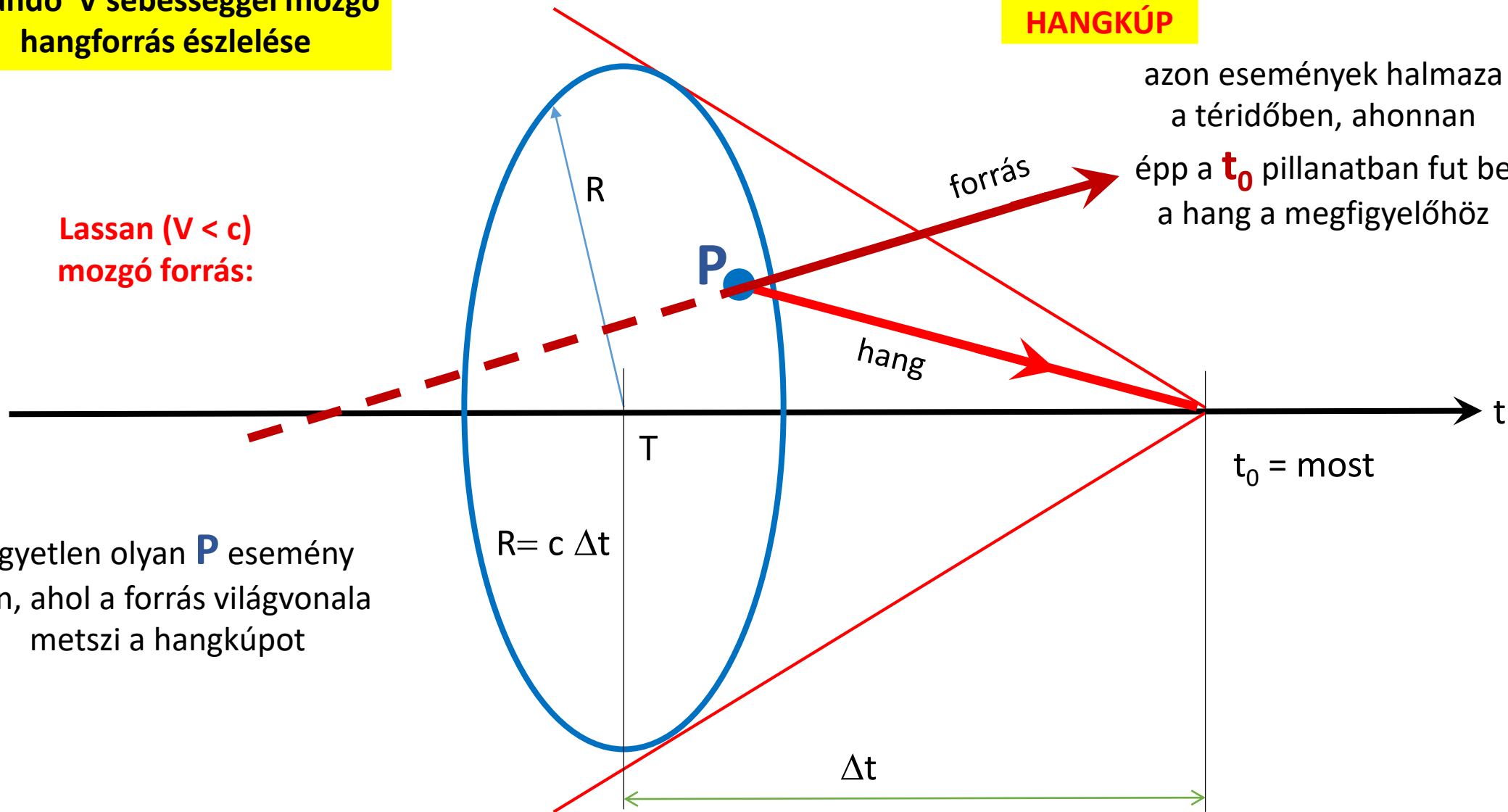


Állandó  $V$  sebességgel mozgó hangforrás észlelése

HANGKÚP

Lassan ( $V < c$ )  
mozgó forrás:

Egyetlen olyan  $P$  esemény van, ahol a forrás világvonala metszi a hangkúpot



azon események halmaza a téridőben, ahonnan épp a  $t_0$  pillanatban fut be a hang a megfigyelőhöz



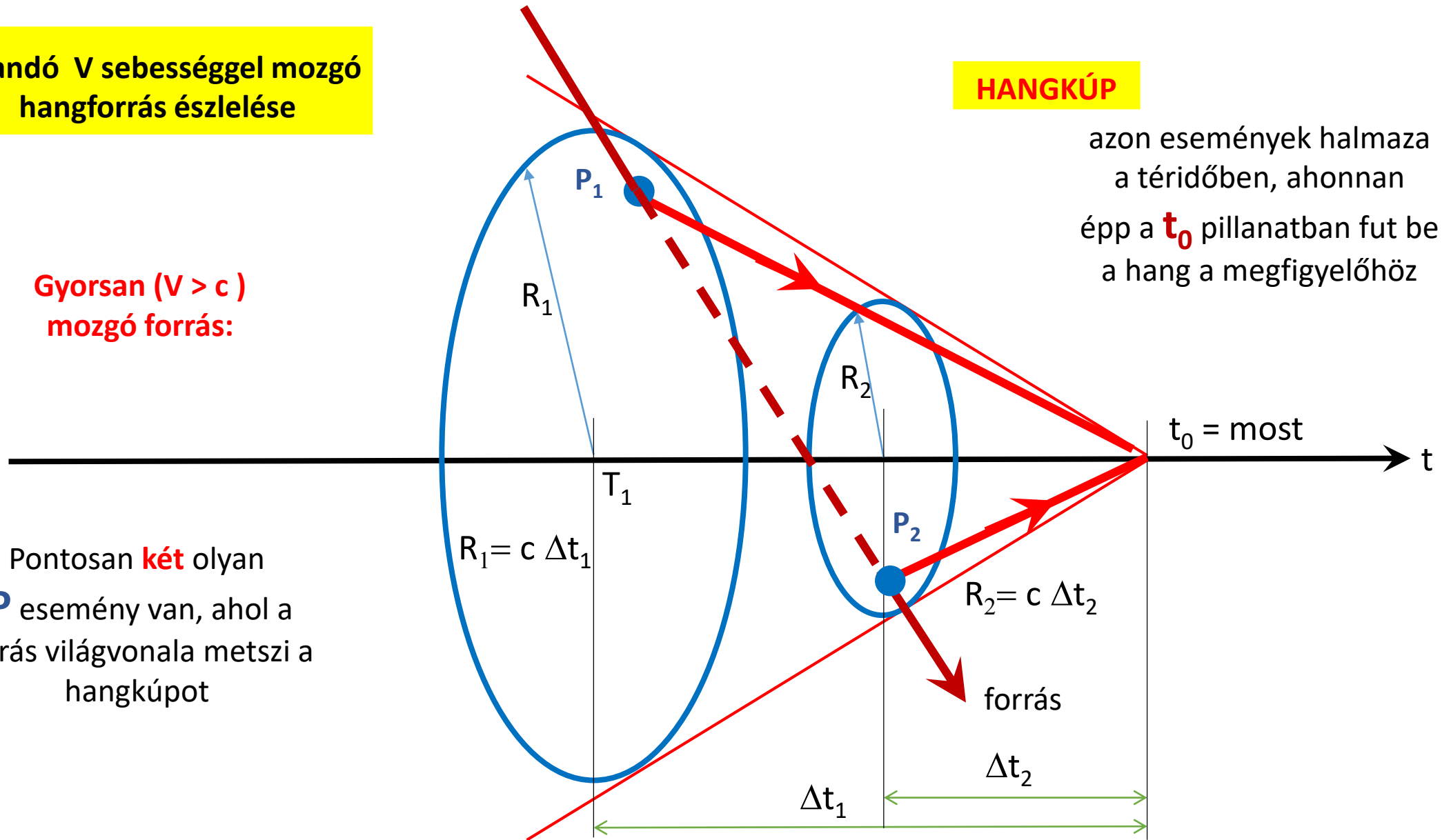
Állandó  $V$  sebességgel mozgó hangforrás észlelése

HANGKÚP

azon események halmaza a téridőben, ahonnan épp a  $t_0$  pillanatban fut be a hang a megfigyelőhöz

Gyorsan ( $V > c$ ) mozgó forrás:

Pontosan két olyan  $P$  esemény van, ahol a forrás világvonala metszi a hangkúpot

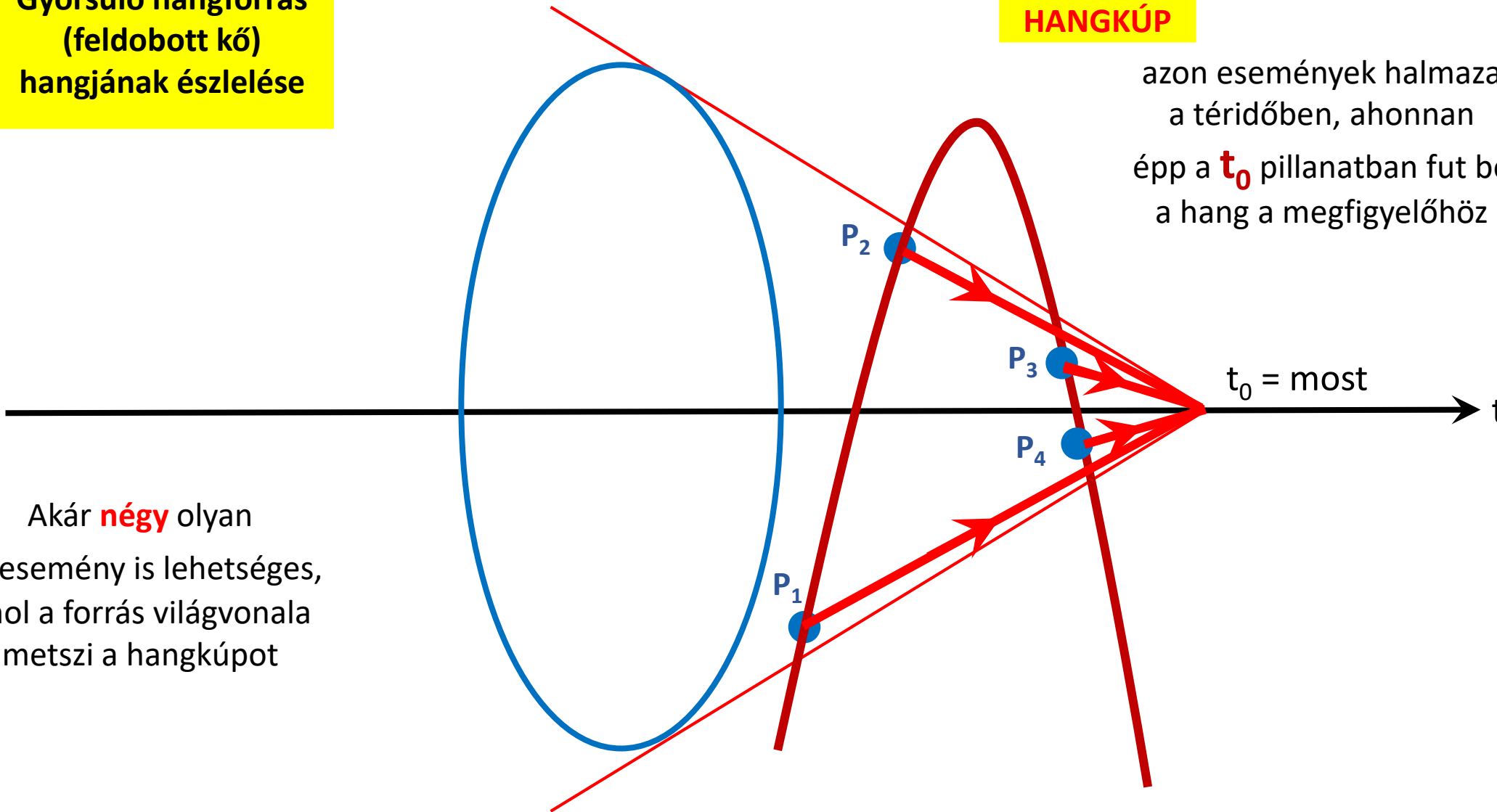


Gyorsuló hangforrás  
(feldobott kő)  
hangjának észlelése

HANGKÚP

azon események halmaza  
a tér időben, ahonnan  
épp a  $t_0$  pillanatban fut be  
a hang a megfigyelőhöz

Akár **négy** olyan  
**P** esemény is lehetséges,  
ahol a forrás világvonala  
metszi a hangkúpot



## Milyen hangot hall a megfigyelő?

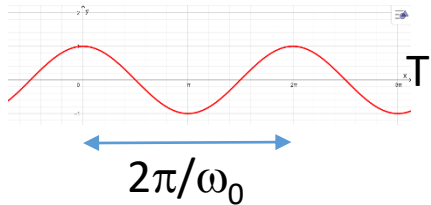
$T$  – a hang kibocsátásának pillanata

$t$  – a hang észlelésének pillanata

A hangforrás mozgása alapján  
elvileg (numerikusan)  
meghatározható a  $T(t)$  függvény

a kibocsátott hang a  $T$  idő függvényében:

$$\Phi(T) = A \cos(\omega_0 T)$$



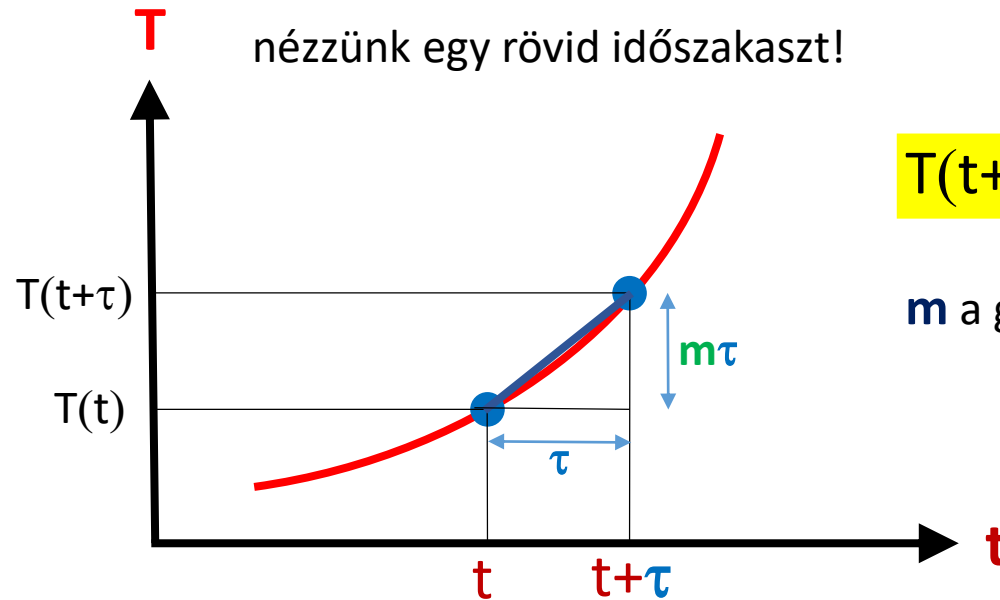
De a megfigyelő a  $t$  időben észleli a hangot:

$$\Phi(t) = A \cos(\omega_0 T(t))$$

Ez a  $t$  változónak NEM periodikus függvénye!

Akkor milyen frekvenciát hall a megfigyelő???

nézzünk egy rövid időszakaszt!

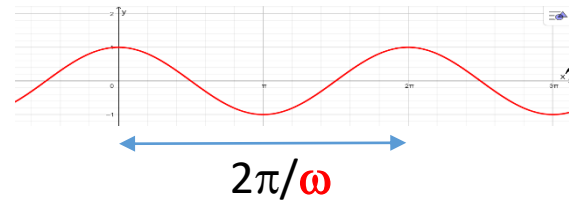


$$T(t+\tau) = T(t) + m \tau$$

$m$  a görbe meredeksége

$$m = T'(t)$$

$$\begin{aligned} \Phi(\tau) &= A \cos[\omega_0 T(t+\tau)] = A \cos[\omega_0 (T + m\tau)] = \\ &= A \cos[\omega_0 T + \omega_0 m\tau] = A \cos[\phi + \omega\tau] \end{aligned}$$



Ez a  $\tau$  változónak már periodikus függvénye,  
de módosított  $\omega$  frekvenciával!

$$\omega = m \omega_0$$

$$m = m(t) = |T'(t)|$$

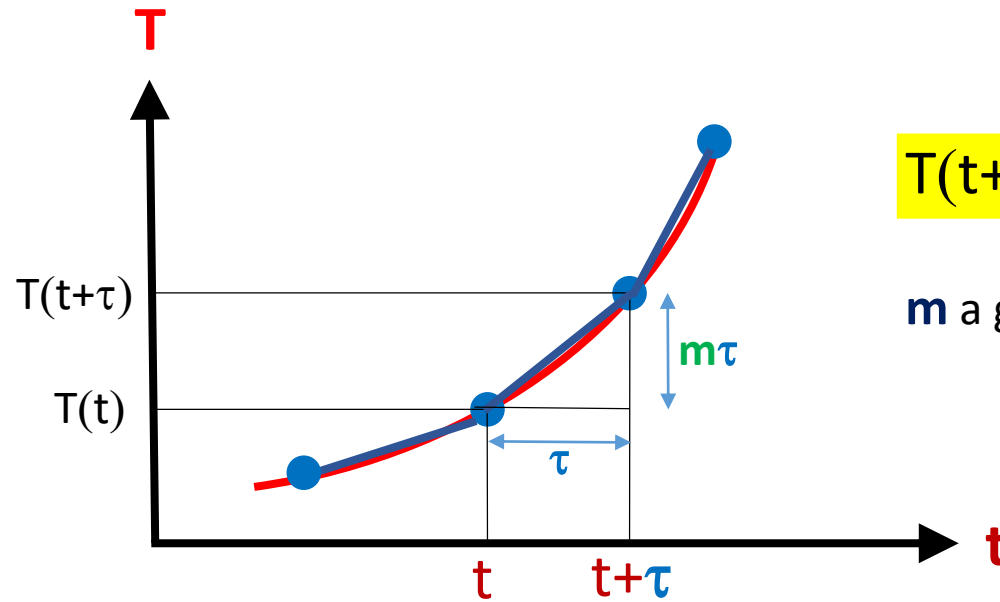


## Milyen hangot hall a megfigyelő?

$T$  – a hang kibocsátásának pillanata

$t$  – a hang észlelésének pillanata

A hangforrás mozgása alapján  
elvileg (numerikusan)  
meghatározható a  $T(t)$  függvény



$$T(t+\tau) = T(t) + m \tau$$

$m$  a görbe meredeksége

$$m = T'(t)$$

A megfigyelő egy-egy rövid időszakban  
periodikus jelet észlel,  
ám ennek frekvenciája  
az idő függvényében változik:

a görbe  $m$  meredeksége a  $t$  idő függvényében változik:  $m(t)$

Ez a Doppler-effektus alapképlete:

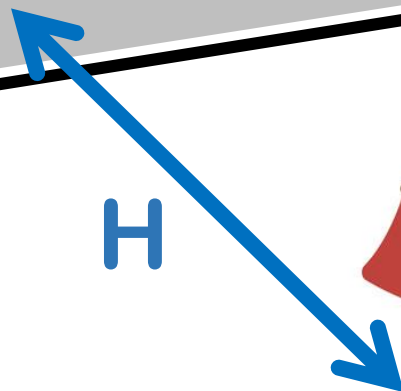
$$\omega(t) = m(t) \omega_0$$

$$m = m(t) = |T'(t)|$$



Vegyünk fel koordináta-rendszert!  
A mentőautó az  $y$  tengely mentén mozog.

$$y = v T$$

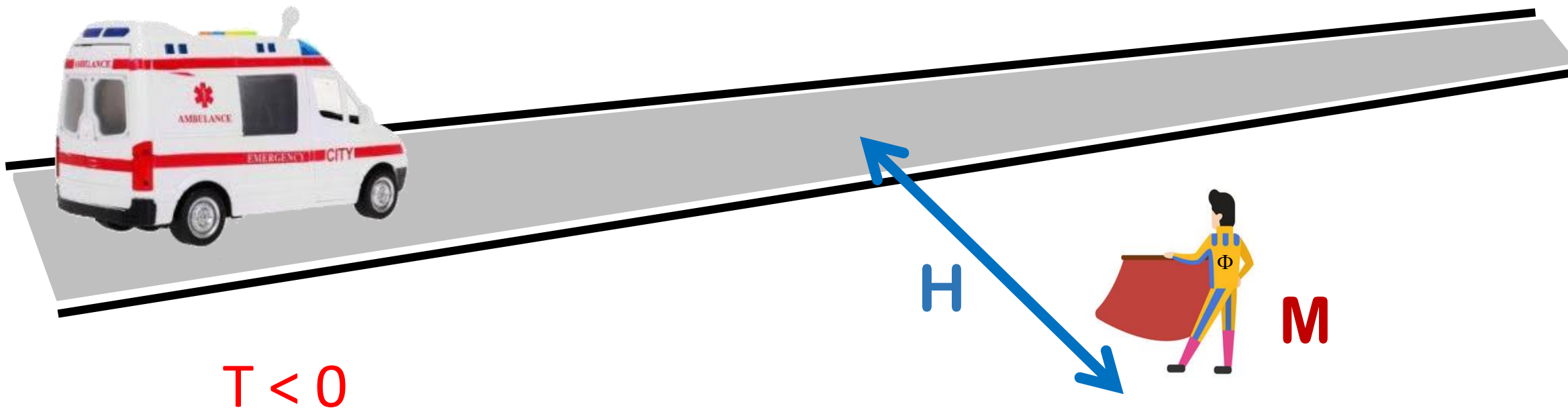


$M$

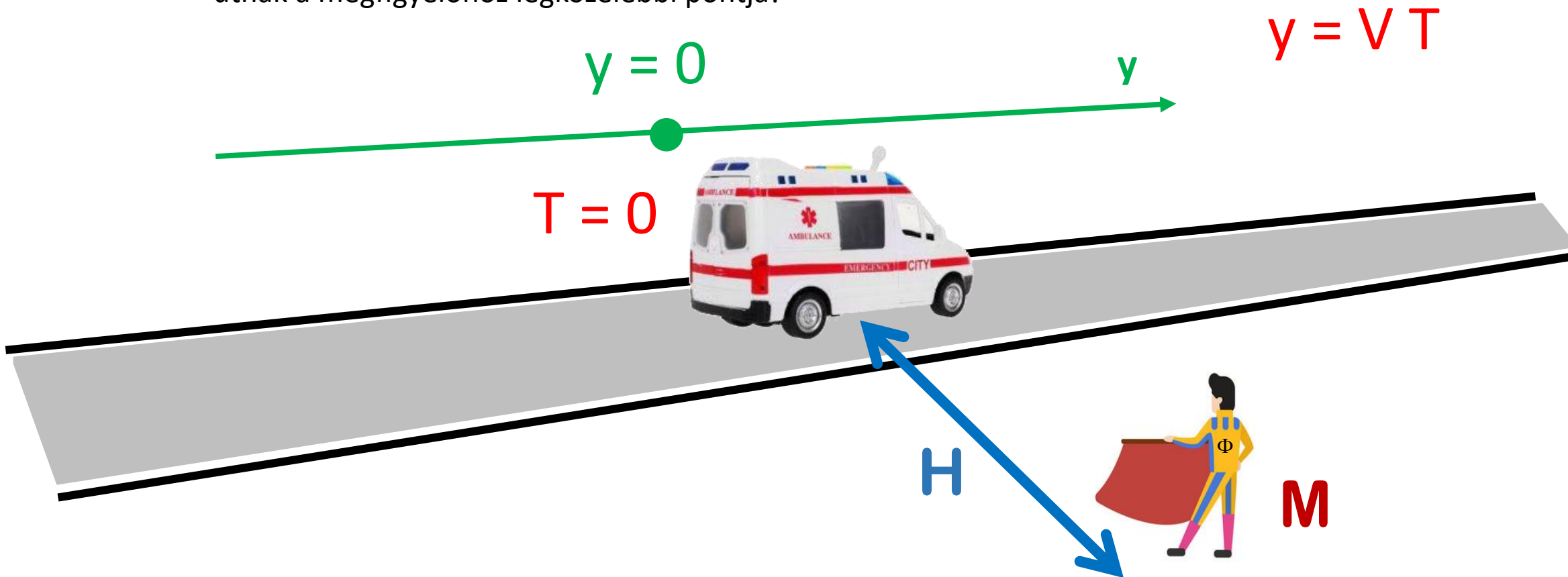
A koordinátarendszer kezdőpontja legyen az útnak a megfigyelőhöz legközelebbi pontja!

$$y < 0$$

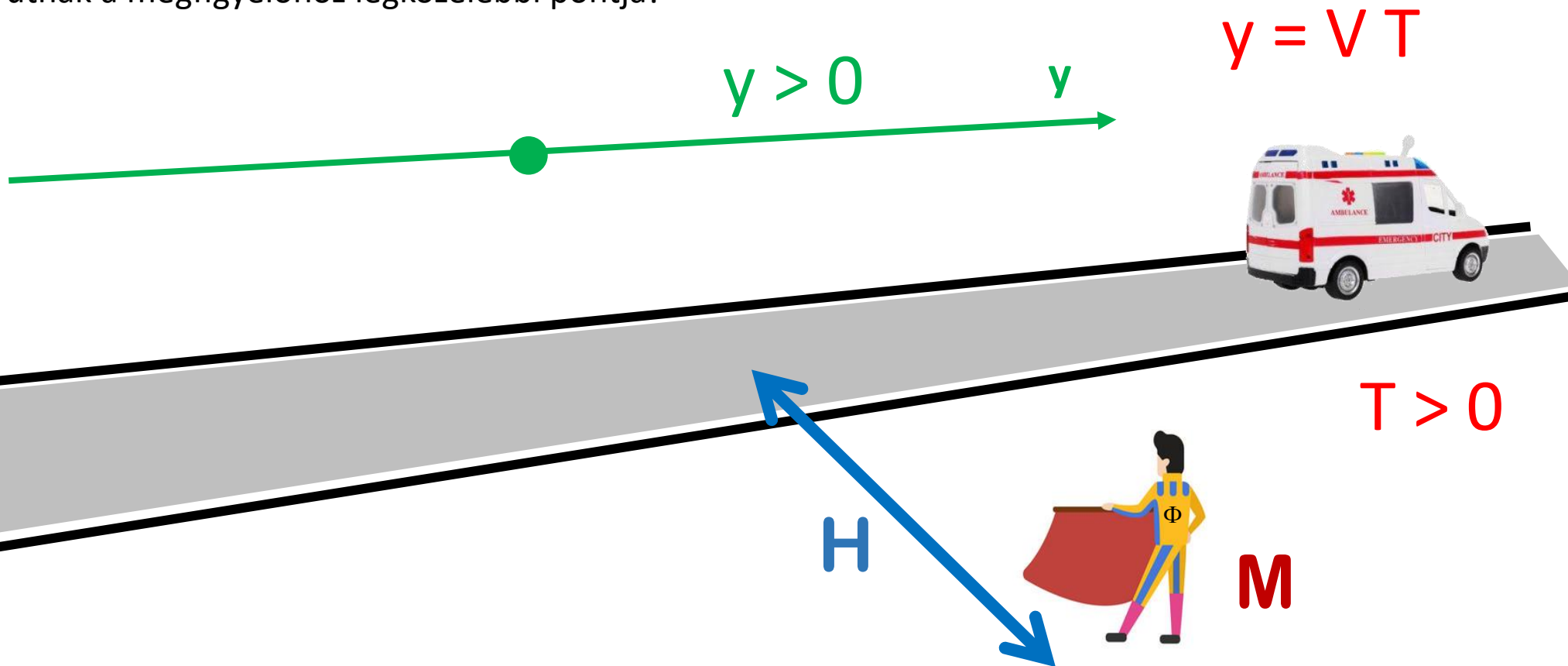
$$y = v T$$



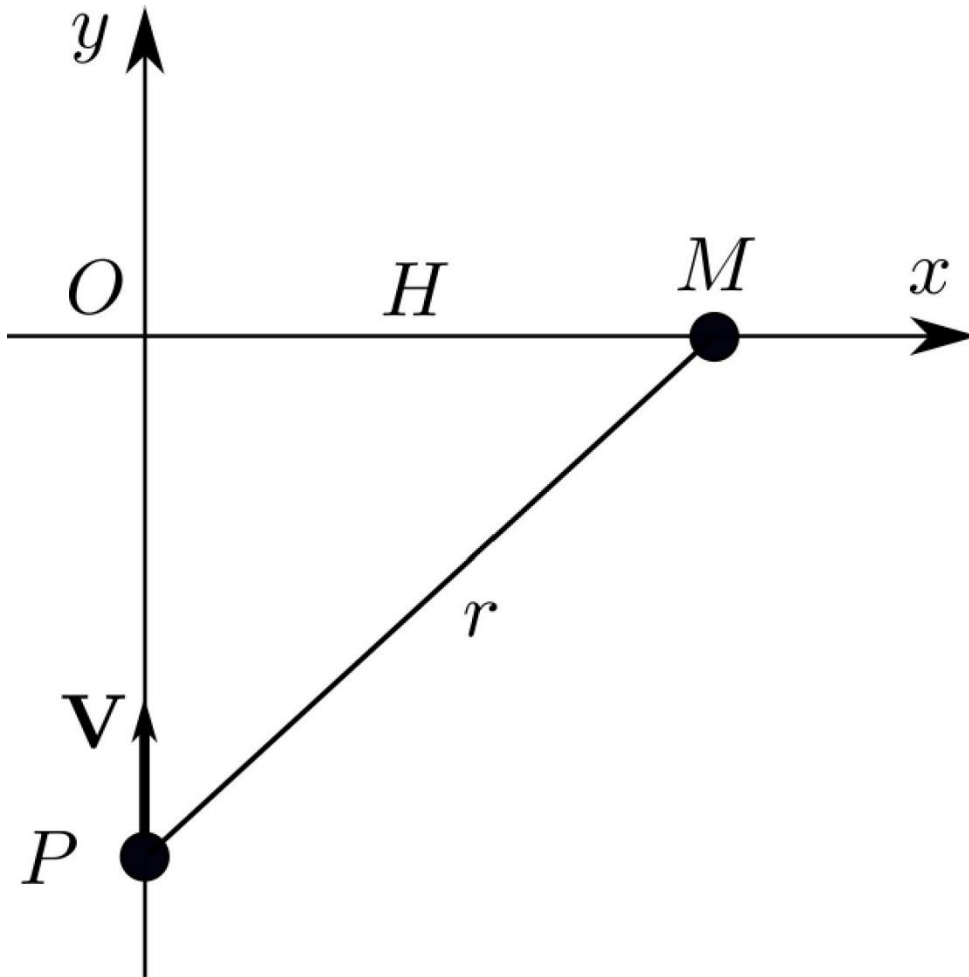
A koordinátarendszer kezdőpontja legyen az útnak a megfigyelőhöz legközelebbi pontja!



A koordinátarendszer kezdőpontja legyen az útnak a megfigyelőhöz legközelebbi pontja!



## Fordítsuk le a szituációt matekra!



- A mentőautó az  $y$  tengely mentén mozog, sebessége  $V$
- A  $T$  időpontban az  $y=VT$  koordinátájú  $P$  pontban van
- A  $T=0$  időpontban az  $y=0$  koordinátájú  $O$  pontban van
- Az  $OP$  távolság ezért  $y=VT$  ( $T$  negatív és pozitív is lehet!)
- A megfigyelő nyugalomban van az  $x=H$ ,  $y=0$  koordinátájú  $M$  pontban
- A mentőautó által a  $T$  pillanatban a  $P$  pontban kibocsátott hang a  $t$  pillanatban éri el az  $M$  megfigyelőt ( $t > T$ )
- A hang terjedési sebessége  $c$
- A  $P$  és  $M$  pontok távolsága ezért  $r = c(t - T)$
- A Pitagorasz-tétel miatt viszont  $r = \sqrt{H^2 + (VT)^2}$

Ezért:

$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez az **alapképlet** határozza meg a hang kibocsátásának  $T$  idejét az észlelés  $t$  idejének függvényében.

$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez a fizikai összefüggés a hang kibocsátásának **T** időpontja és észlelésének **t** időpontja között.

A matematikus szemében ez egy egyenlet. **Meg kell oldani** a **T** változóra, ezzel megkapjuk a keresett **T(t)** függvényt.

Íme: Emeld négyzetre:

$$H^2 + V^2T^2 = c^2 (t^2 - 2tT + T^2)$$

Ez a **T** változóra nézve másodfokú egyenlet, meg tudjuk oldani:

$$T(t) = \frac{c^2 t \pm \sqrt{V^2 c^2 t^2 + (c^2 - V^2) H^2}}{c^2 - V^2}$$

**Egzaktul megoldottuk a problémát!**

**Most már mindent értünk, mindent tudunk!**

$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez a fizikai összefüggés a hang kibocsátásának **T** időpontja és észlelésének **t** időpontja között.

A matematikus szemében ez egy egyenlet. **Meg kell oldani** a **T** változóra, ezzel megkapjuk a keresett **T(t)** függvényt.

Íme: Emeld négyzetre:

$$H^2 + V^2T^2 = c^2 (t^2 - 2tT + T^2)$$

Ez a **T** változóra nézve másodfokú egyenlet, meg tudjuk oldani:

$$T(t) = \frac{c^2 t \pm \sqrt{V^2 c^2 t^2 + (c^2 - V^2) H^2}}{c^2 - V^2}$$

**Egzaktul megoldottuk a problémát!**

**Most már mindent értünk, mindent tudunk!**

**TÉNYLEG ???**



$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez a fizikai összefüggés a hang kibocsátásának **T** időpontja és észlelésének **t** időpontja között.

A matematikus szemében ez egy egyenlet. **Meg kell oldani** a **T** változóra, ezzel megkapjuk a keresett **T(t)** függvényt.

Íme: Emeld négyzetre:

$$H^2 + V^2T^2 = c^2 (t^2 - 2tT + T^2)$$

Ez a **T** változóra nézve másodfokú egyenlet, meg tudjuk oldani:

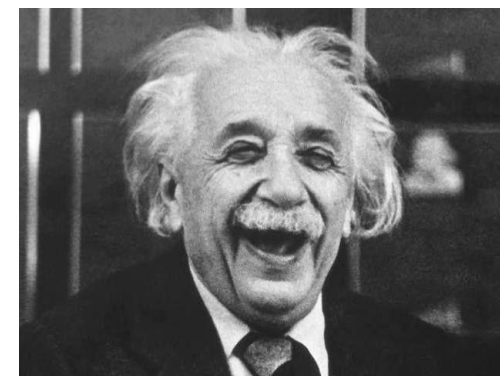
$$T(t) = \frac{c^2 t \pm \sqrt{V^2 c^2 t^2 + (c^2 - V^2) H^2}}{c^2 - V^2}$$

**Egzaktul megoldottuk a problémát!**

Most már mindent értünk, mindent tudunk!

**TÉNYLEG ???**

**A fizikai probléma megértése ott kezdődik,  
ahol a matekpélda végződik! (A.E.)**





$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez a fizikai összefüggés a hang kibocsátásának **T** időpontja és észlelésének **t** időpontja között.

A matematikus szemében ez egy egyenlet. **Meg kell oldani** a **T** változóra, ezzel megkapjuk a keresett **T(t)** függvényt.

**A fizikus gondolkodik:**

$$H^2 + V^2T^2 = c^2 (t^2 - 2tT + T^2)$$

Ez a **T** és **t** változóra nézve is másodfokú egyenlet, ami a **T** és **t** változók síkján egy **kúpszelet** egyenlete.

Mivel az idő  $-\infty$  és  $+\infty$  között változhat, a görbe a végtelenbe nyúlik.

Ezért csak **hiperbola** lehet 😊

$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez a fizikai összefüggés a hang kibocsátásának **T** időpontja és észlelésének **t** időpontja között.

A matematikus szemében ez egy egyenlet. **Meg kell oldani** a **T** változóra, ezzel megkapjuk a keresett **T(t)** függvényt.

**A fizikus gondolkodik:**

$$H^2 + V^2T^2 = c^2 (t^2 - 2tT + T^2)$$

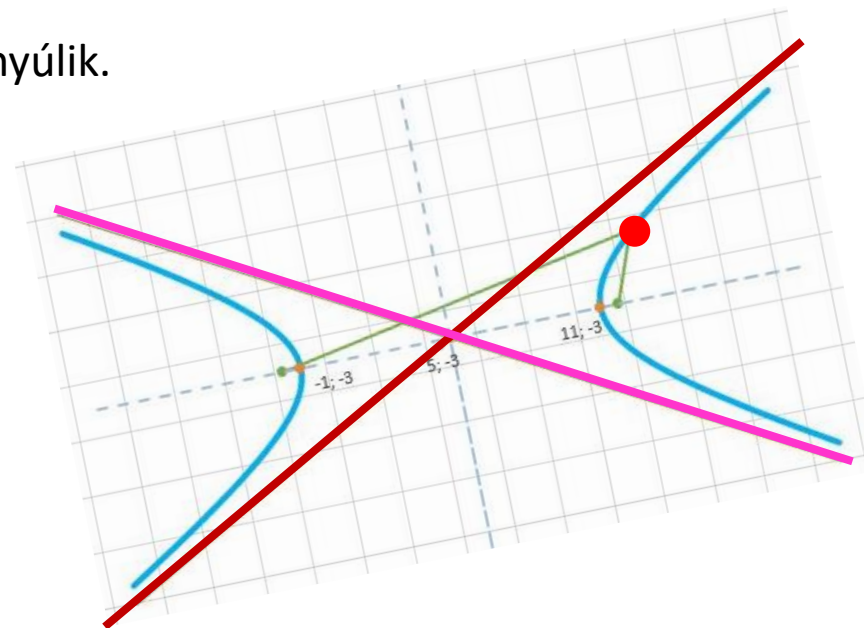
Ez a **T** és **t** változóra nézve is másodfokú egyenlet, ami a **T** és **t** változók síkján egy **kúpszelet** egyenlete.

Mivel az idő  $-\infty$  és  $+\infty$  között változhat, a görbe a végtelenbe nyúlik.

Ezért csak **hiperbola** lehet 😊

A hiperbolát egyértelműen meghatározza **egy pontja**,  
és a **két aszimptotája**.

Ezeket kell az egyenletből kibogáraznunk.



$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez a fizikai összefüggés a hang kibocsátásának **T** időpontja és észlelésének **t** időpontja között.

**Aszimptota:** a hiperbola a végtelenben egy egyeneshez közelít.

Ha  $T \rightarrow \infty$ , akkor a gyök alatt a véges **H** elhanyagolható. Ezért el tudjuk végezni a gyökvonást:  $\pm VT$

A jobboldal mindig pozitív, mert  $t > T$

Ezért az **aszimptoták** egyenlete:

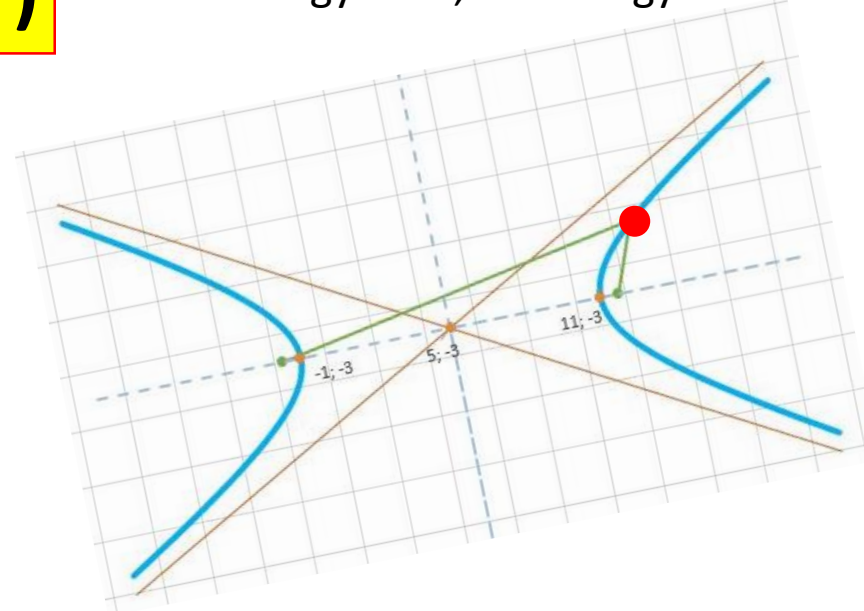
$$\pm VT = c(t - T)$$

elsőfokú egyenlet, sokkal egyszerűbb...

**K** „közelpont”: legyen **T = 0**. Ekkor **t = H/c**

A hiperbolát egyértelműen meghatározza **egy pontja**,  
és a **két aszimptotája**.

Ezeket kell az egyenletből kibogáraznunk.



$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

Ez a fizikai összefüggés a hang kibocsátásának  $T$  időpontja és észlelésének  $t$  időpontja között.

**Aszimptota:** a hiperbola a végtelenben egy egyeneshez közelít.

$$\pm VT = c(t - T)$$

Ha  $T \rightarrow -\infty$ , és a jobb oldal pozitív, akkor

$$-VT = ct - cT$$

tehát

$$T(t) = ct / (c - V)$$

Ha  $T \rightarrow +\infty$ , és a jobb oldal pozitív, akkor

$$VT = ct - cT$$

tehát

$$T(t) = ct / (c + V)$$

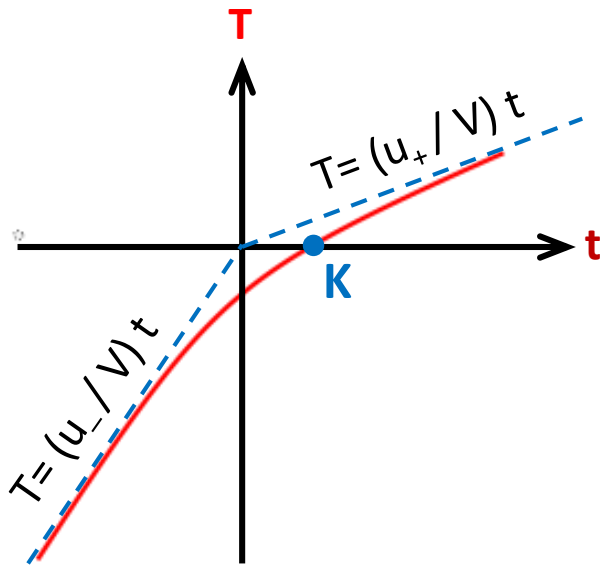
Az egyenesek elhelyezkedése attól függ, hogy  $V < c$  vagy  $V > c$

Az első eset a **szubszonikus** (a hangnál lassabb), a másik a **szuperszonikus** (hangnál gyorsabb) mentőautó esete.

A  $V = c$  kritikus esetet külön kell vizsgálni.

$$V < c$$

Keressük a  $T(t)$  függvényt!



**K** „közelpont”: legyen  $T = 0$ . Ekkor  $t = H/c$

Legyen  $u_- = \frac{V}{1 - V/c}$  és  $u_+ = \frac{V}{1 + V/c}$

$$u_- > V > u_+$$

Az aszimptoták egyenlete:

$$T(t) = \frac{c}{c - V} t = \frac{u_-}{V} t \quad \text{és} \quad T(t) = \frac{c}{c + V} t = \frac{u_+}{V} t$$

Az aszimptoták mentén:

$$y(T) = V T = u_- t = y(t)$$

illetve:

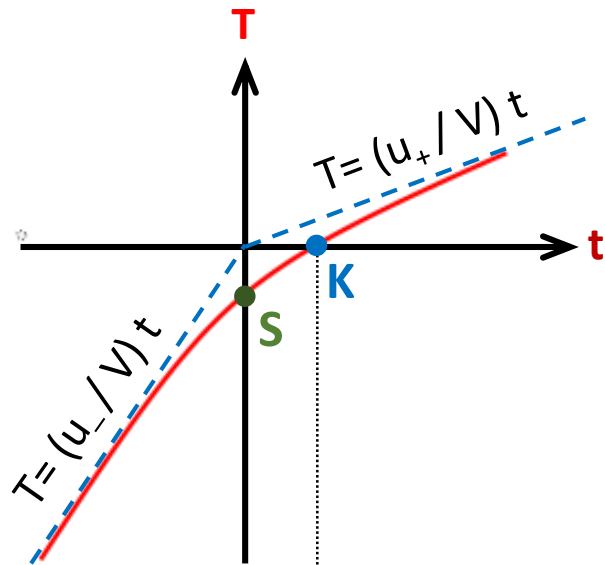
$$y(T) = V T = u_+ t = y(t)$$

Ezért  $u_-$ , illetve  $u_+$  a távolról közeledő, illetve messzire távolodó mentőautó **látszólagos sebessége**.

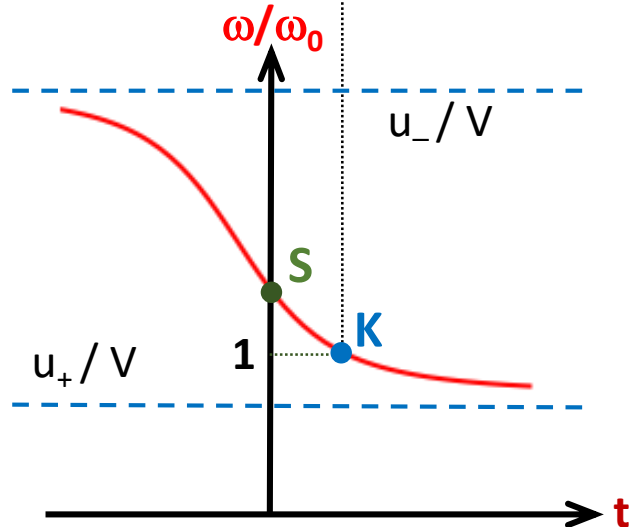


$$V < c$$

Keressük  
a  $T(t)$   
függvényt!



Keressük  
az  $\omega(t)$   
függvényt!



Emlékeztető:  $\omega(t)/\omega_0 = m(t) = |T'(t)|$

$m(t)$  a piros görbe meredeksége (deriváltja)

Tanulság: a **Doppler-effektus** NEM hullámtani jelenség,  
hanem **KINEMATIKAI**:

A megfigyelő által észlelt **frekvencia változása**  
egyszerűen a hangforrás  
**látszólagos sebessége változásának** következménye!

Eml:  $u_-$ , illetve  $u_+$  a távolról közeledő, illetve  
messzire távolodó mentőautó **látszólagos**  
(pontosabban hallatszólágos) **sebessége**.



$$V < c$$

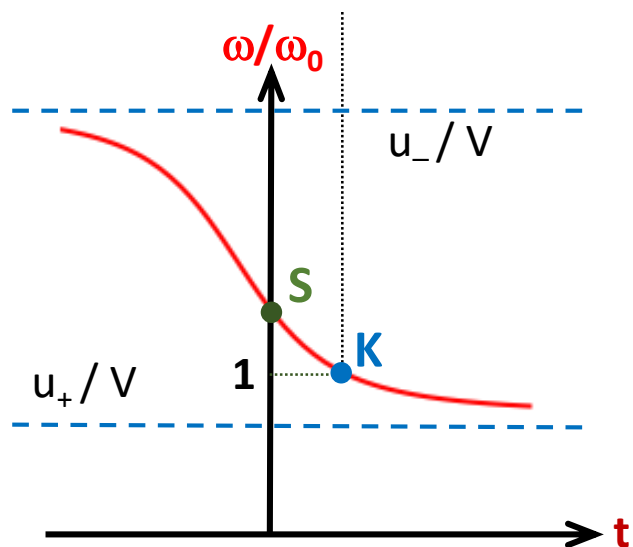


Most pedig hallgassuk meg  
a mentőautó hangjának változását!

1. hangminta:  $V/c = 0,3$

2. hangminta:  $V/c = 0,8$

Keressük  
az  $\omega(t)$   
függvényt!

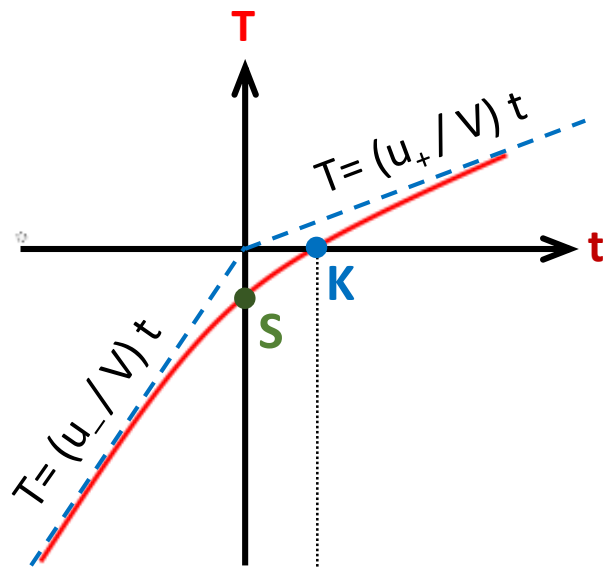


Köszönet Sárádi Andrásnak a hangminták elkészítéséért!

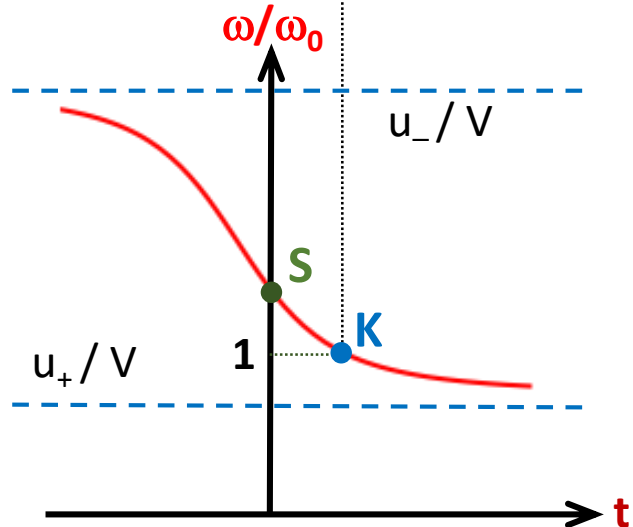
Eml:  $u_-$ , illetve  $u_+$  a távolról közeledő, illetve  
messzire távolodó mentőautó **látszólagos**  
(pontosabban hallatszólágos) **sebessége**.

$$V < c$$

Keressük  
a  $T(t)$   
függvényt!



Keressük  
az  $\omega(t)$   
függvényt!



A fő kérdés:

**Miért változik az állandó  $V$  sebességgel száguldó mentőautó látszólagos (hallatszólagos) sebessége?**

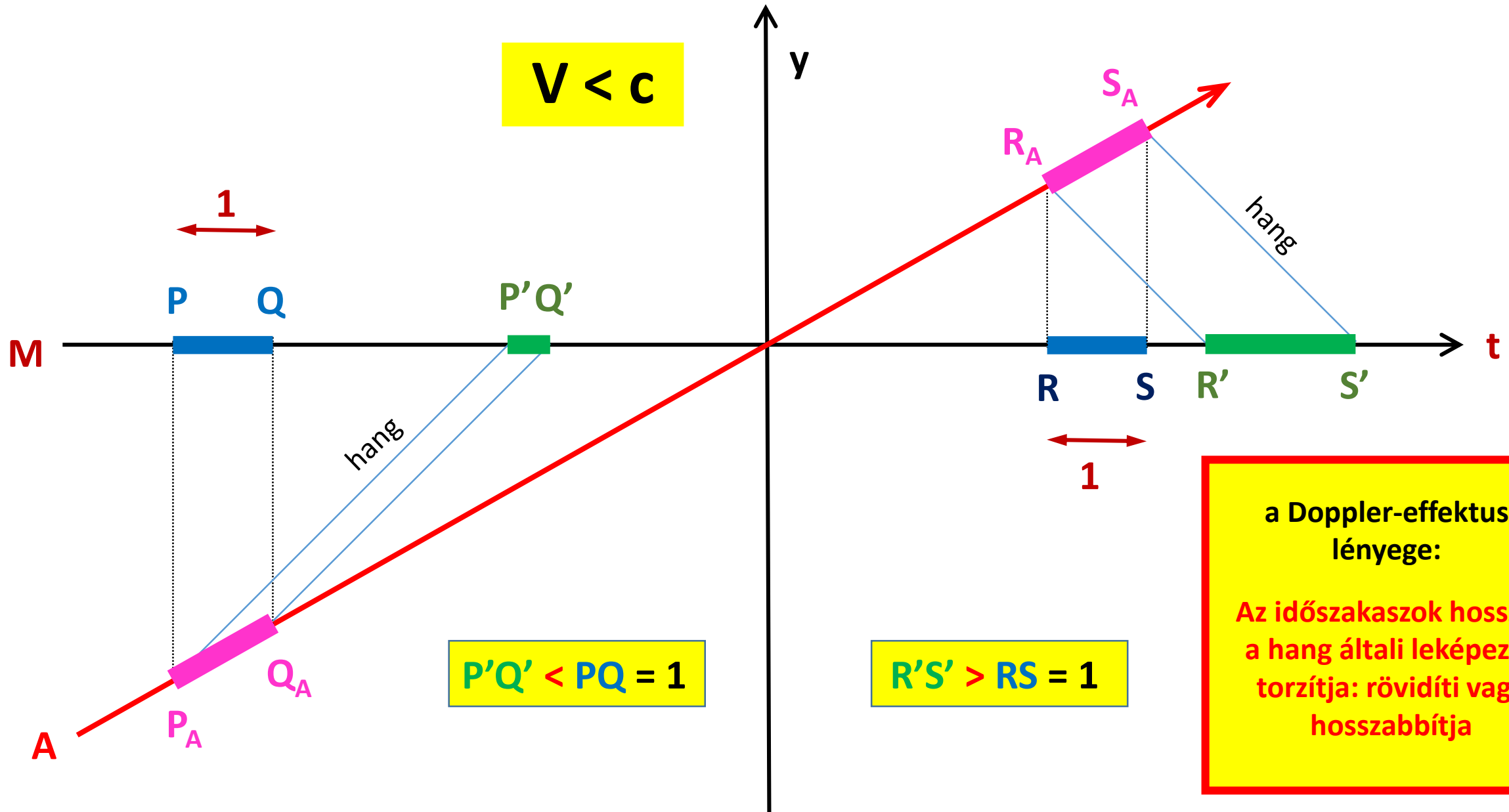
Tanulság: a **Doppler-effektus** NEM hullámtani jelenség,  
hanem **KINEMATIKAI**:

A megfigyelő által észlelt **frekvencia változása**  
egyszerűen a hangforrás  
**látszólagos sebessége változásának** következménye!

Eml:  $u_-$ , illetve  $u_+$  a távolról közeledő, illetve  
messzire távolodó mentőautó **látszólagos**  
(pontosabban hallatszólagos) **sebessége**.







a Doppler-effektus lényege:  
 Az időszakaszok hosszát a hang általi leképezés torzítja: rövidíti vagy hosszabbítja



**a Doppler-effektus  
lényege:**

**Az időszakaszok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja**

Miért pont a HANG általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy **valami fix  
sebességű jelhordozó** képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, fény,  
puskagolyó  
vagy akár lovasfutár is...

a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakosok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Kitérő: **MIHEZ KÉPEST**  
mérjük a sebességet?

Ez itt NEM a  
relativitáselmélet!

A hang terjedésének  
vizsgálatakor **LÉTEZIK**  
**kitüntetett vonatkoztatási**  
**rendszer:** amelyben a  
levegő nyugszik!

Miért pont a HANG általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy **valami fix**  
**sebességű jelhordozó** képezi  
le az időszakosokat!

A hordozó lehet hang, fény,  
puskagolyó  
vagy akár lovasfutár is...

**a Doppler-effektus  
lényege:**

**Az időszakaszok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja**

Miért pont a HANG általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, fény,  
puskagolyó  
vagy akár lovasfutár is...

a Doppler-effektus lényege:

Az időszakaszok hosszát a hang általi leképezés torzítja: rövidíti vagy hosszabbítja

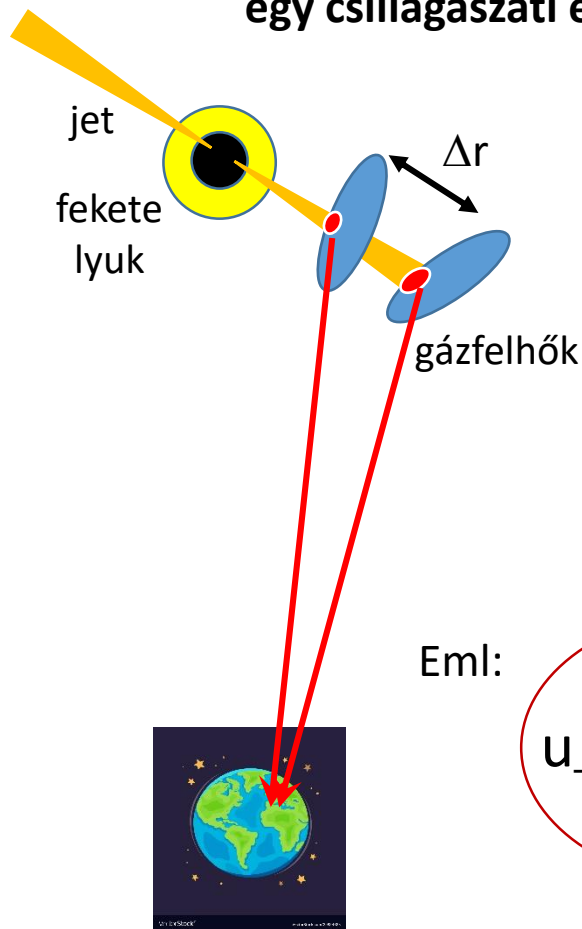
Miért pont a HANG általi leképezés okozza a Doppler-effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix sebességű jelhordozó képezi le az időszakaszokat!

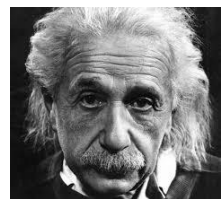
A hordozó lehet hang, fény, puskagolyó vagy akár lovasfutár is...

egy csillagászati érdekesség



$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = u > c$$

$c$  a fény sebessége



Eml:

$$u_- = \frac{v}{1 - v/c}$$

Ha  $c > v > c/2 \rightarrow u_- > c$

A látszólagos jelsebesség meghaladhatja a fénysebességet!



## a Doppler-effektus lényege:

Az időszakaszok hosszát a hang általi leképezés torzítja: rövidíti vagy hosszabbítja

Miért pont a HANG általi leképezés okozza a Doppler-effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix sebességű jelhordozó képezi le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**, puskagolyó vagy akár lovasfutár is...

## Hogyan jelöljük ki az egységnyi időszakokat?

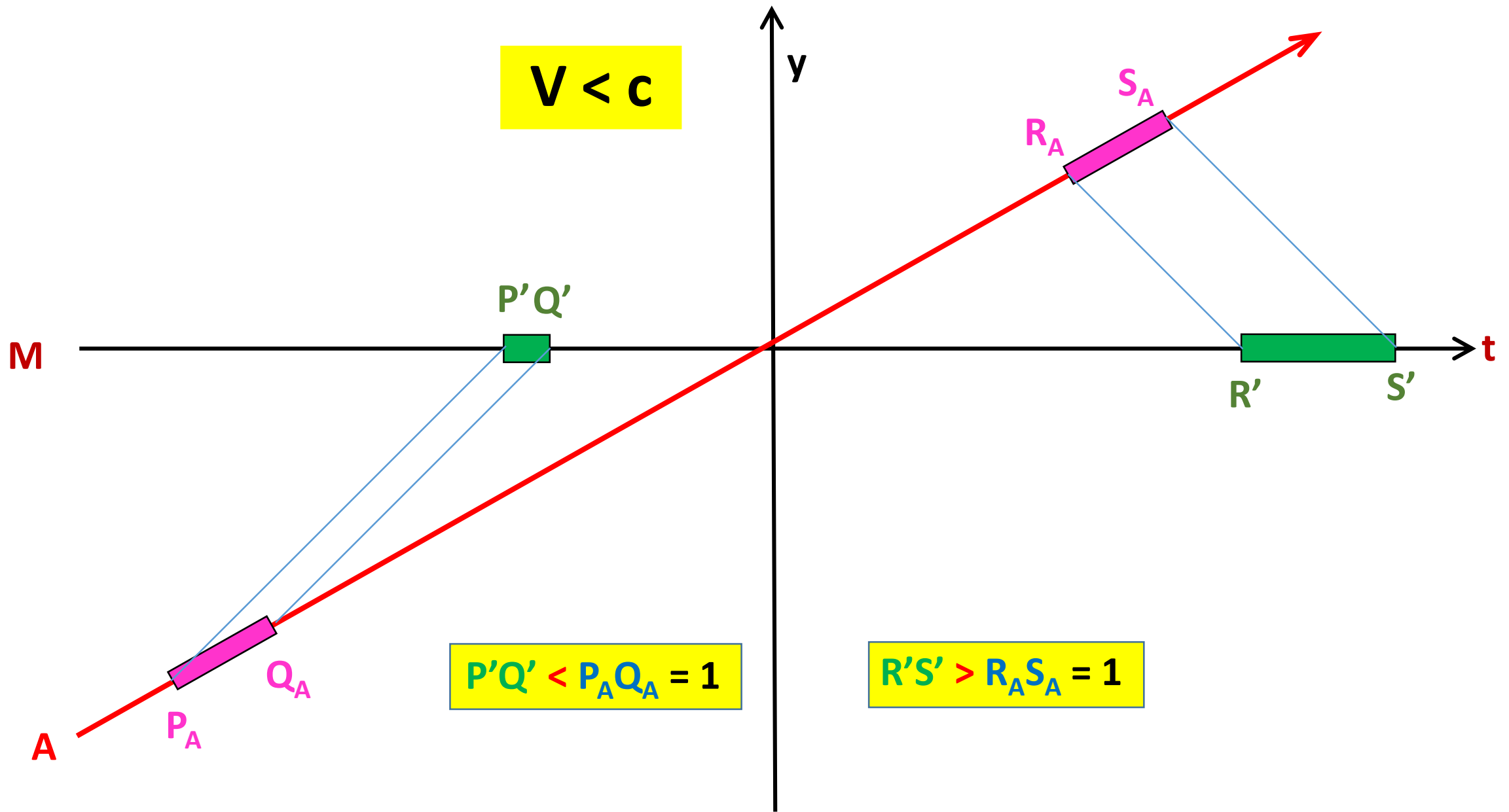
Valamilyen szabályosan ismétlődő, **periodikus** jelenség segíthet szakaszolni az időt:

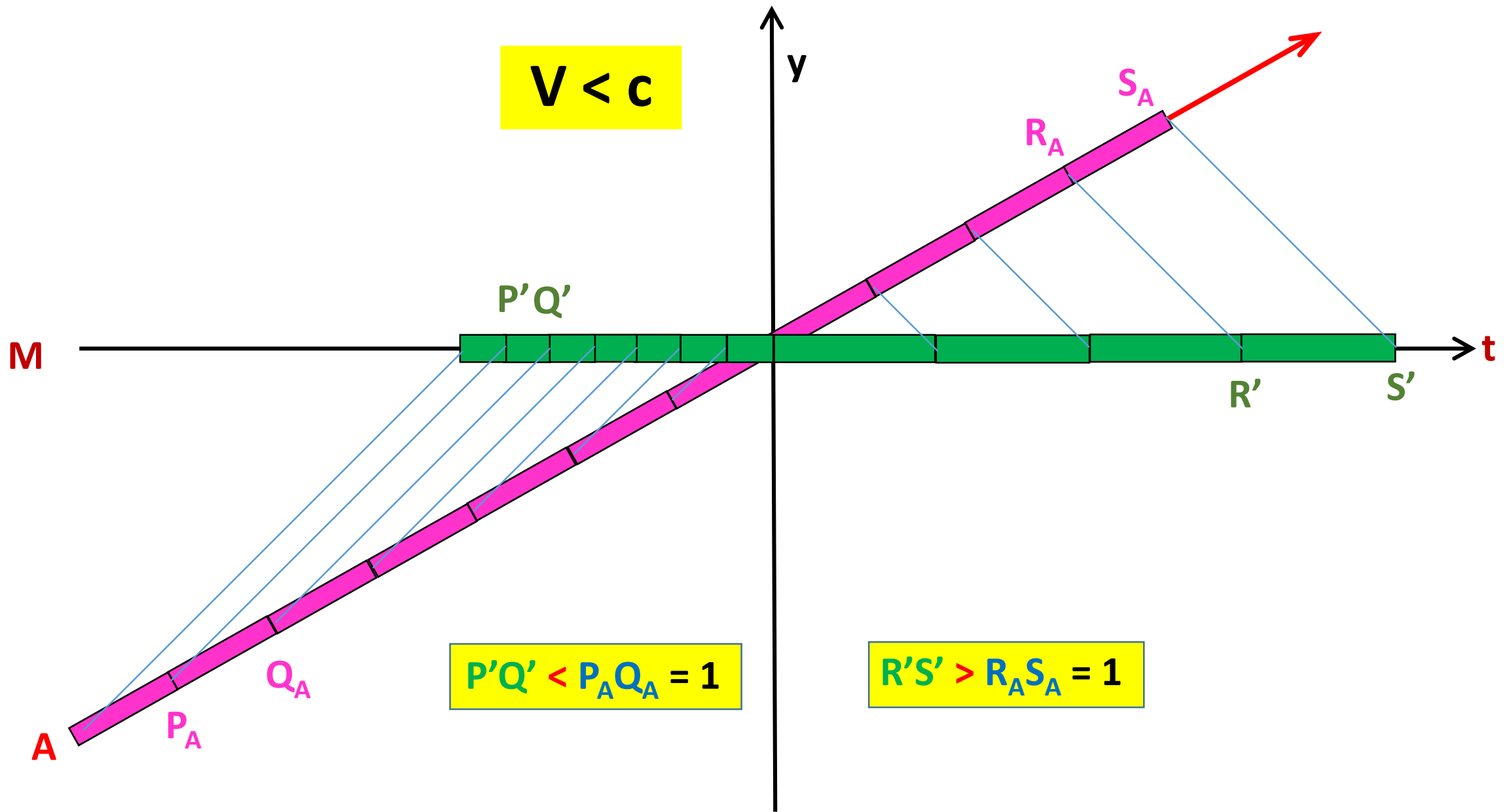
Valamilyen óra, aminek a kettýenéseit továbbítjuk.

**Vagy egy rezgés, ami hullámokat kelt.**

Ez a kapcsolat a hullámtan és a Doppler-effektus között:

**A rezgések csak címkézik az idő szakaszait...**







a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakaszok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

A hordozó lehet hang, fény,  
puskagolyó  
vagy akár LOVASFUTÁR is...

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!



a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

1/ Napóleon



a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

1/ Napóleon



a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

1/ Napóleon (lovon)



a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakaszok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

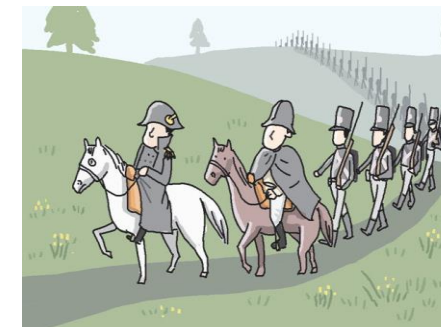
Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

1/ Napóleon (lovon)

2/ a Nagy Hadsereg



a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakaszok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

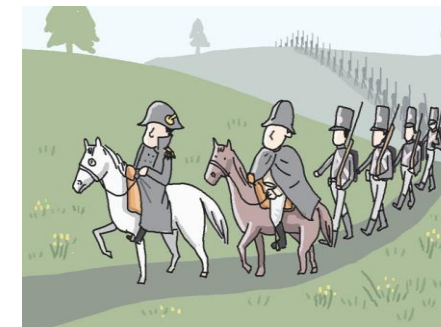
Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

- 1/ Napóleon (lovon)
- 2/ a Nagy Hadsereg
- 3/ Moszkva



a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakaszok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

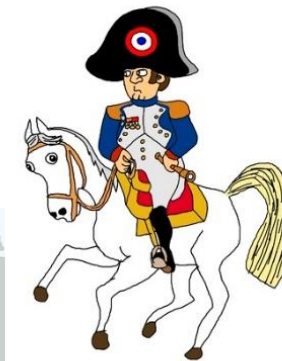
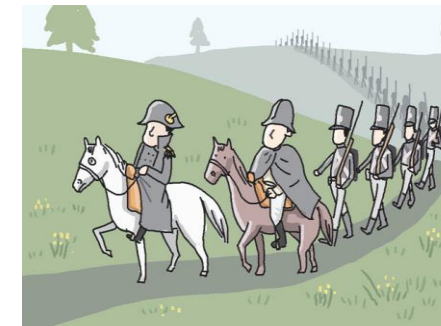
Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

- 1/ Napóleon (lovon)
- 2/ a Nagy Hadsereg
- 3/ Moszkva
- 4/ köztük a sztyeppe





a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

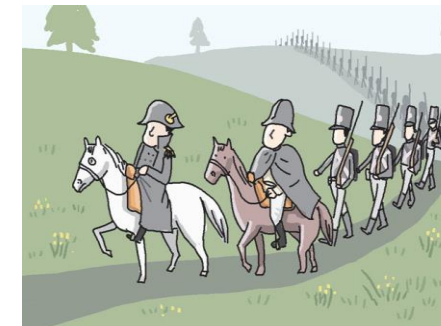
Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

- 1/ Napóleon (lovon)
- 2/ a Nagy Hadsereg
- 3/ Moszkva
- 4/ köztük a sztyeppe
- 5/ kozákok





a Doppler-effektus  
lényege:

Az időszakaszok hosszát  
a hang általi leképezés  
torzítja: rövidíti vagy  
hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi  
leképezés okozza a Doppler-  
effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix  
sebességű jelhordozó képezi  
le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**,  
puskagolyó  
vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

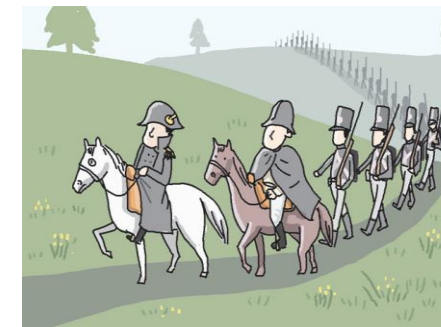
Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

- 1/ Napóleon (lovon)
- 2/ a Nagy Hadsereg
- 3/ Moszkva
- 4/ köztük a sztyeppe
- 5/ kozákok (lovon!)



## a Doppler-effektus lényege:

Az időszakaszok hosszát a hang általi leképezés torzítja: rövidíti vagy hosszabbítja

Miért pont a **HANG** általi leképezés okozza a Doppler-effektust?

Nem lényeges!

Az számít, hogy valami fix sebességű jelhordozó képezi le az időszakaszokat!

A hordozó lehet hang, **fény**, puskagolyó vagy akár **LOVASFUTÁR** is...

Ez nem vicc! Vegyük komolyan!

Végezzünk **gondolatkísérletet!**

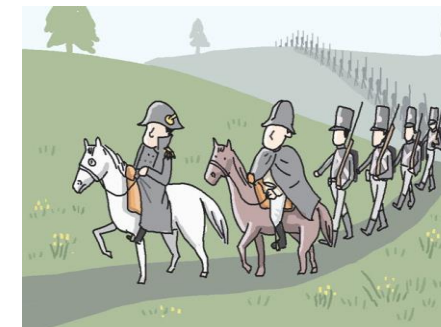
Idő: **1812**

**Kísérleti eszközök:**

- 1/ Napóleon (lovon)
- 2/ a Nagy Hadsereg
- 3/ Moszkva
- 4/ köztük a sztyeppe
- 5/ kozákok (lovon!)



Napóleon serege Moszkva felé vonul. Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába, hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

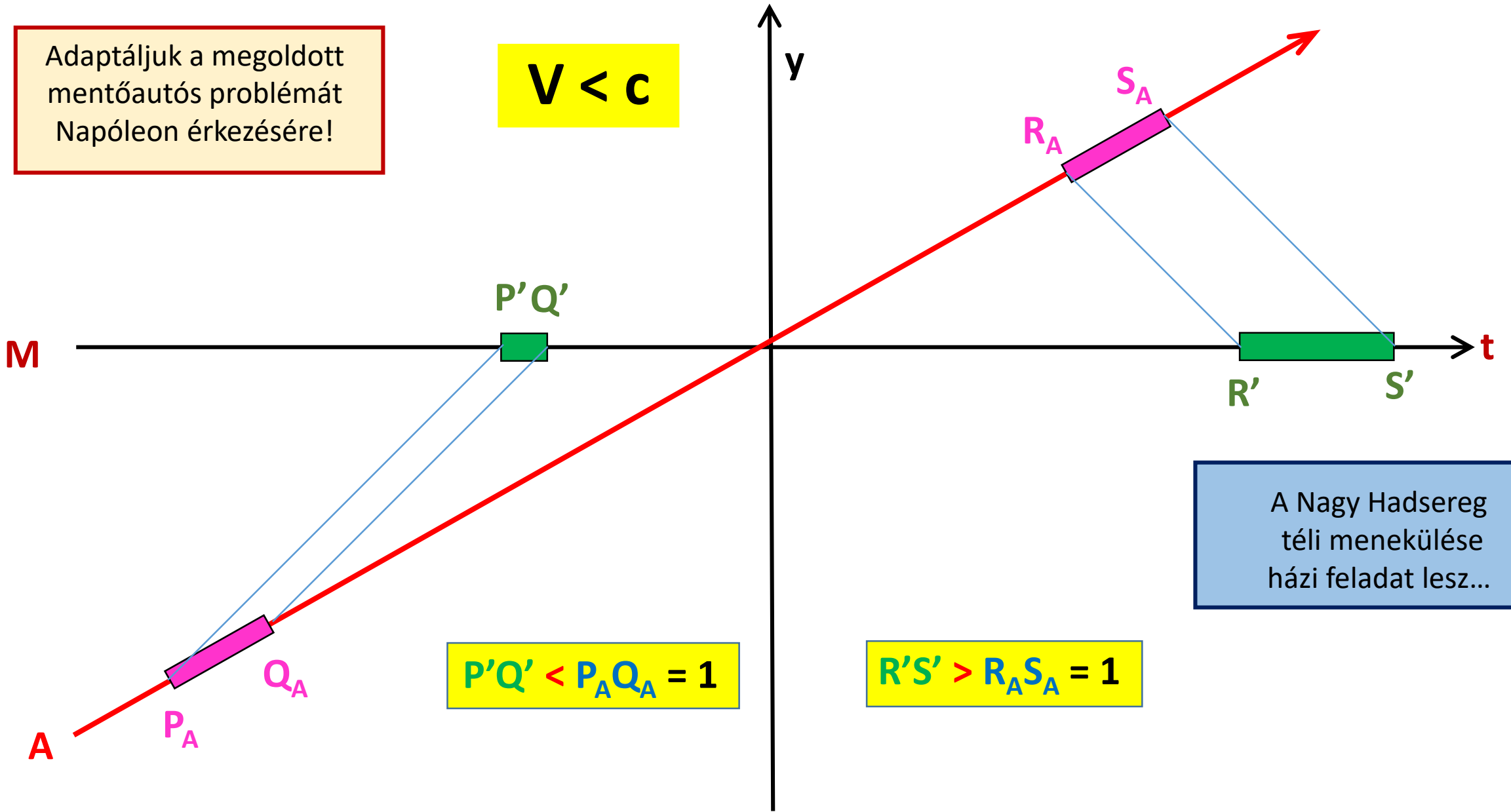


### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

Adaptáljuk a megoldott mentőautós problémát Napóleon érkezésére!

$$V < c$$



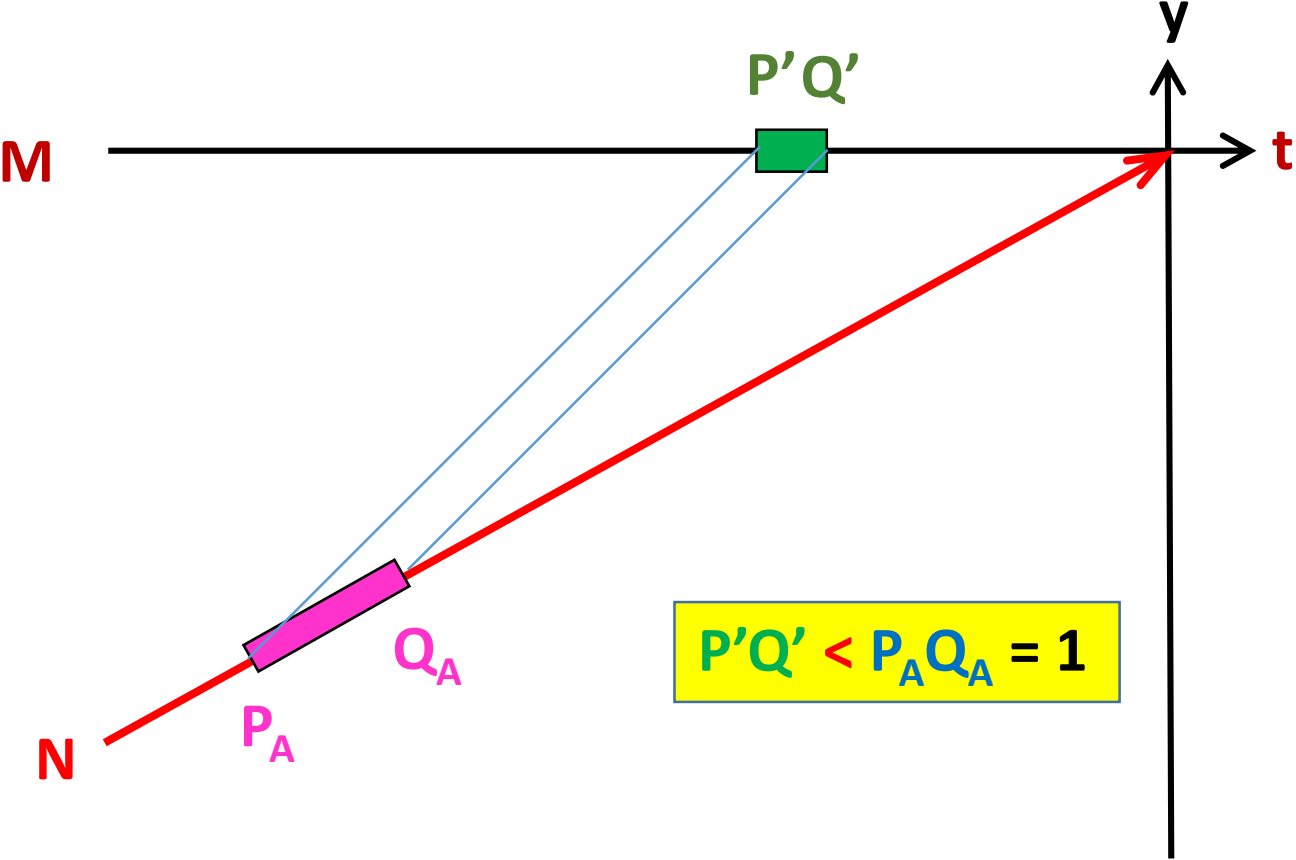
$$P'Q' < P_A Q_A = 1$$

$$R'S' > R_A S_A = 1$$

A Nagy Hadsereg téli menekülése házi feladat lesz...



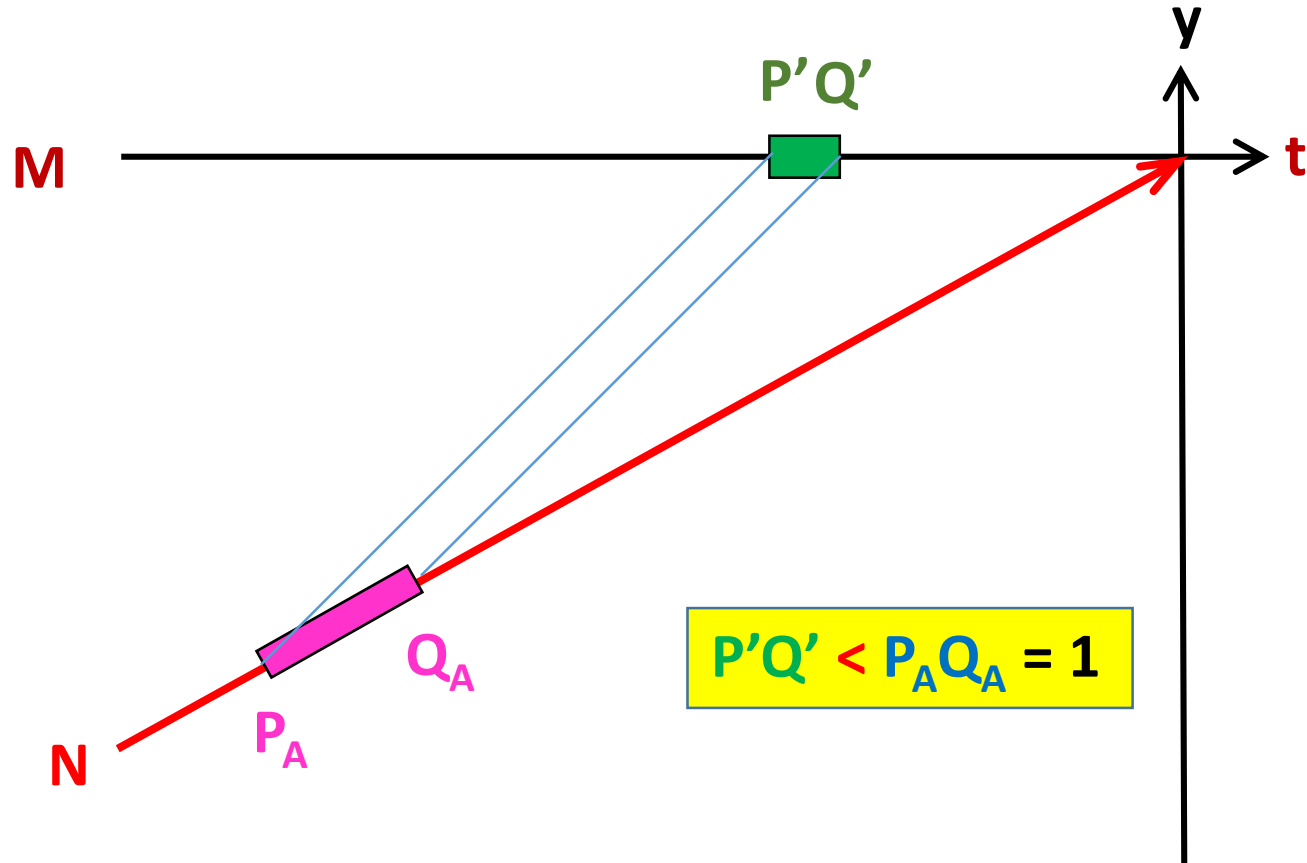
csak a közeledő mentőautó leírását kell átvennünk



Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak



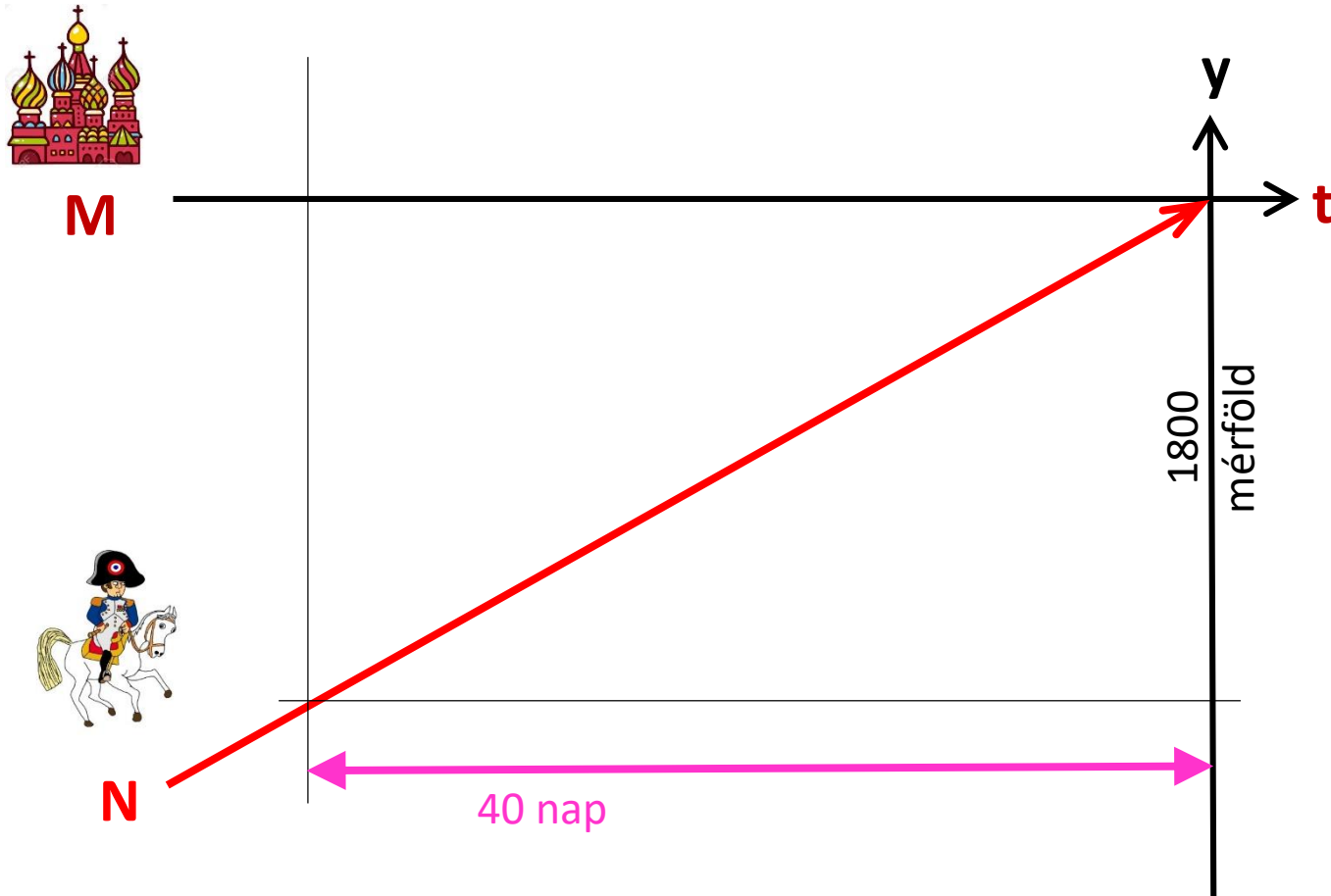
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart



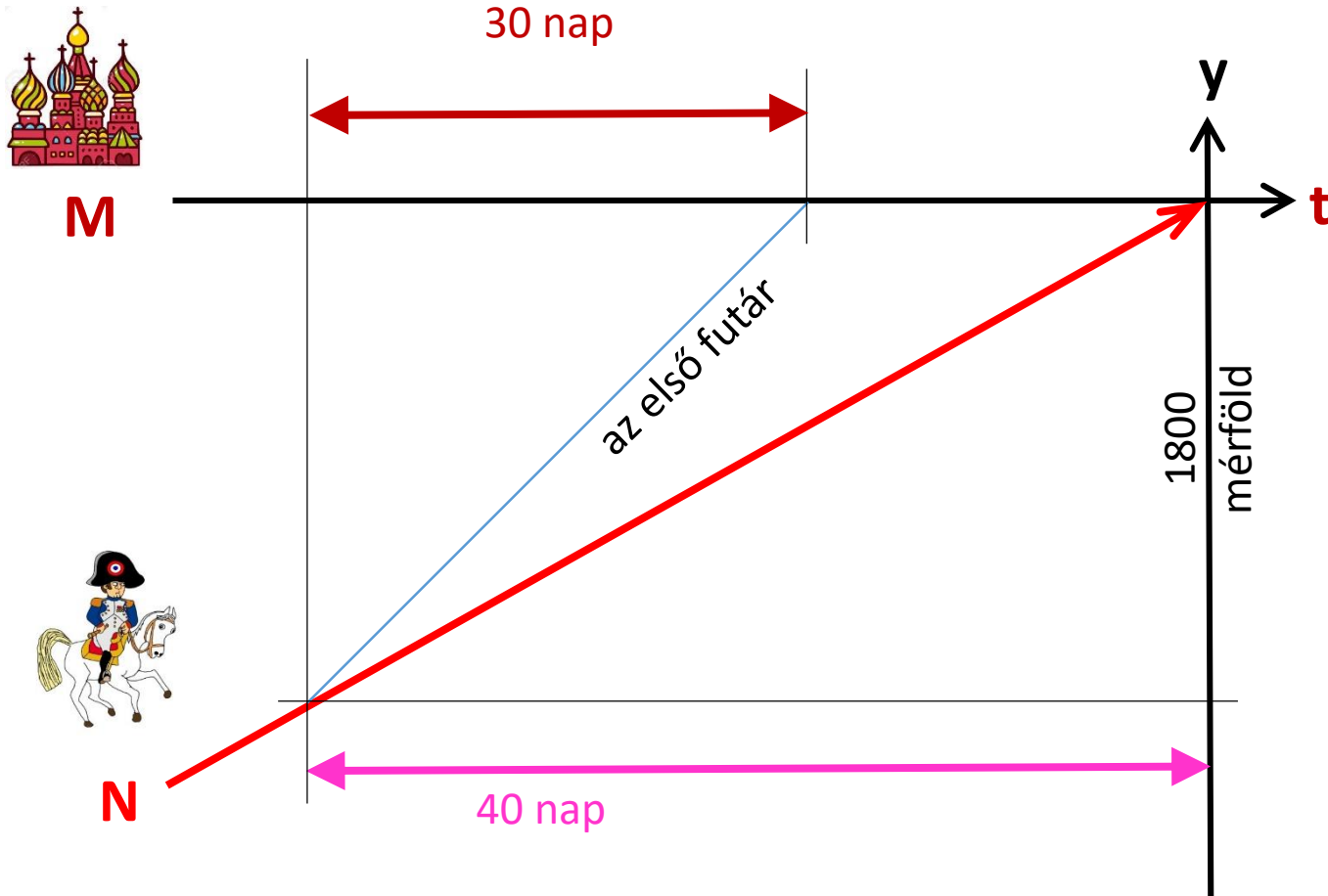
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart



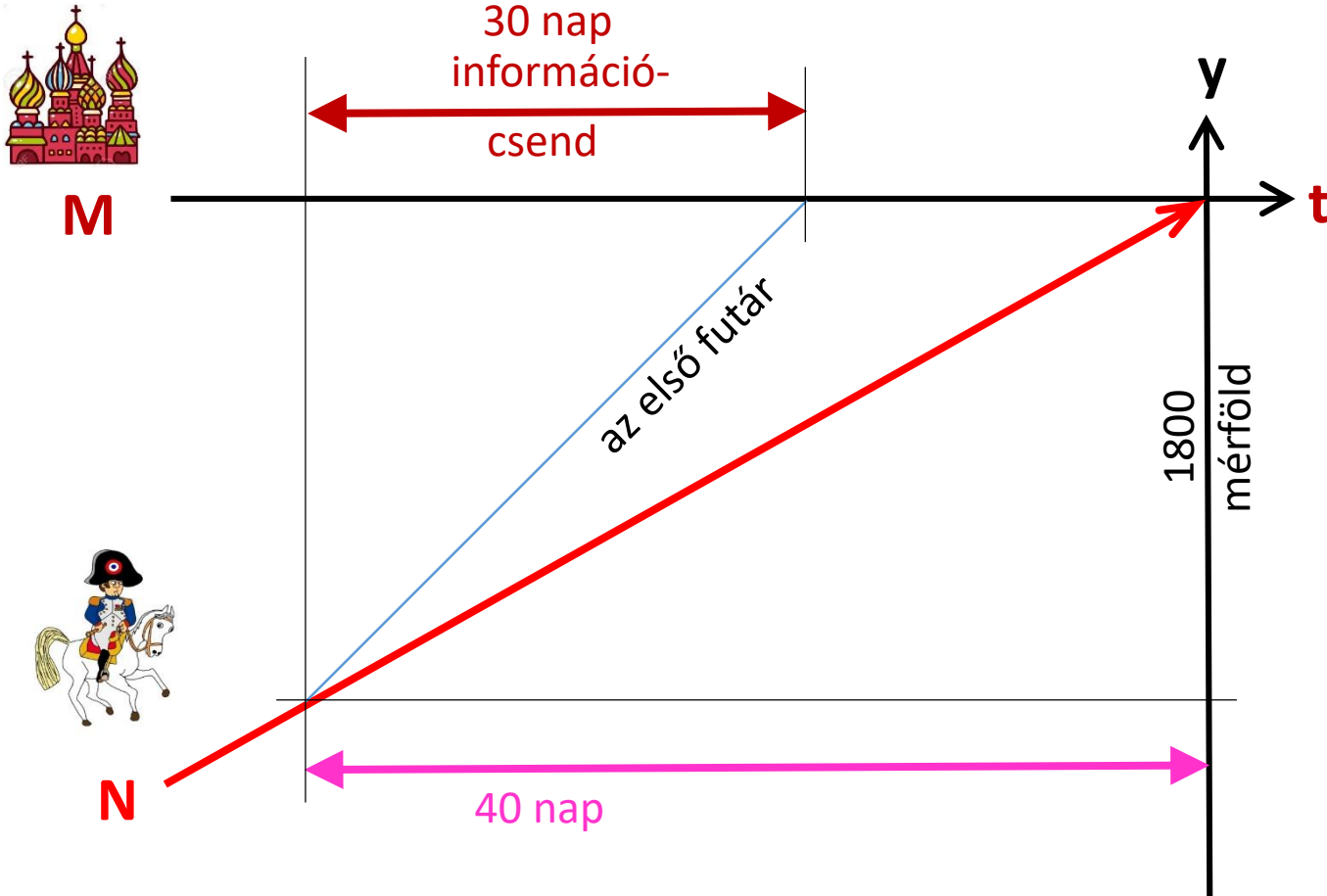
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart
- **ez alatt a 30 nap alatt Moszkvában senki sem tud semmit** (a mobiltelefont még nem találták fel)





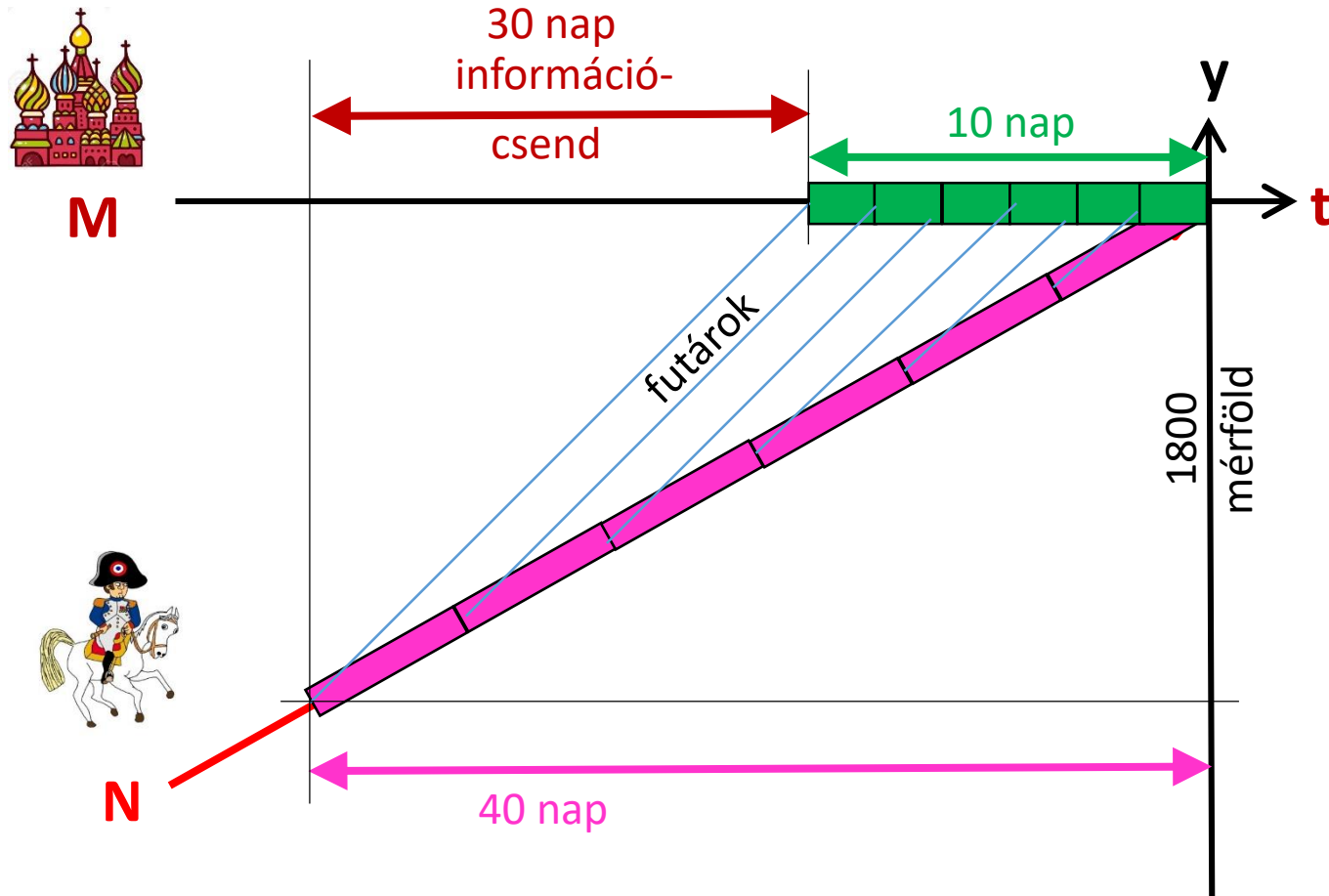
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart
- **ez alatt a 30 nap alatt Moszkvában senki sem tud semmit** (a mobiltelefont még nem találták fel)
- az utolsó futár a sereggel együtt érkezik be
- azaz a sereg vonulása alatt elindult mind a 40 futár az utolsó 10 napon fut be Moszkvába



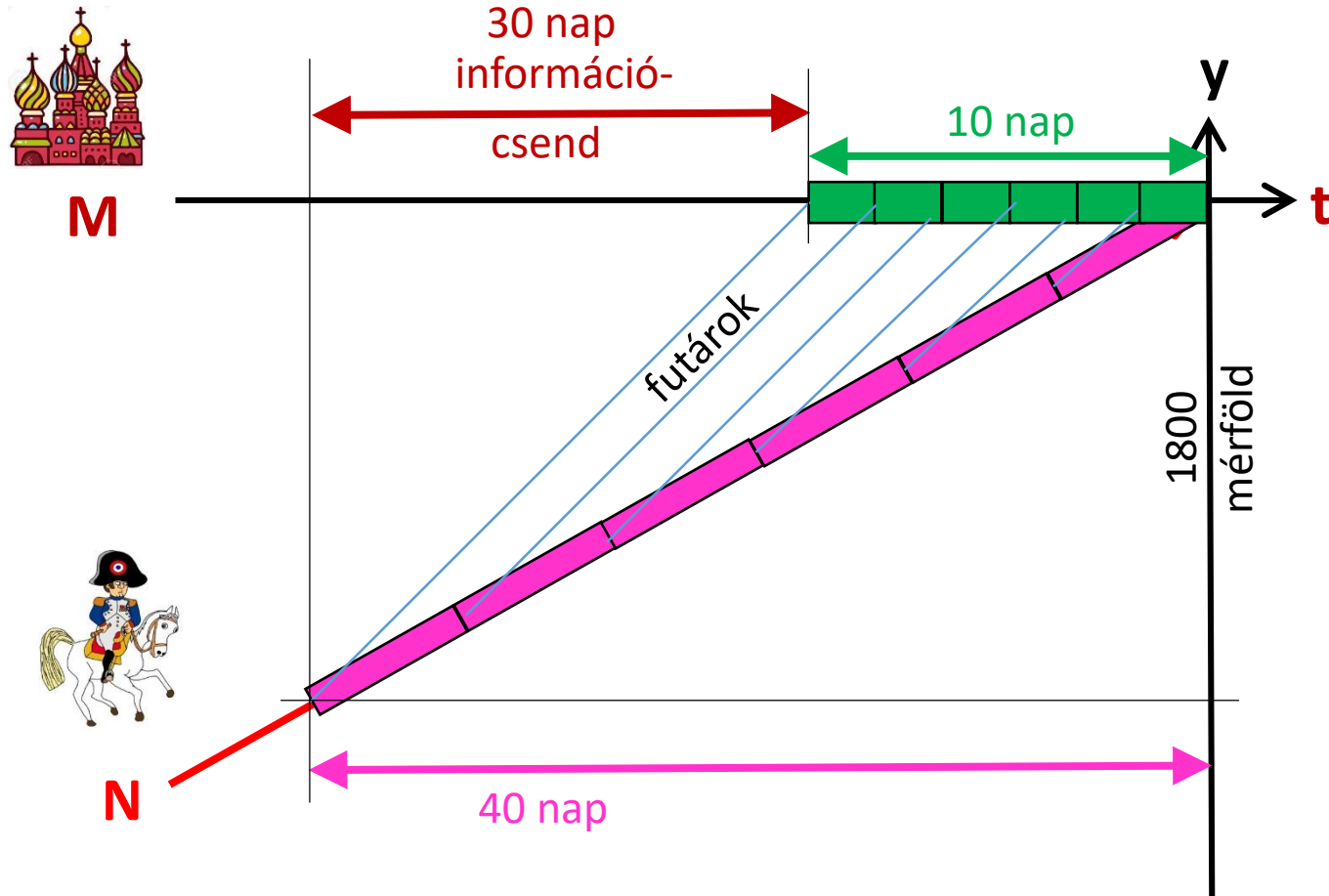
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart
- **ez alatt a 30 nap alatt Moszkvában senki sem tud semmit** (a mobiltelefont még nem találták fel)
- az utolsó futár a sereggel együtt érkezik be
- azaz a sereg vonulása alatt elindult mind a 40 futár az utolsó 10 napon fut be Moszkvába
- tehát az utolsó 10 napon naponta 4 futár érkezik



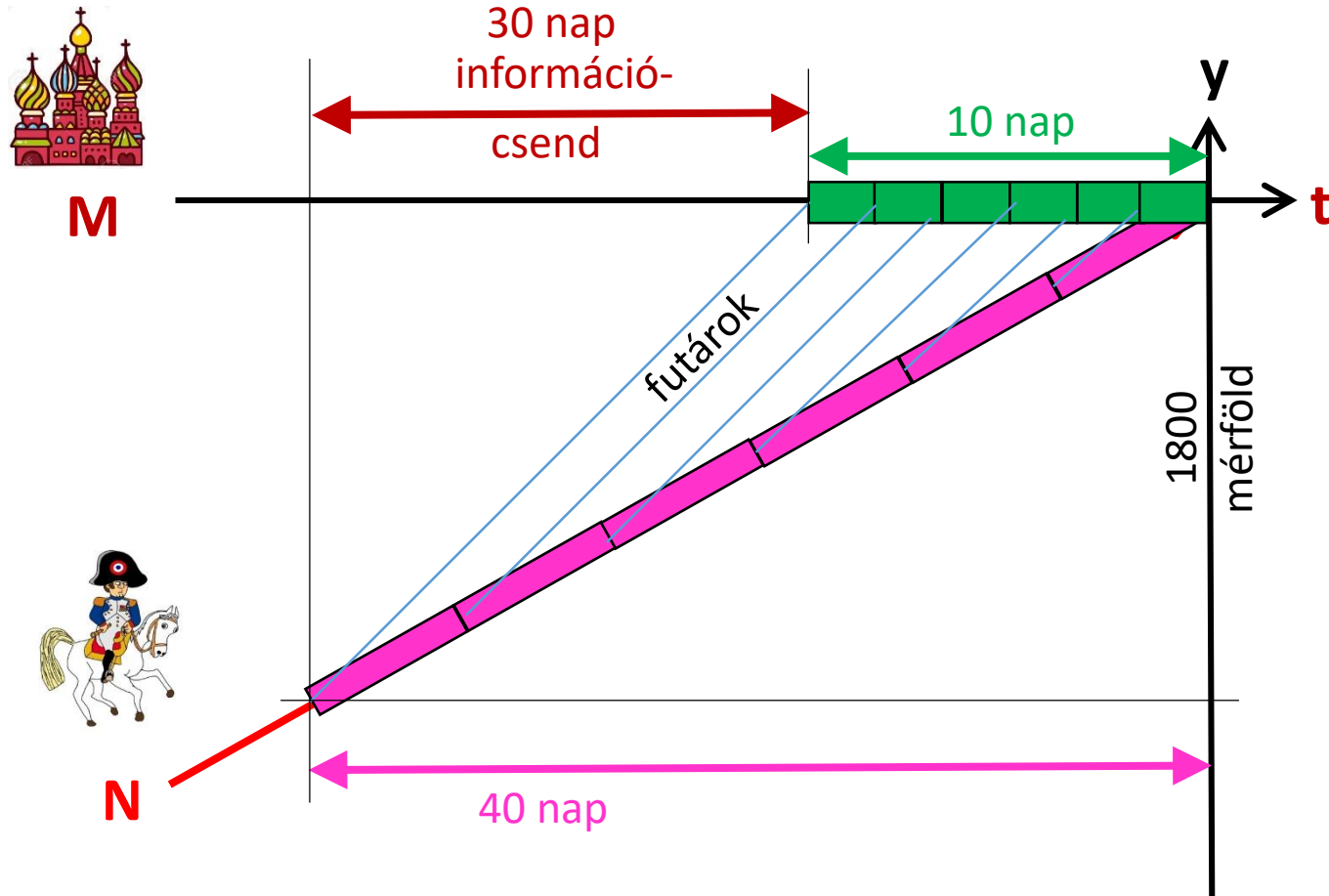
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart
- **ez alatt a 30 nap alatt Moszkvában senki sem tud semmit** (a mobiltelefont még nem találták fel)
- az utolsó futár a sereggel együtt érkezik be
- azaz a sereg vonulása alatt elindult mind a 40 futár az utolsó 10 napon fut be Moszkvába
- tehát az utolsó 10 napon naponta 4 futár érkezik
- mindegyik futár azt jelenti: az ellenség 45 mérfölddel közelebb jött



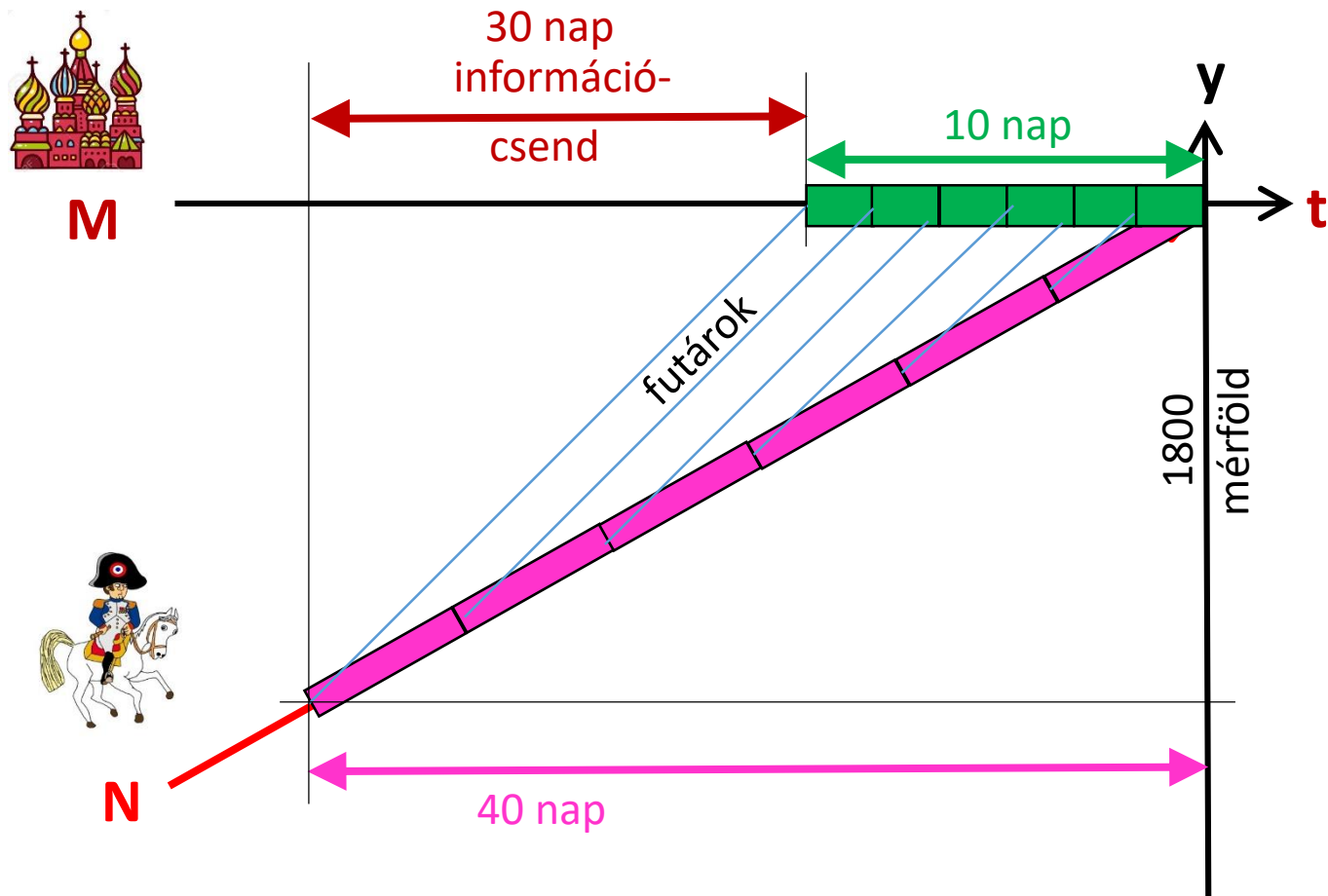
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta  
kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába,  
hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart
- **ez alatt a 30 nap alatt Moszkvában senki sem tud semmit** (a mobiltelefont még nem találták fel)
- az utolsó futár a sereggel együtt érkezik be
- azaz a sereg vonulása alatt elindult mind a 40 futár az utolsó 10 napon fut be Moszkvába
- tehát az utolsó 10 napon naponta 4 futár érkezik
- mindegyik futár azt jelenti: az ellenség 45 mérfölddel közelebb jött
- azaz a jelentések szerint Napóleon napi  $4 * 45 = 180$  mérföldes „szupermilitáris” sebességgel menetel!



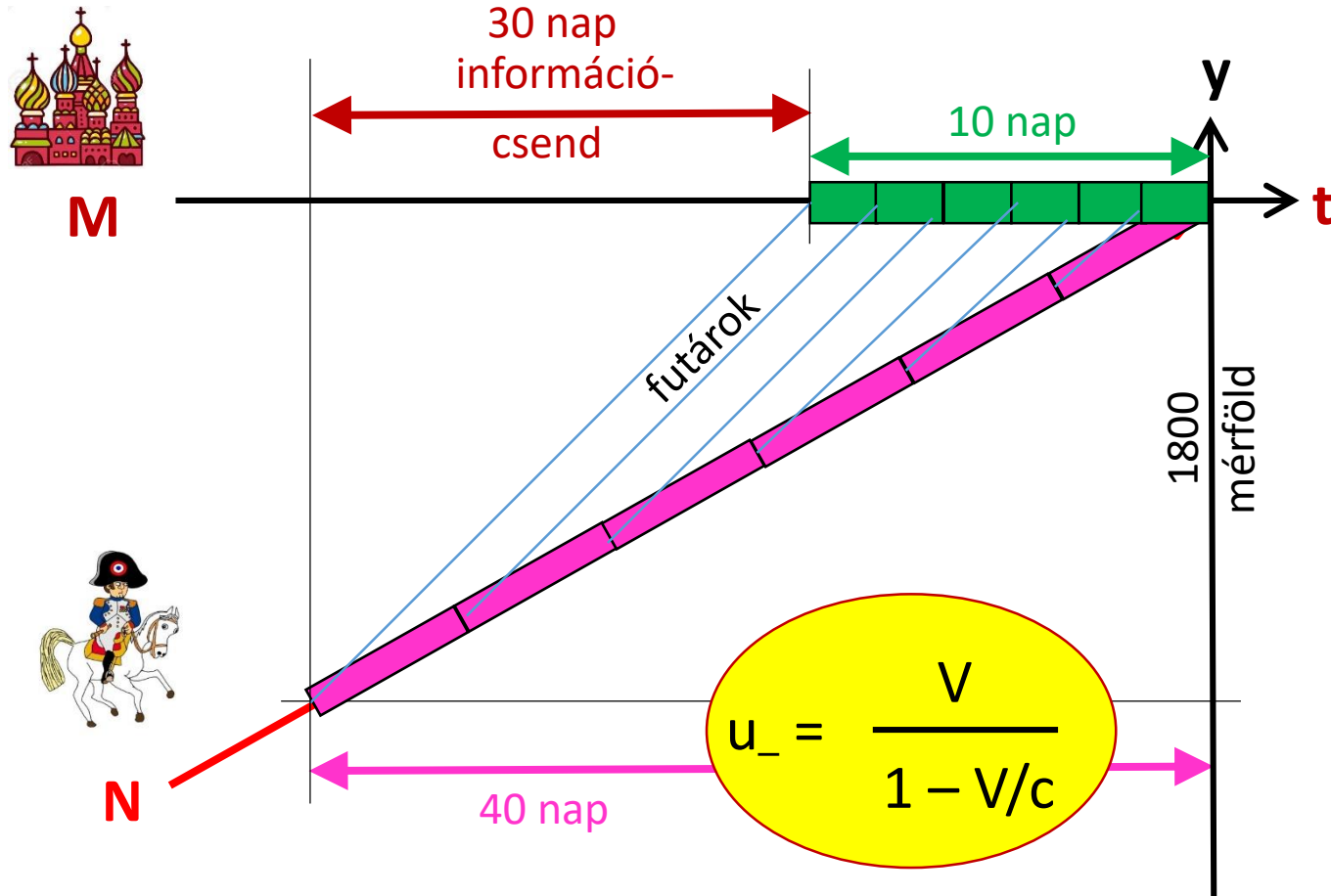
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába, hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart
- **ez alatt a 30 nap alatt Moszkvában senki sem tud semmit** (a mobiltelefont még nem találták fel)
- az utolsó futár a sereggel együtt érkezik be
- azaz a sereg vonulása alatt elindult mind a 40 futár az utolsó 10 napon fut be Moszkvába
- tehát az utolsó 10 napon naponta 4 futár érkezik
- mindegyik futár azt jelenti: az ellenség 45 mérfölddel közelebb jött
- azaz a jelentések szerint Napóleon napi  $4 \cdot 45 = 180$  mérföldes „szupermilitáris” sebességgel menetel!



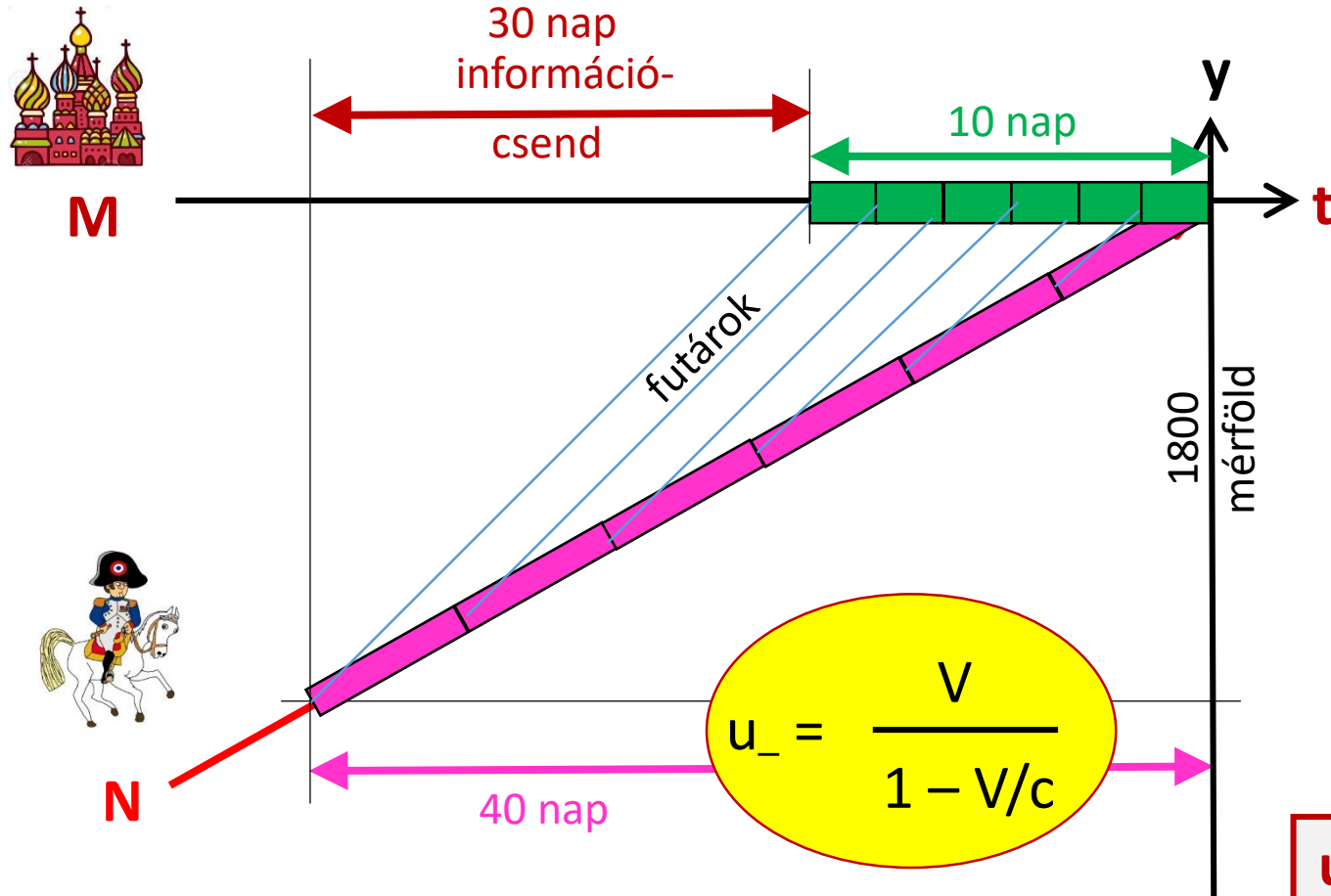
Napóleon serege Moszkva felé vonul.  
Az óvatosan visszavonuló oroszok naponta kozák lovasfutárt küldenek Moszkvába, hogy beszámoljanak az ellenség helyzetéről.

### Adatok:

megteendő távolság: 1800 mérföld  
a sereg sebessége: 45 mérföld / nap  
a futárok sebessége: 60 mérföld / nap  
a futárok naponta indulnak

### Következmények:

- a sereg útja  $1800 / 45 = 40$  napig tart
- az első futár útja  $1800 / 60 = 30$  napig tart
- **ez alatt a 30 nap alatt Moszkvában senki sem tud semmit** (a mobiltelefont még nem találták fel)
- az utolsó futár a sereggel együtt érkezik be
- azaz a sereg vonulása alatt elindult mind a 40 futár az utolsó 10 napon fut be Moszkvába
- tehát az utolsó 10 napon naponta 4 futár érkezik
- mindegyik futár azt jelenti: az ellenség 45 mérfölddel közelebb jött
- azaz a jelentések szerint Napóleon napi  $4 \cdot 45 = 180$  mérföldes „szupermilitáris” sebességgel menetel!



$$u_- = 45 / (1 - 45/60) = 45 / (1/4) = 180$$

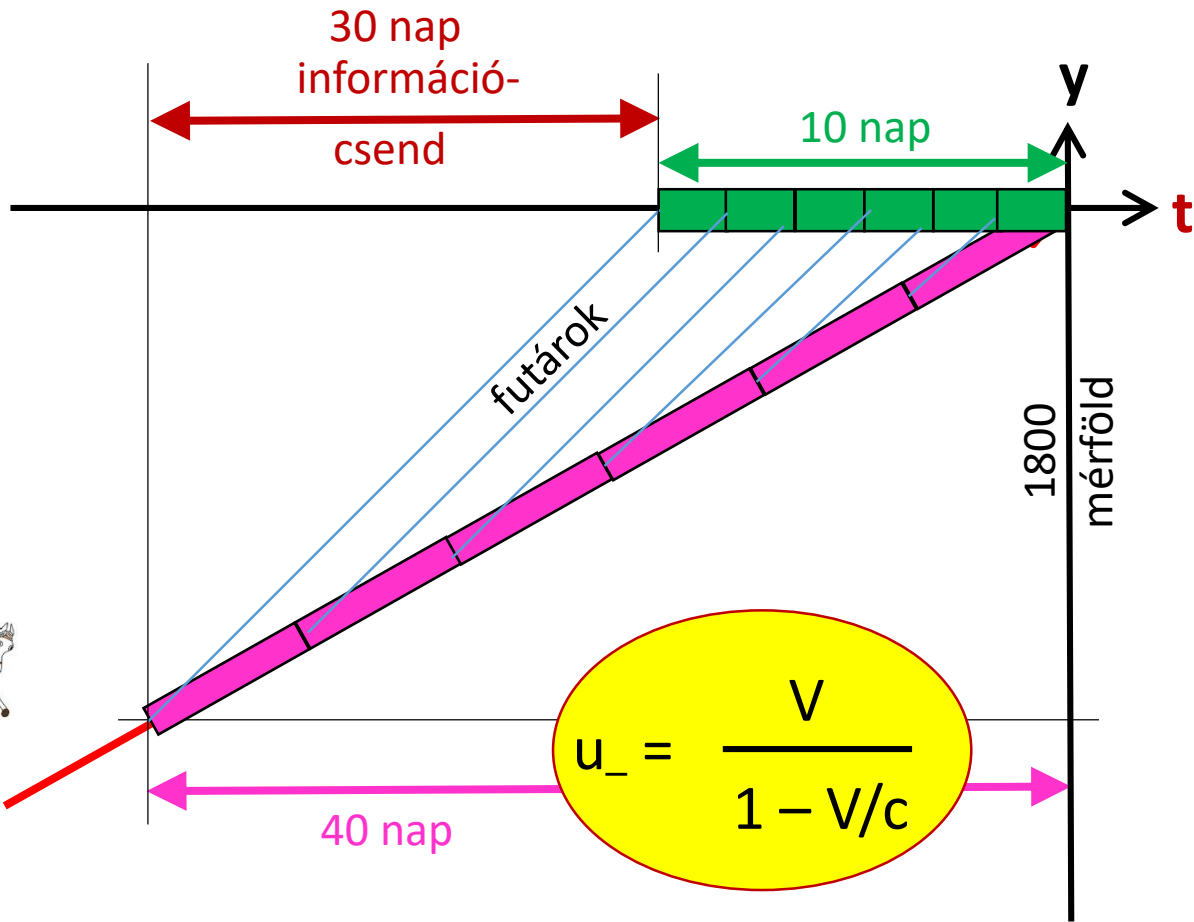




M



N



### Következtetések:

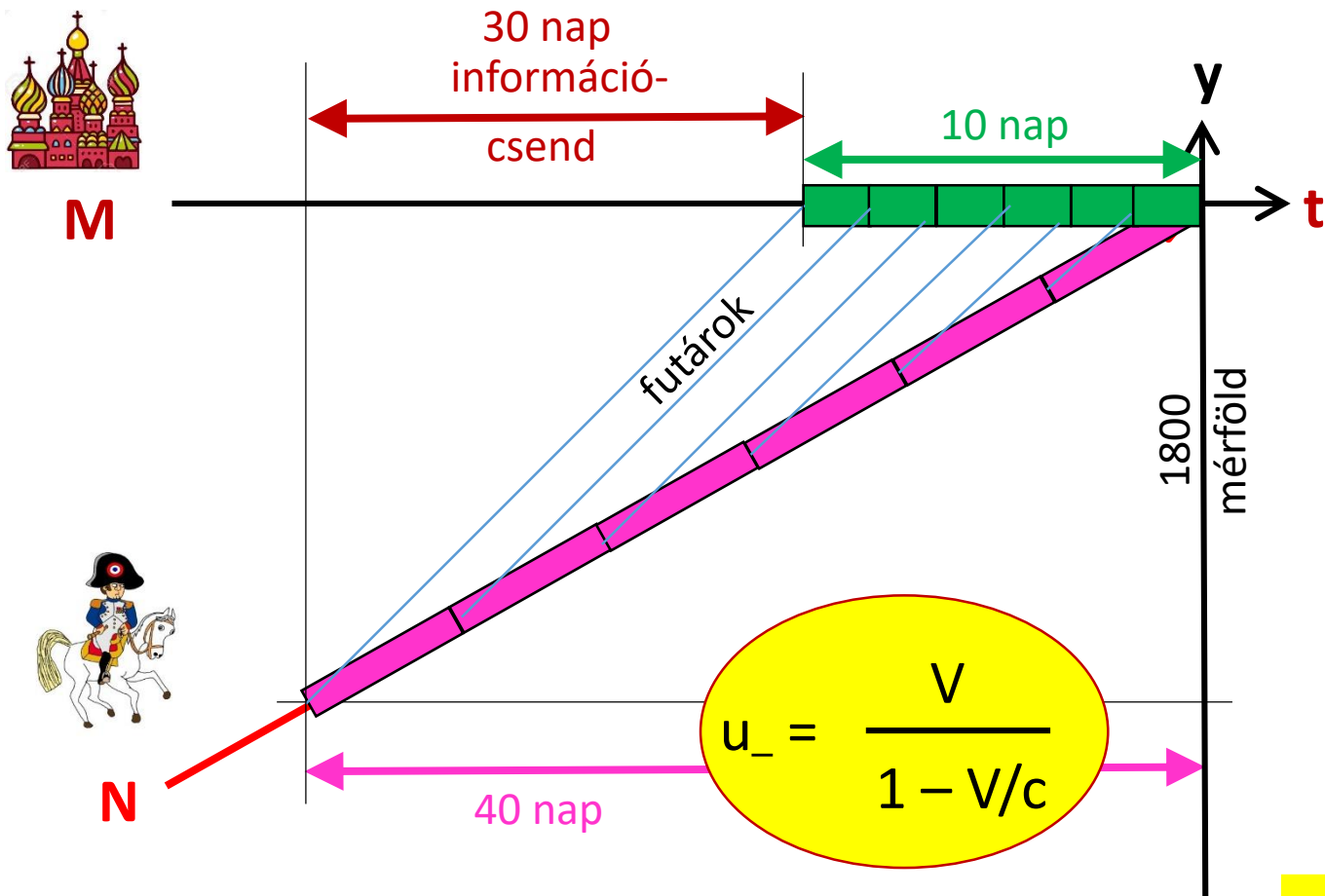
- a kiszámított és kikövetkeztetett látszólagos sebesség nem lehet valós: semmilyen sereg nem volt képes napi 180 mérföldet megtenni
- ez a szám két össze nem illő adatból jön létre: a sereg napi útját (45 mérföld) osztjuk el a futárok befutása közti idővel (1/4 nap), így jön ki a 180 mérföld/napos szupermilitáris sebesség
- a hangtani és fénytani Doppler-effektus ezt a hamis adatot érzékelhetővé (hangmagassággá vagy színné) transzformálja
- **az időszakaszok torzulása a kezdeti információcsend miatti „torlódás” következménye**
- a hangtani és fénytani kísérletek **stacionáriusak**, „végtelen ideje” tartanak, ezért nem észleljük a kezdeti információcsendet



Most hallgassuk meg újra a két hangmintát!

1. hangminta:  $V/c = 0,3$

2. hangminta:  $V/c = 0,8$



### Következtetések:

- a kiszámított és kikövetkeztetett látszólagos sebesség nem lehet valós: semmilyen sereg nem volt képes napi 180 mérföldet megtenni
- ez a szám két össze nem illő adatból jön létre: a sereg napi útját (45 mérföld) osztjuk el a futárok befutása közti idővel (1/4 nap), így jön ki a 180 mérföld/napos szupermilitáris sebesség
- a hangtani és fénytani Doppler-effektus ezt a hamis adatot érzékelhetővé (hangmagassággá vagy színné) transzformálja
- **az időszakaszok torzulása a kezdeti információcsend miatti „torlódás” következménye**
- a hangtani és fénytani kísérletek **stacionáriusak**, „végtelen ideje” tartanak, ezért nem észleljük a kezdeti információcsendet

Köszönet Sárádi Andrásnak a hangminták elkészítéséért!





...és most végre jön...

...a szuperszonikus mentőautó!



No de ilyen nem is létezik...



Nem baj, van helyette szuperszonikus mentőhelikopter...



...vagy szuperszonikus mentőrepülőgép...

Emlékeztető: ha  $T \rightarrow -\infty$ ,  
az aszimptota egyenlete:

$$T(t) = \frac{ct}{c-v} = -\frac{ct}{v-c}$$

Az aszimptota **meredeksége negatív!**

Mit jelenthet ez fizikailag?

$$V > c$$

Legyen  $w_- = \frac{V}{V/c - 1}$  és  $w_+ = \frac{V}{V/c + 1}$

$$w_- > c > w_+$$

Az aszimptoták egyenlete:

$$T(t) = -\frac{c}{V-c} t = -\frac{w_-}{V} t \quad \text{és} \quad T(t) = \frac{c}{V+c} t = \frac{w_+}{V} t$$

Az aszimptoták mentén:

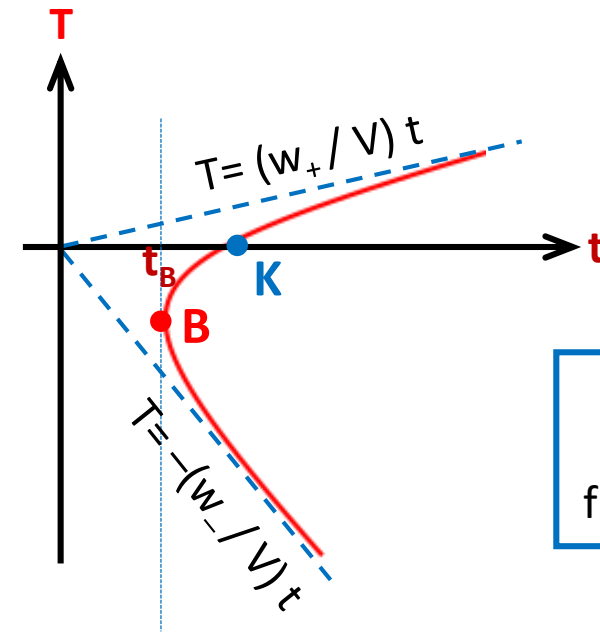
$$y(T) = V T = -w_- t = y(t)$$

illetve:

$$y(T) = V T = w_+ t = y(t)$$

Ezért  $w_-$ , illetve  $w_+$  a negatív, illetve a pozitív irányba, de **egyaránt távolodó**, már messze levő mentőautó **látszólagos** (pontosabban hallatszólagos) **sebessége**.

$$V > c$$



Keressük a  $T(t)$  függvényt!

**K** „közelpont”: legyen  $T = 0$ . Ekkor  $t = H/c$

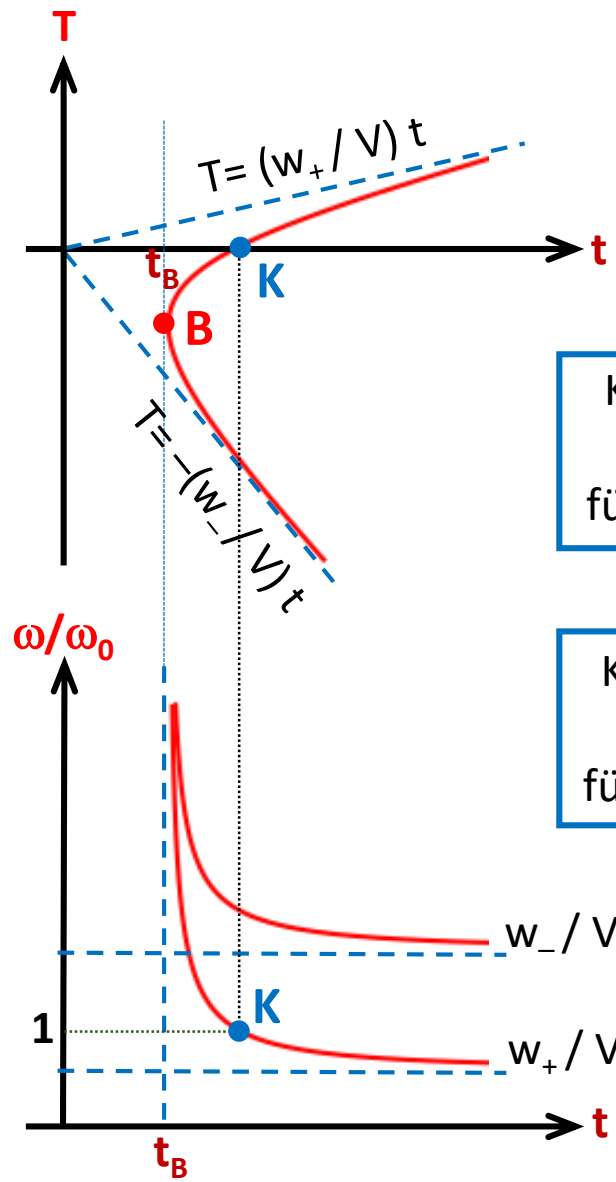
A görbének „csúcsa” van a **B** pontban

$$t_B^2 = H^2 (V^2 - c^2) / (c^2 V^2)$$



$V > c$

Emlékeztető:  $\omega(t)/\omega_0 = m(t) = |T'(t)|$   
 $m(t)$  a piros görbe meredeksége (deriváltja)



Keressük a  $T(t)$  függvényt!

Keressük az  $\omega(t)$  függvényt!

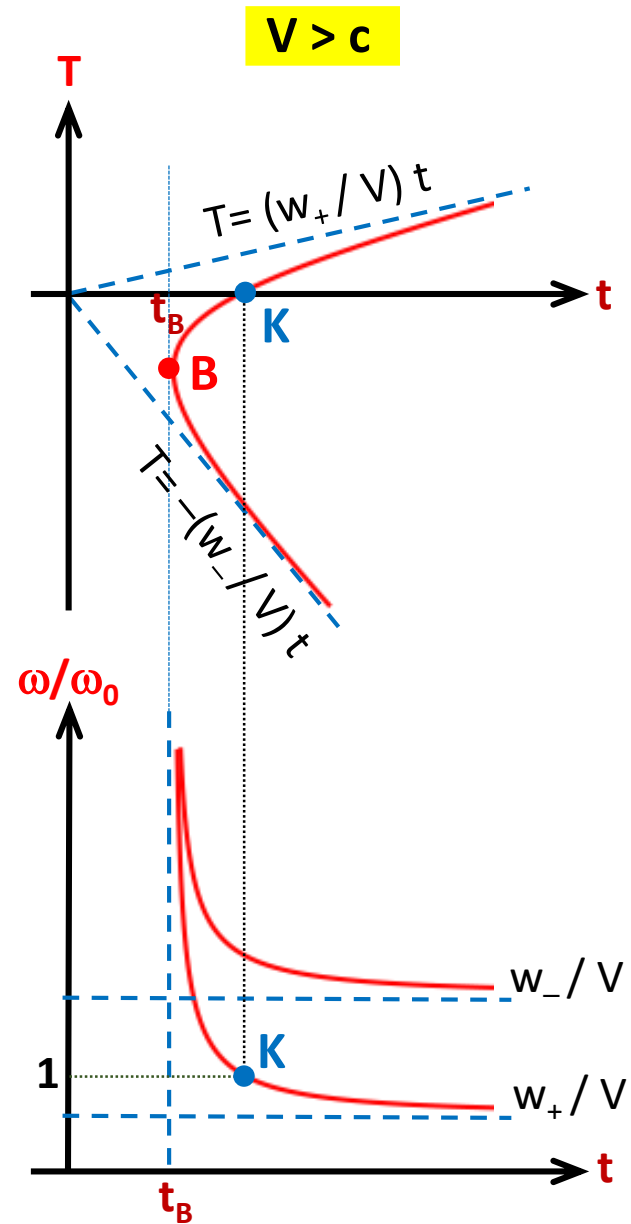
Eml:  $W_-$ , illetve  $W_+$  a negatív, illetve a pozitív irányba, de **egyaránt távolodó**, már messze levő mentőautó **látszólagos** (pontosabban hallatszólagos) **sebessége**.



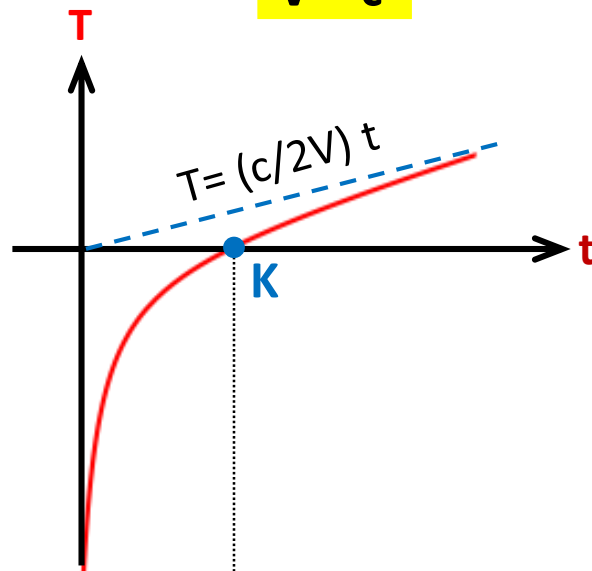
Hallgassuk meg  
a szuperszonikus mentőautó  
hangját!

3. hangminta:  $V/c = 1,2$

Köszönet Sárádi Andrásnak a hangminták elkészítéséért!

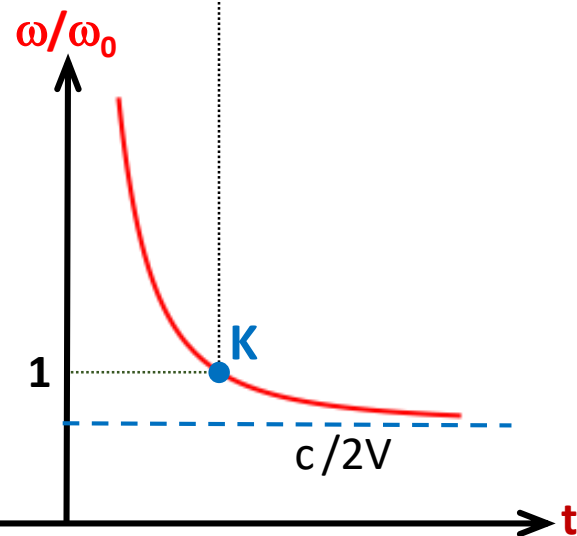


$$V = c$$



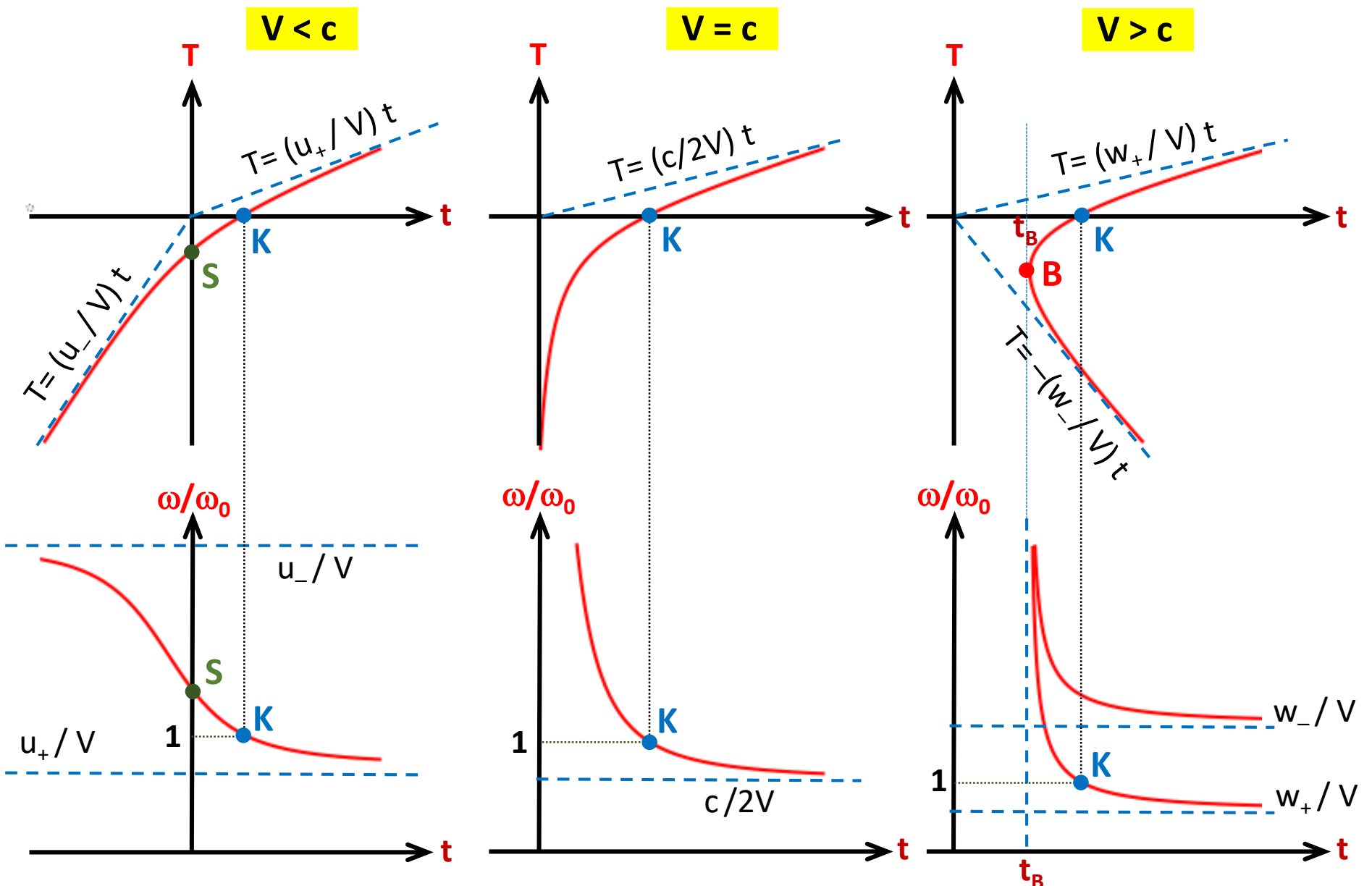
A  $t=0$  pillanatban egyszerre érkeznek be minden korábbi hang, plusz maga a mentőautó...

A  $V = c$  kritikus eset hasonlóan tárgyalható



Ezért ez fizikailag és matematikailag is egyedi, „szinguláris” eset...





$$\sqrt{H^2 + (VT)^2} = c(t - T)$$

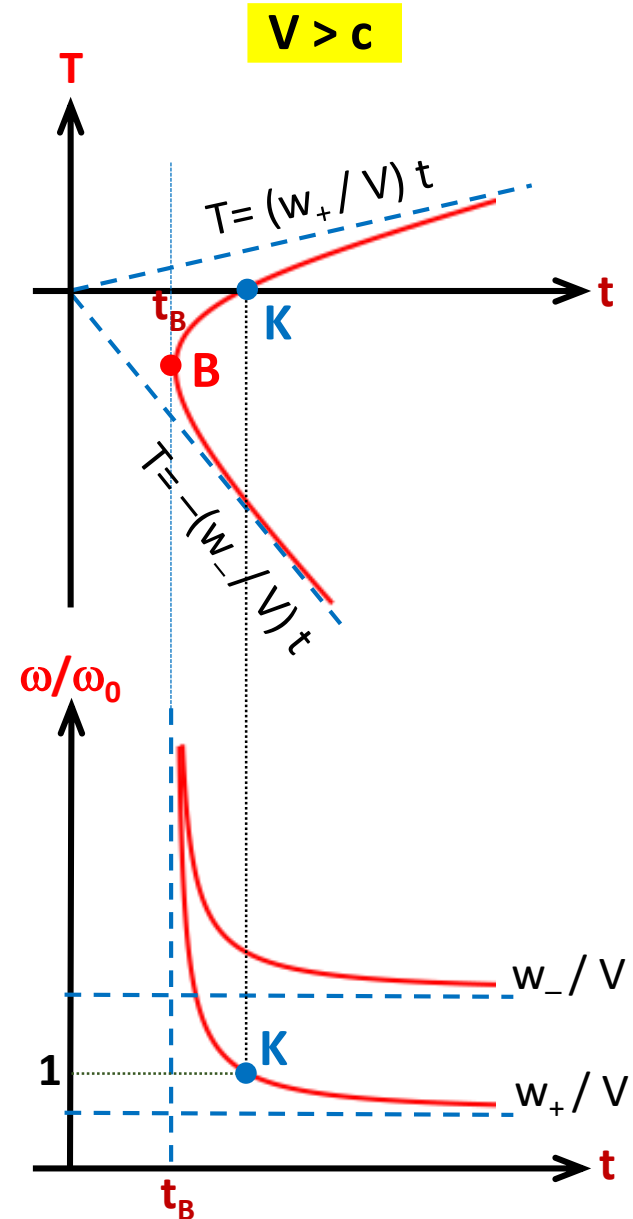
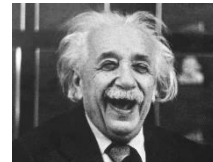
$$T(t) = \frac{c^2 t \pm \sqrt{V^2 c^2 t^2 + (c^2 - V^2) H^2}}{c^2 - V^2}$$

Most már látható, mit jelent a plusz/mínusz előjel a megoldásban: a görbének két ága van.

Ha pedig  $t < t_B$ , akkor a gyök alatt negatív szám lenne.

**De mi ennek a fizikai oka és jelentése?**

**A fizikai probléma megértése ott kezdődik, ahol a matekpélda végződik! (A.E.)**

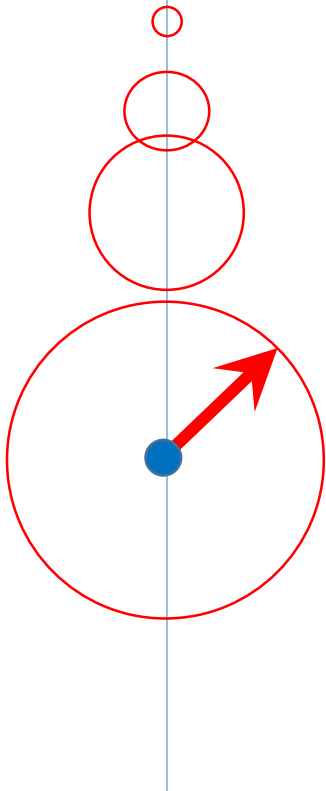


$V > c$

y



A



$y_A = VT$

$r = cT$





$V > c$

y

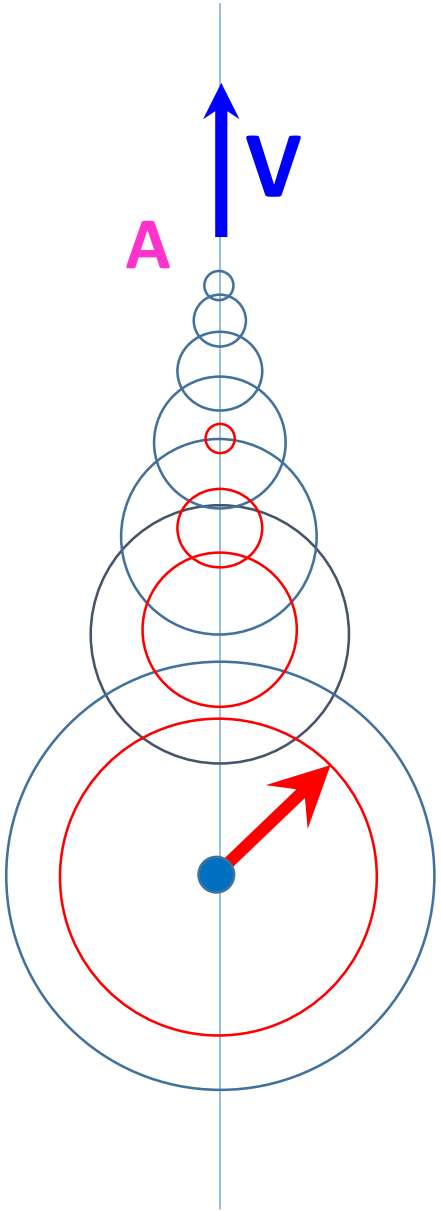


A



$y_A = VT$

$r = cT$

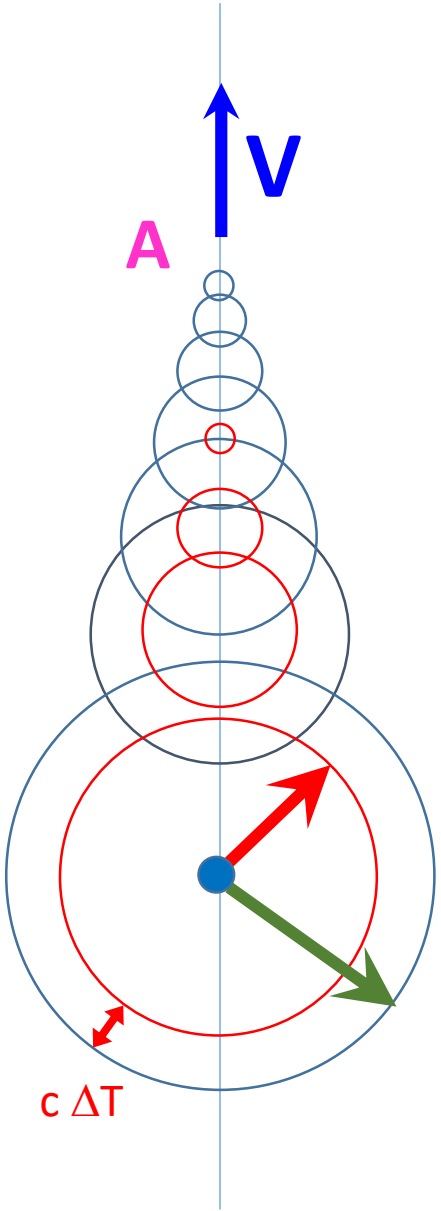


$V > c$

$y$

$y_A = VT$

$r = cT$

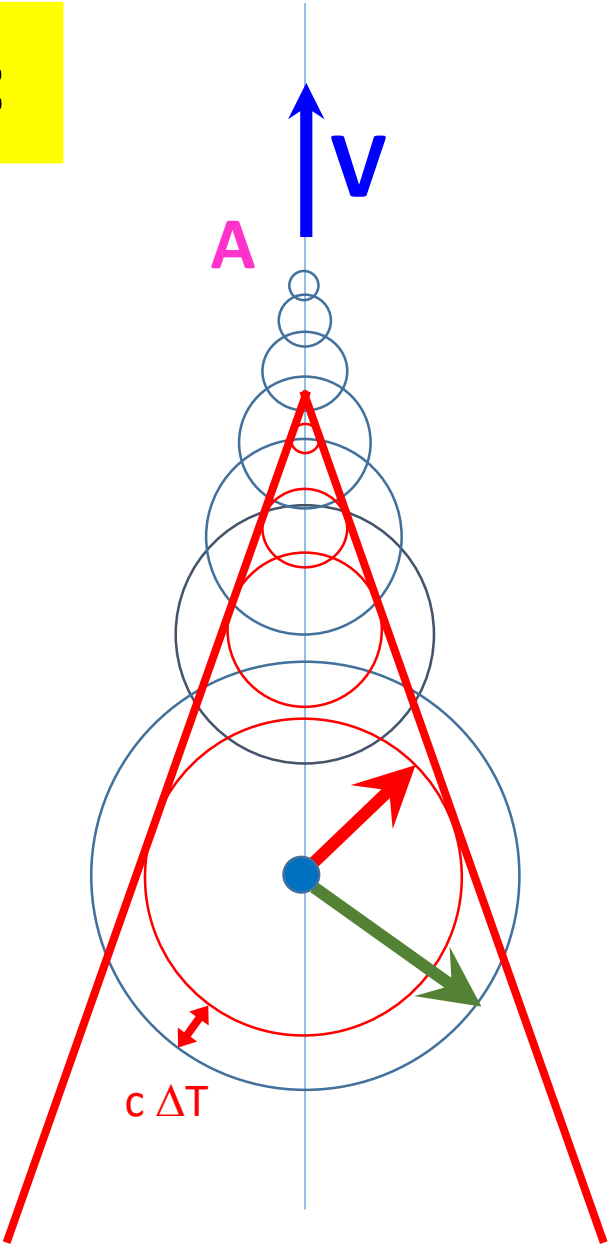


$V > c$

$y$

$y_A = VT$

$r = cT$

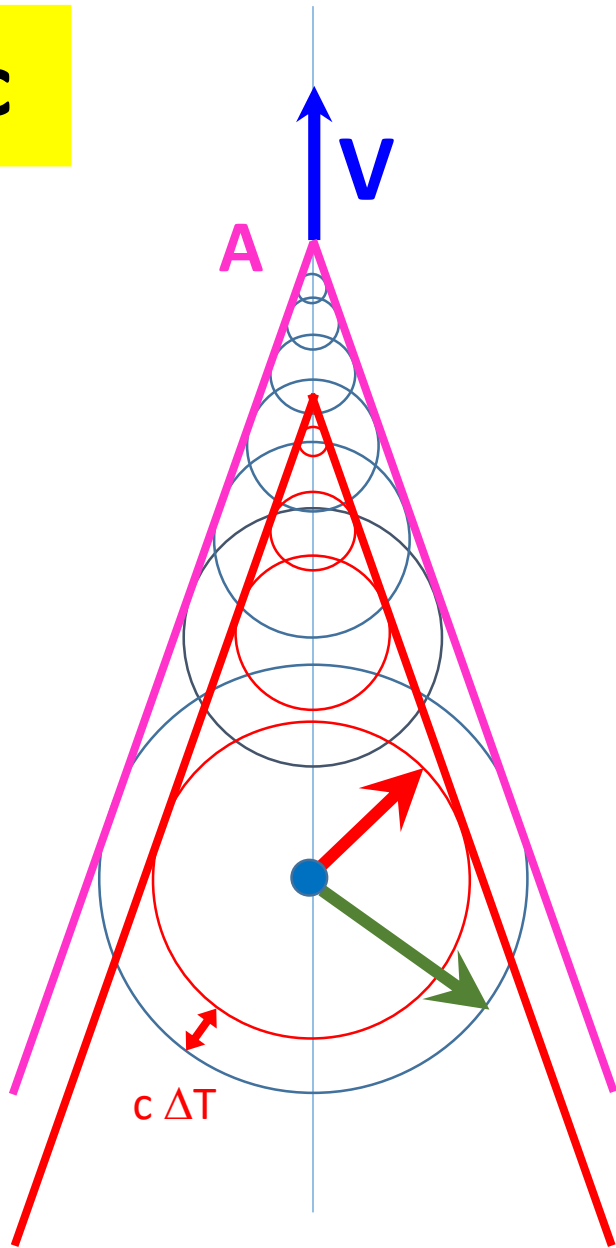


$$V > c$$

$y$

$y_A = VT$

$r = cT$

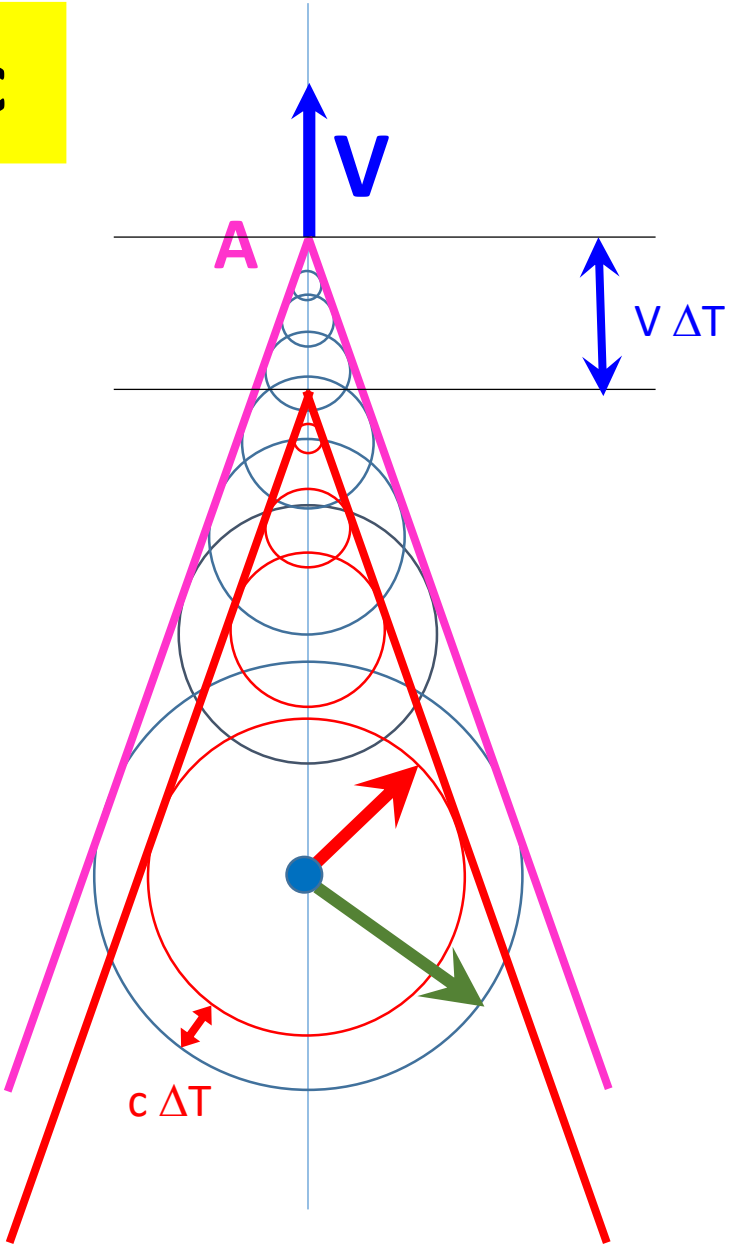


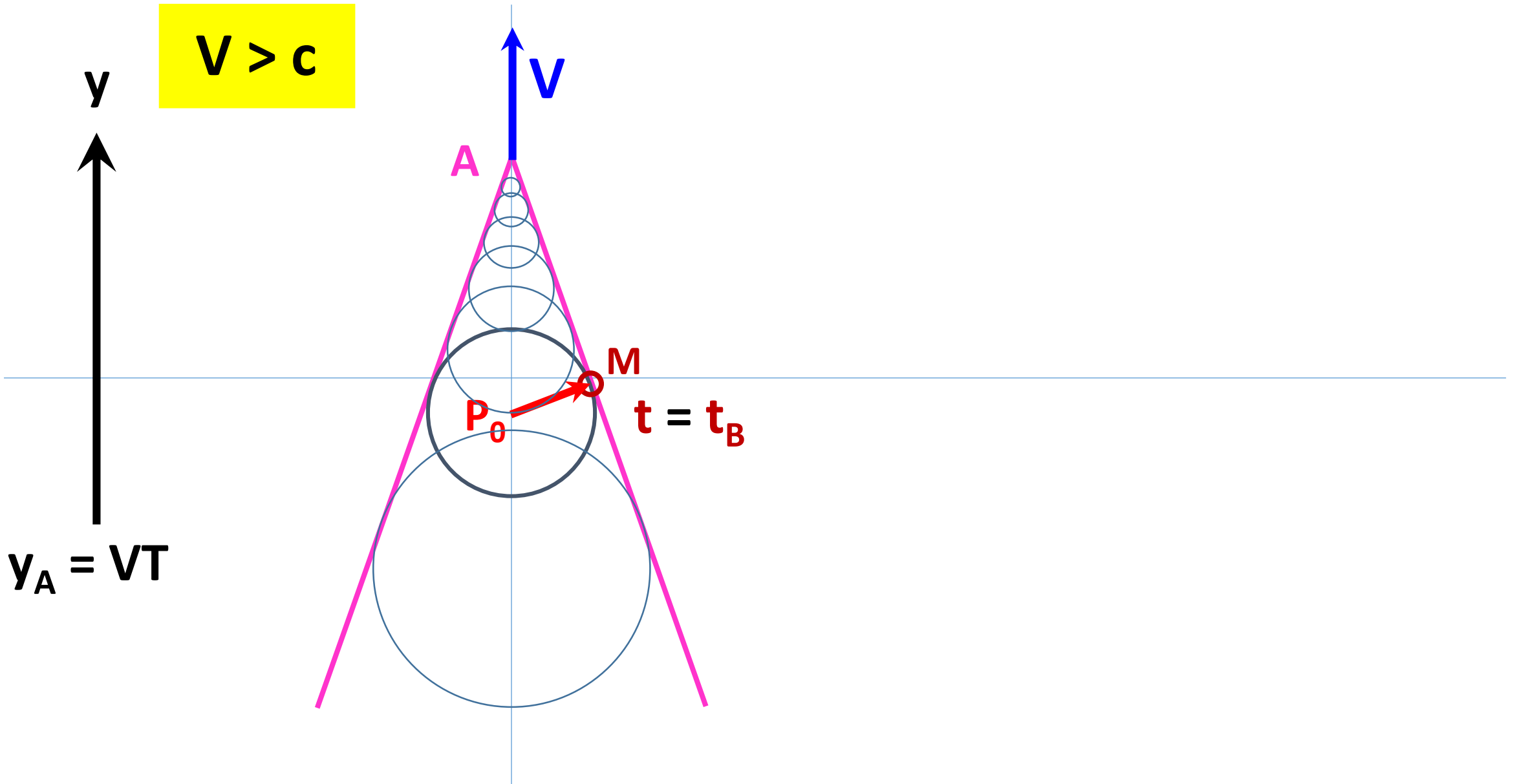
$V > c$

$y$

$y_A = VT$

$r = cT$

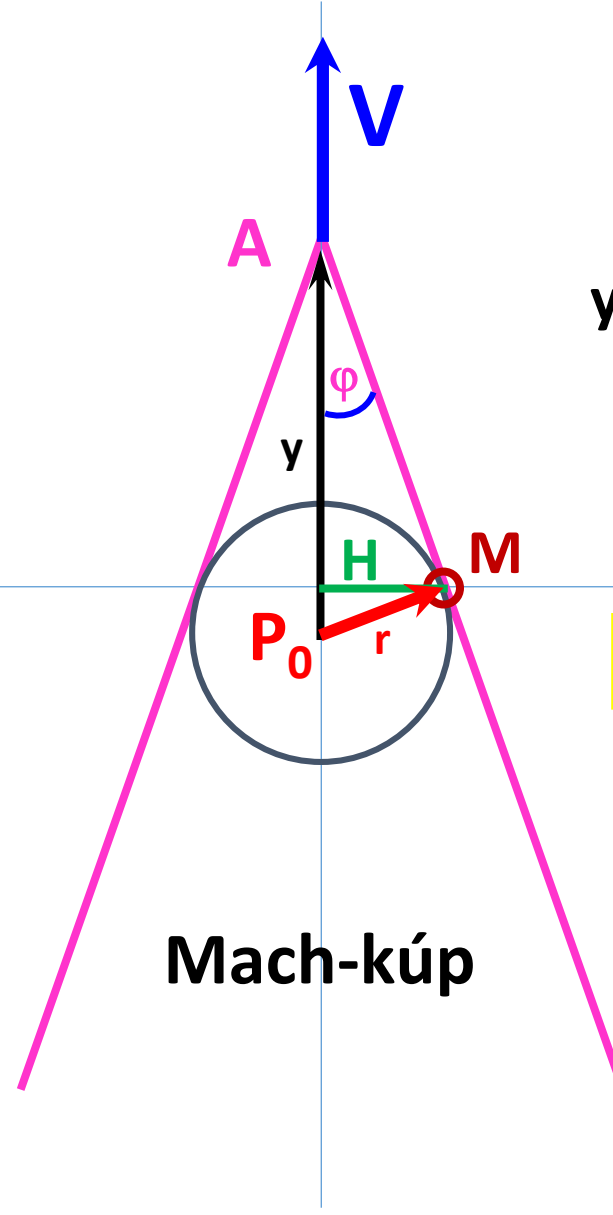
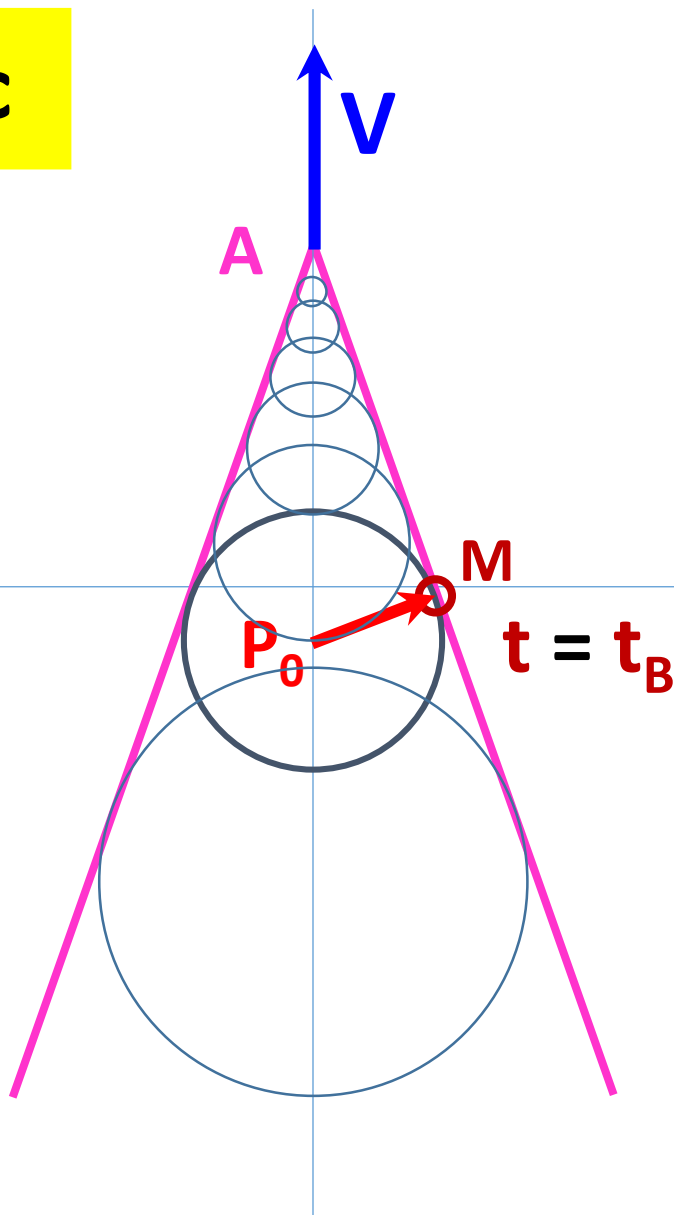




$$V > c$$

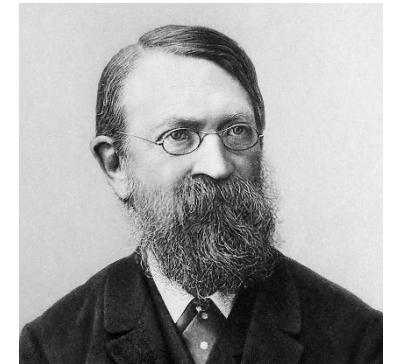
$y$

$$y_A = VT$$



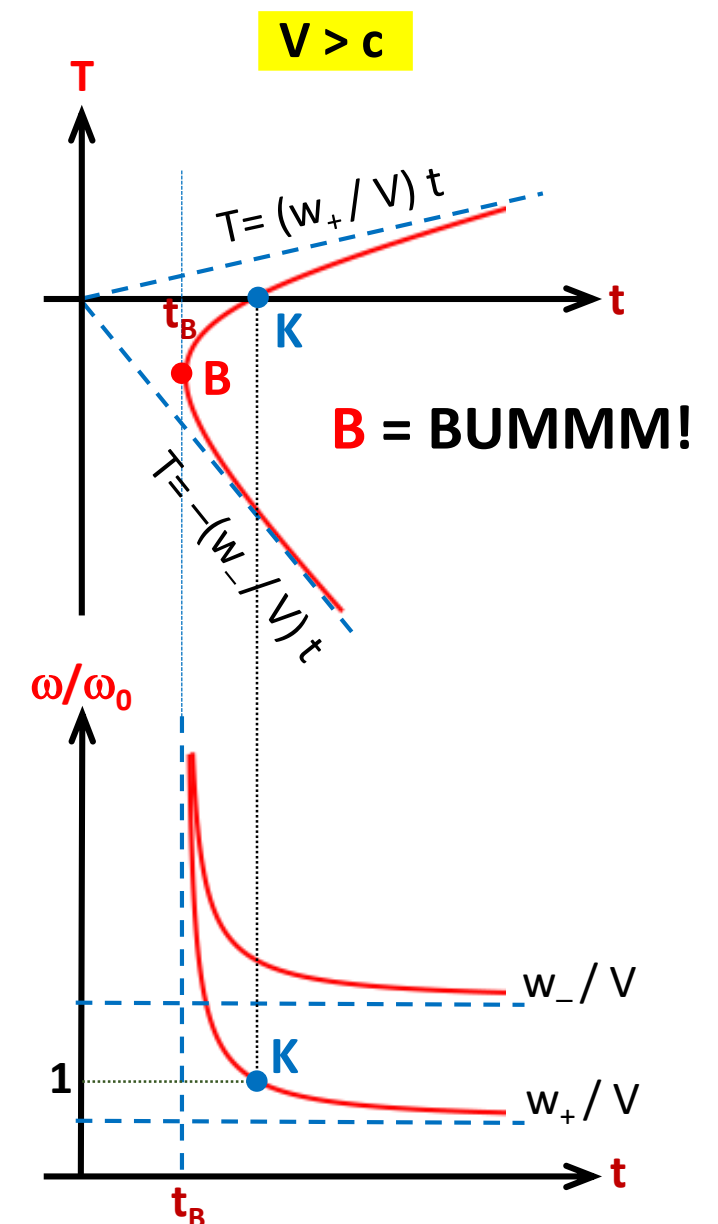
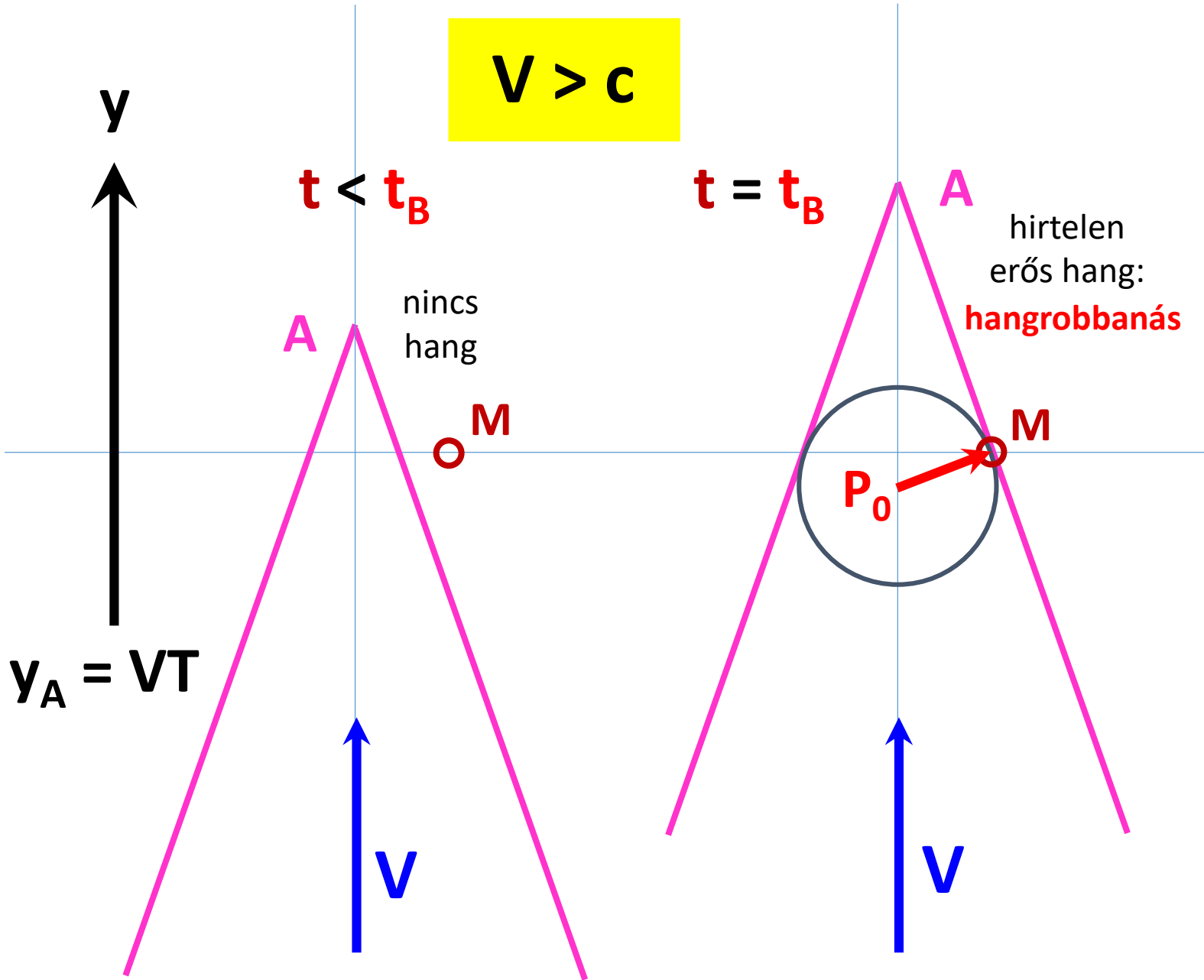
$$y = V (t_B - T_B)$$
$$r = c (t_B - T_B)$$

$$\sin \varphi = r/y = c/V$$



Ernst Mach  
1853–1916







$V > c$

$y$   
 $y_A = VT$

$t < t_B$

nincs hang

$t = t_B$

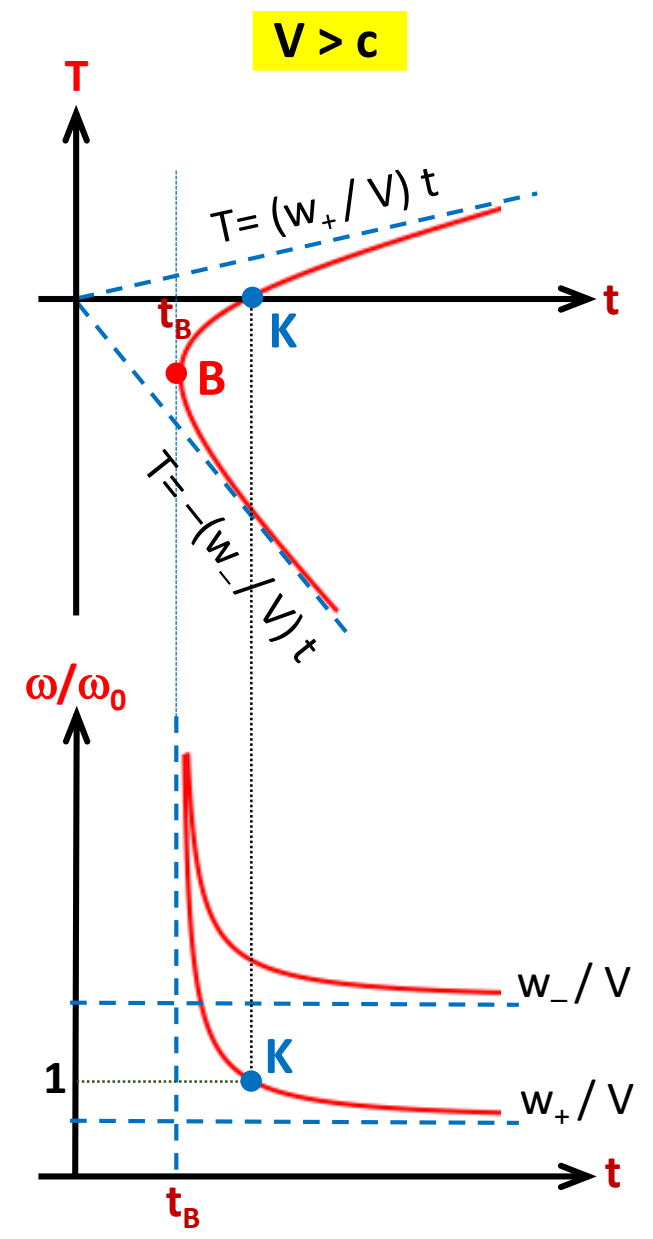
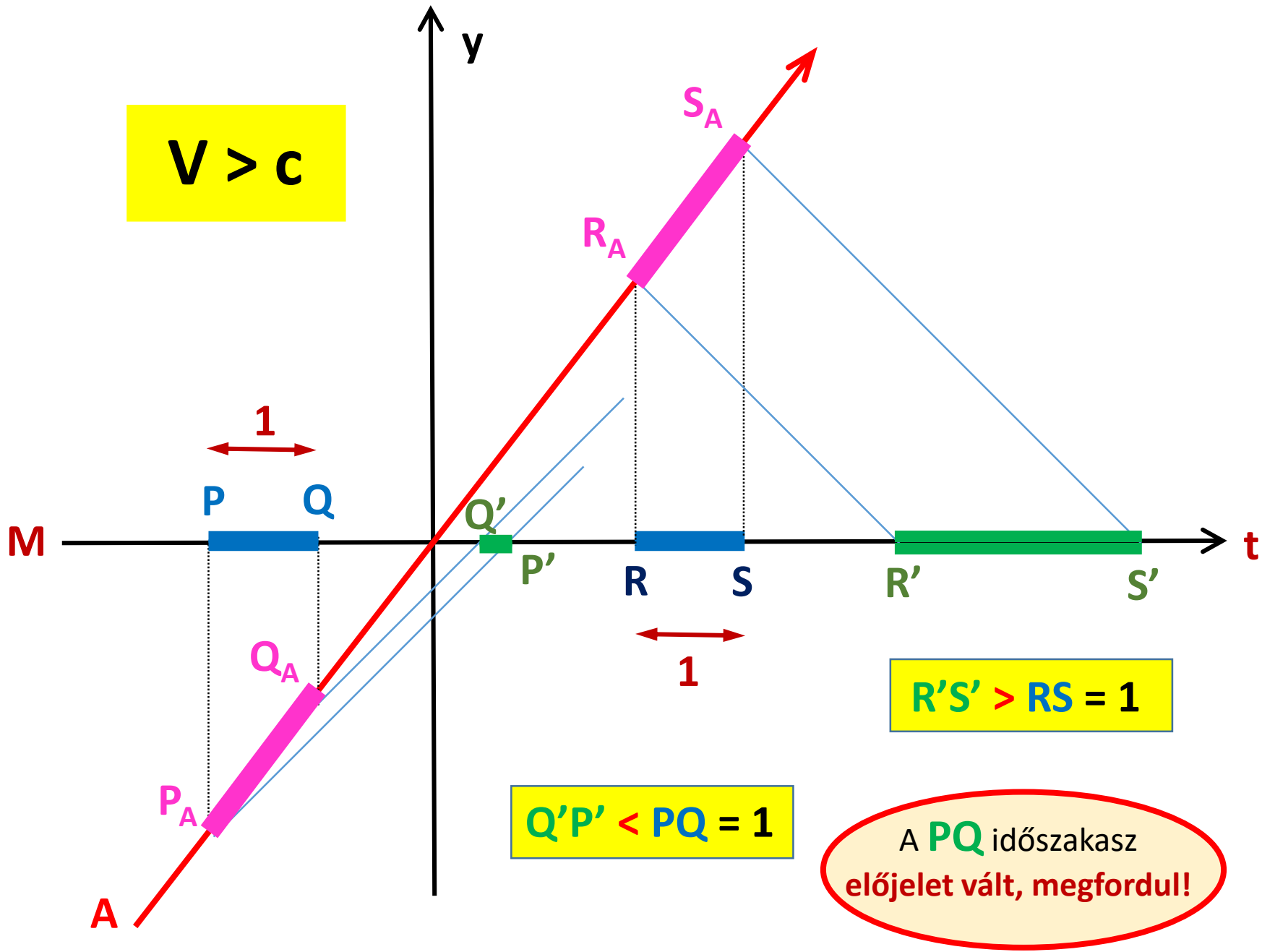
hirtelen erős hang: hangrobbanás

$t > t_B$

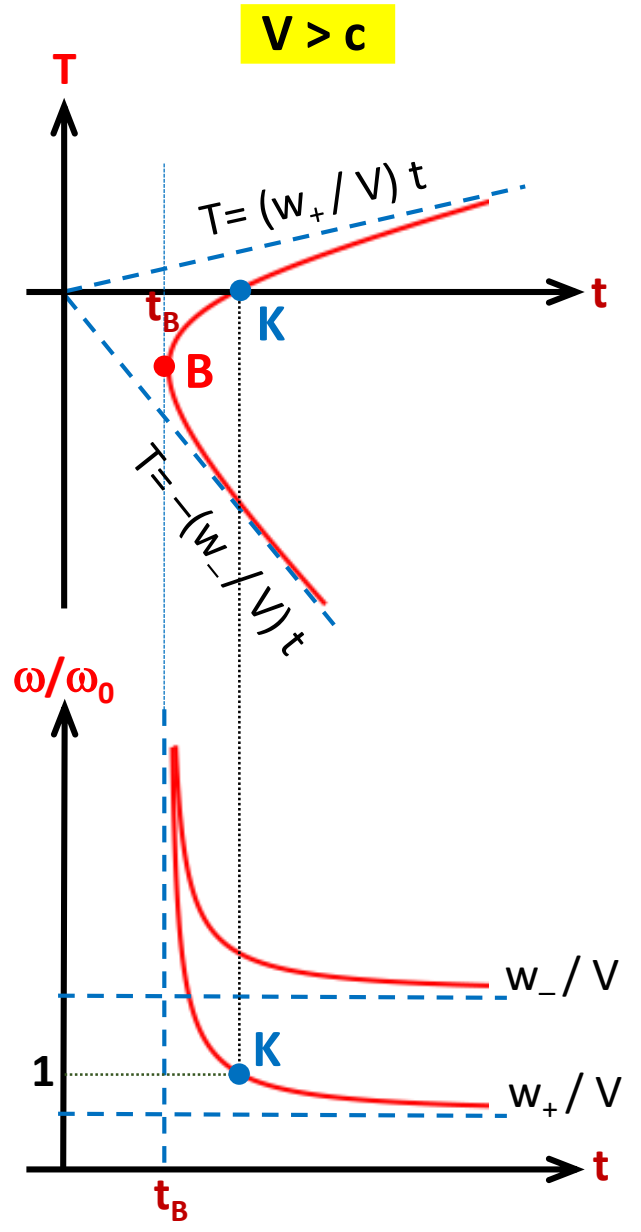
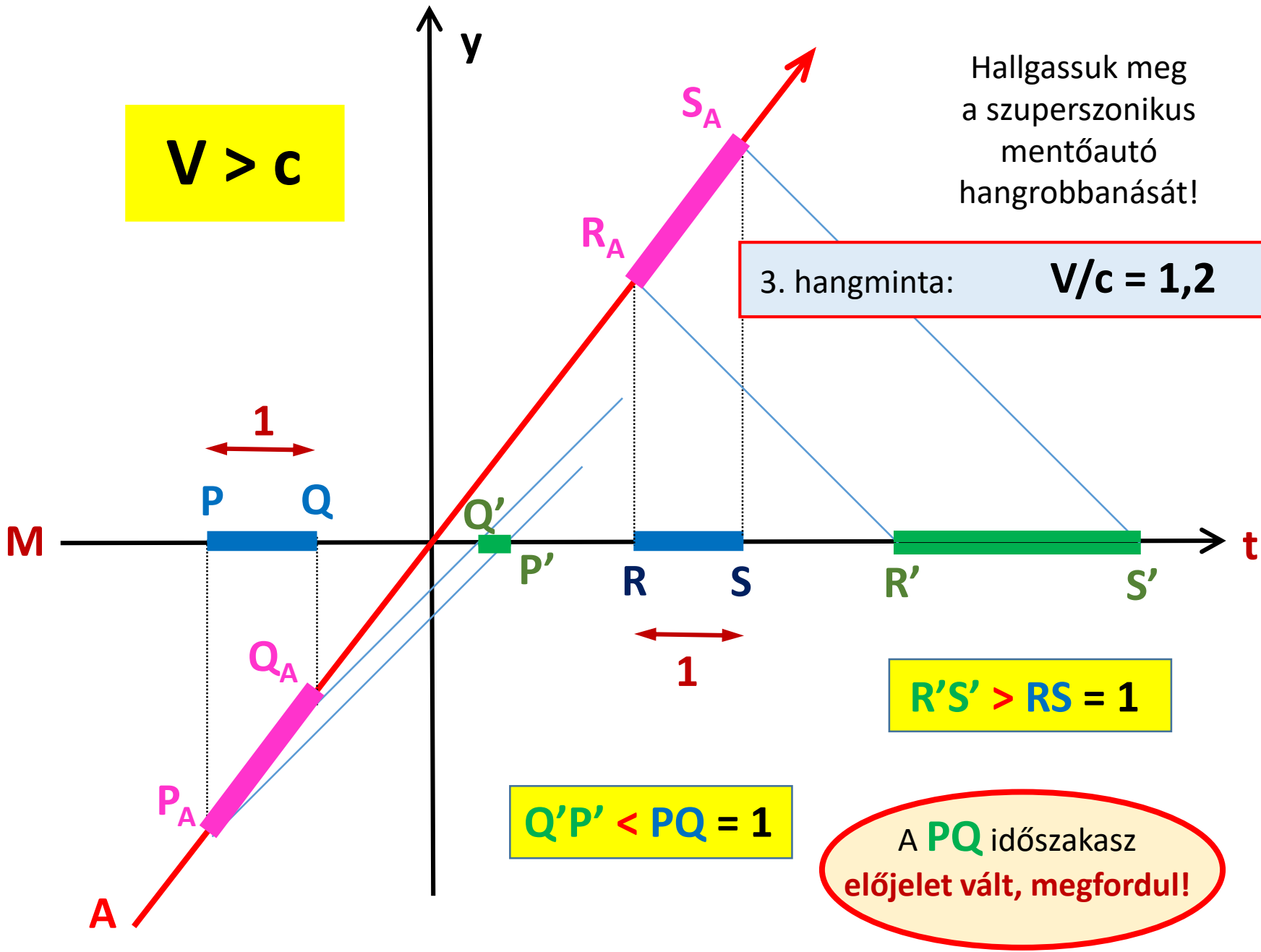
$T_1 < T_B < T_2 < t$

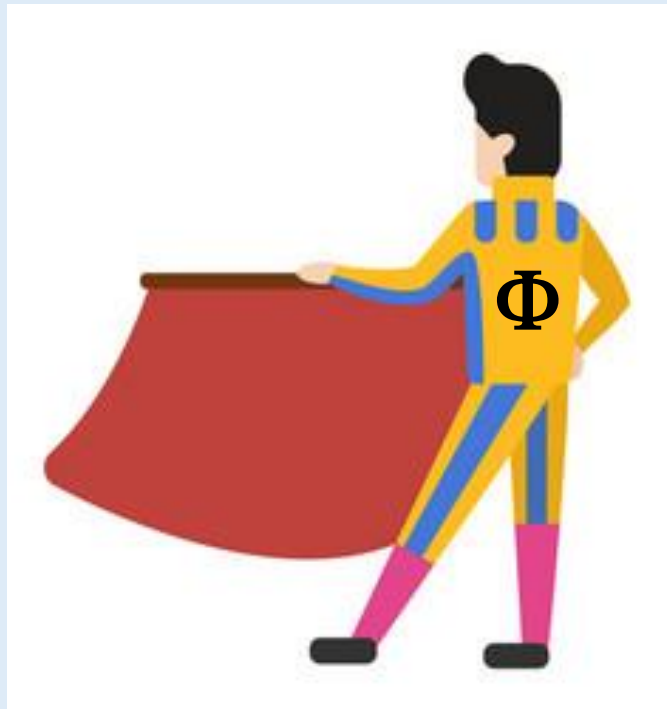
kétfelől egyszerre érkező hang





$V > c$

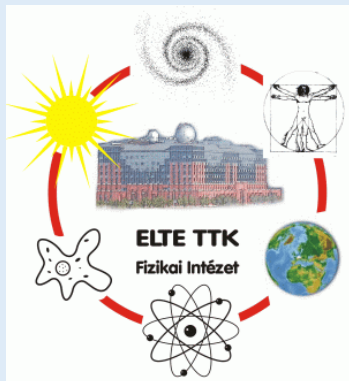




**Köszönöm  
a figyelmet!**

Köszönet  
Sárádi Andrásnak a hangminták,  
Tepliczky Istvánnak a videófelvétel  
elkészítéséért!

# A szuperszonikus mentőautó



**Az atomoktól  
a csillagokig**

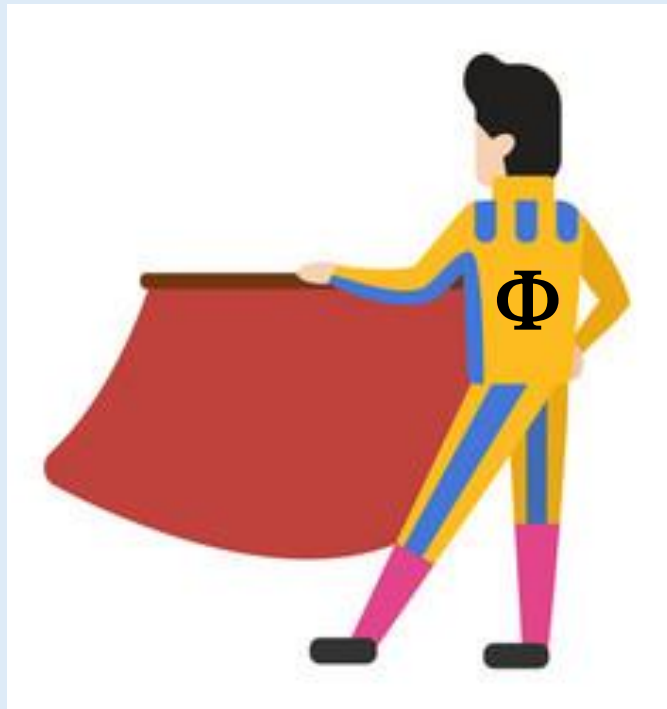
**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**



**Jó egészséget,  
türelmet  
és sok érdekes  
tudományos  
videót  
kívánunk  
az Atomcsill  
közönségének  
!**



**Az atomoktól  
a csillagokig**



**Köszönöm  
a figyelmet!**

# **A szuperszonikus mentőautó**



**Az atomoktól  
a csillagokig**

**Dávid Gyula  
2021. 01. 14.**