Cserti József

ELTE, TTK

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Az optika — a kvantummechanika előszobája

Atomcsill, 2012. november 8., ELTE, Budapest

Optika a középiskolában

Geometriai optika alapja:

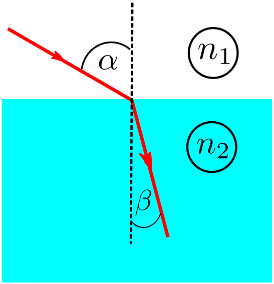
--- **Vákuumban a fény egyenes vonalban terjed**

--- **Snellius-Descartes-törvény** (prizmák, lencsék)

Willebrord **Snellius**
Leiden, 1580-1626

René **Descartes**
1596-1650

Snellius-Descartes-törvény (prizmák, lencsék):

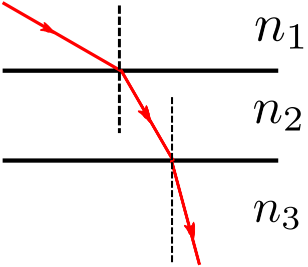


$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

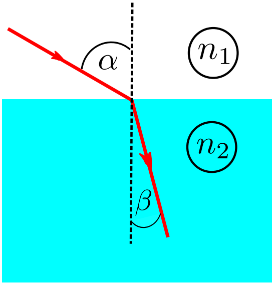
Ezt érdemes megjegyezni!

$$\boxed{n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta = \text{állandó}}$$

Több törőközeg:



Snellius-Descartes-törvény (prizmák, lencsék):



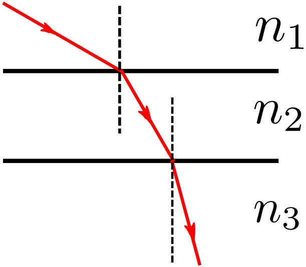
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ezt érdemes megjegyezni!

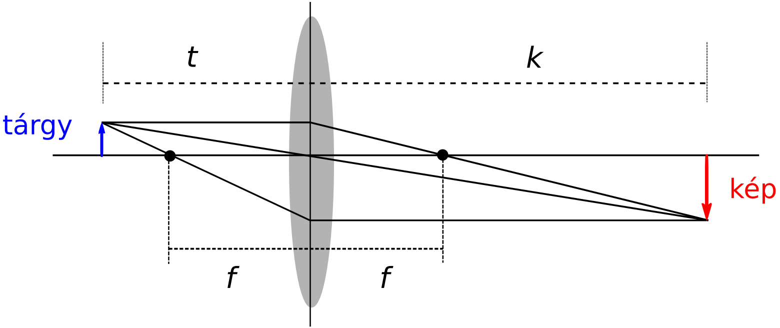
$$\boxed{n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta = \text{állandó}}$$

Szivárvány

(Cserti József:
A szivárvány fizikája,
Atomcsill,
2006. október 26)



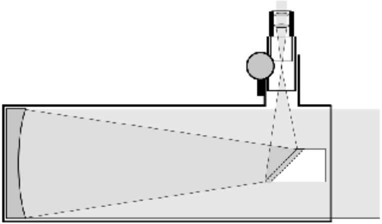
Lencsetörvény:



A Snellius-Descartes-törvényből levezethető:

$$\boxed{\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}}$$

Newton-féle tükrös teleszkóp (távcső):



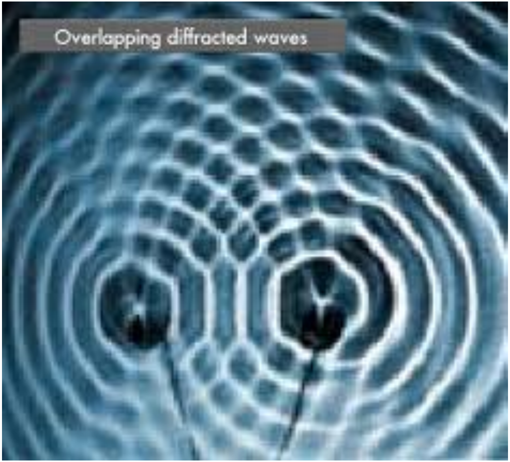
Egy modern verzió:
Hubble-űrteleszkóp
(kiküszöbölik a légköri mozgásokat és szennyezéseket)

Tükör:

Claude Monet kertje vízililiomokkal, Giverny, Franciaország

Optika a középiskolában

Hullámoptika:

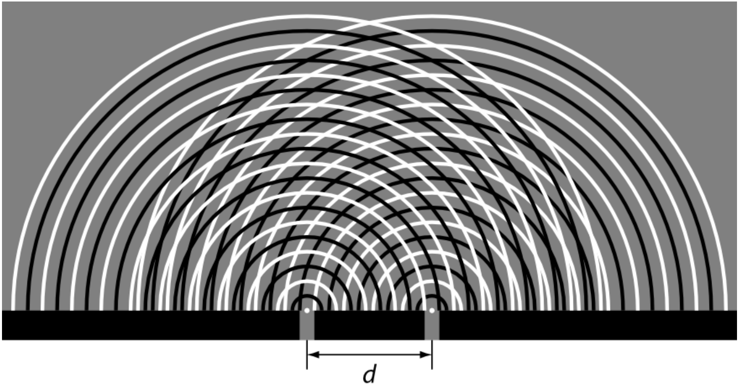


kavicsokat
dobunk a tóba

Hullámok találkozása: **interferencia**

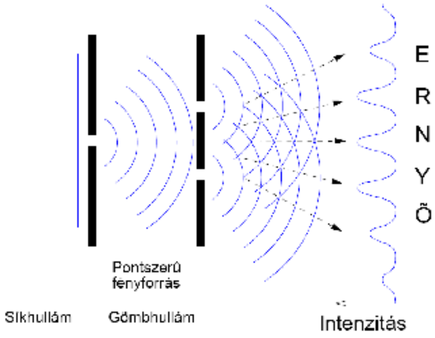
Optika a középiskolában

Hullámoptika:



Hullámok találkozása: **interferencia**

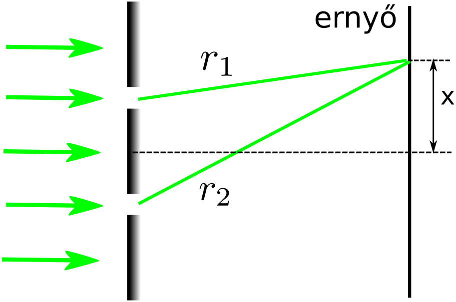
Young-féle kétréses kísérlet



Thomas **Young**
1773-1829

mindentudó: tanulmányozta pl. a látást, a fényt, az energiát, a nyelvet, a fiziológiát (élettan), a zenei harmóniát, az egyiptomi hieroglifákat, ...

Young-féle kétréses kísérlet



erősítések:

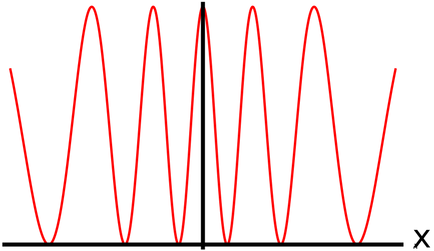
$$r_2 - r_1 = k\,\lambda$$

k: egész szám

kioltások:

$$r_2 - r_1 = \left(k + \tfrac{1}{2}\right)\,\lambda$$

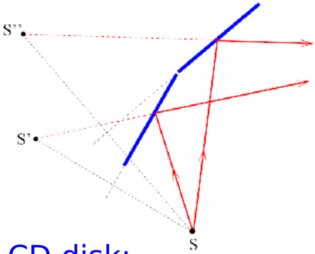
az ernyőn a fény intenzítása



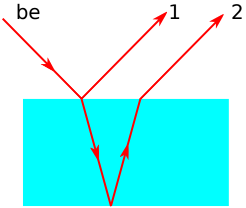
A rések távolsága
összemérhető
a fény hullámhosszával!

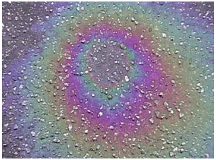
Interferencia

Fresnel-féle kettőstükör:

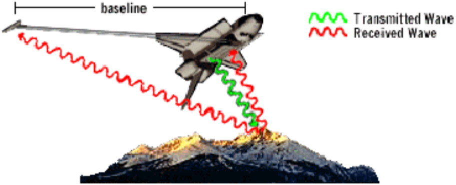


Szines olajfoltok, szappanhártyák, CD disk:

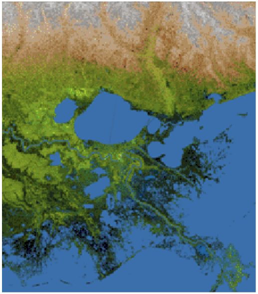




Radar-interferometria:

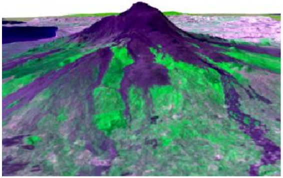


Radar signals being transmitted and recieved in the SRTM mission
(image not to scale).



New Orleans
radar-interferometria
alkalmazása űrsiklóval

Etna



Interferometriai rádió-teleszkópok:

Mi a fény?

Mi a fény?

A fény = az elektromágneses tér hulláma

Mi a fény?

A fény = az elektromágneses tér hulláma

Mi írja le az elektromágneses teret?

Mi a fény?

A fény = az elektromágneses tér hulláma

Mi írja le az elektromágneses teret?

Maxwell-egyenletek

Mi a fény?

A fény = az elektromágneses tér hulláma

Mi írja le az elektromágneses teret?

Maxwell-egyenletek

Hullámoptika

Mi a fény?

A fény = az elektromágneses tér hulláma

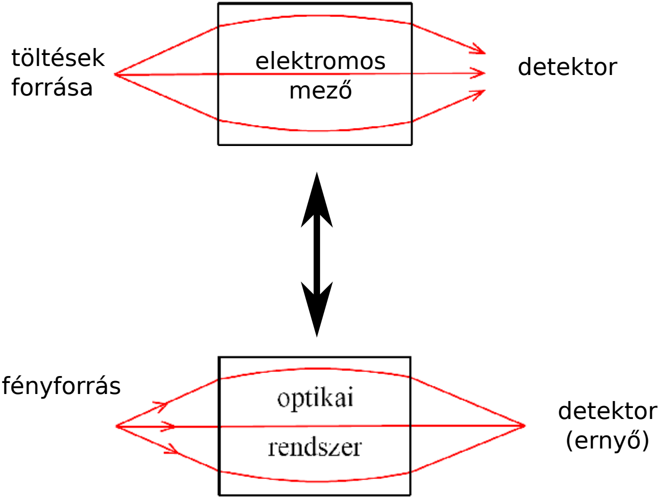
Mi írja le az elektromágneses teret?

Maxwell-egyenletek

Hullámoptika → **Geometriai optika**

közelítés:
az amplitúdó
lassan változik

Analógia
a mechanika és a geometriai optika között



Sir William Rowan **Hamilton** (1805-1865)

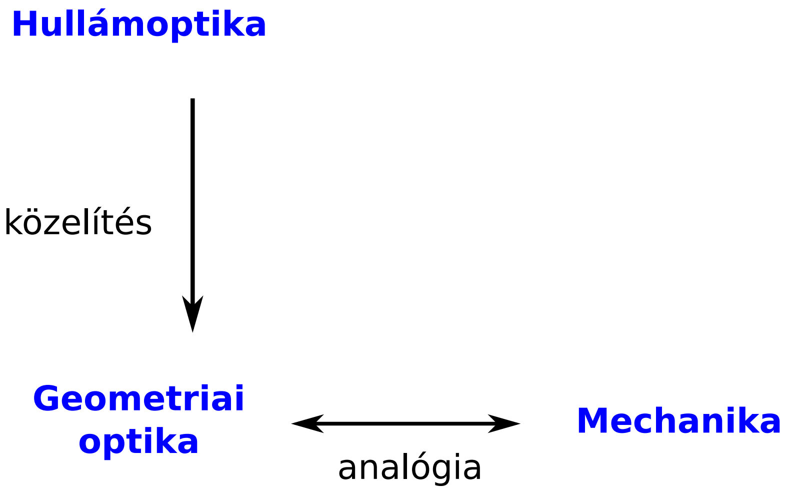
Korábban láttuk

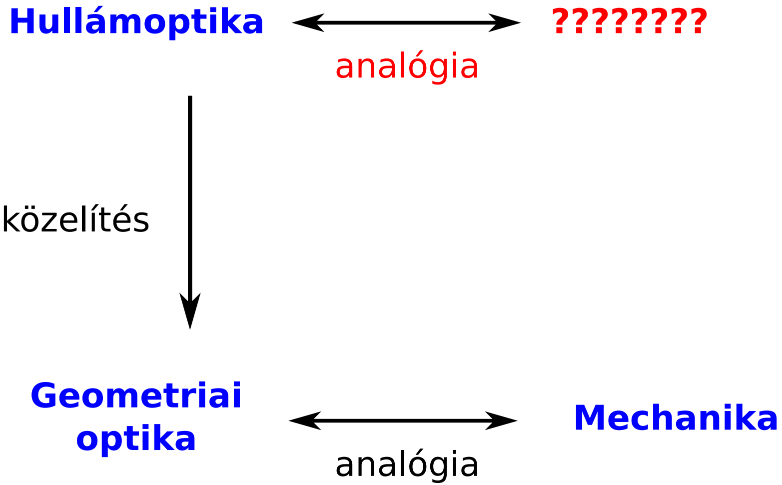
Hullámoptika

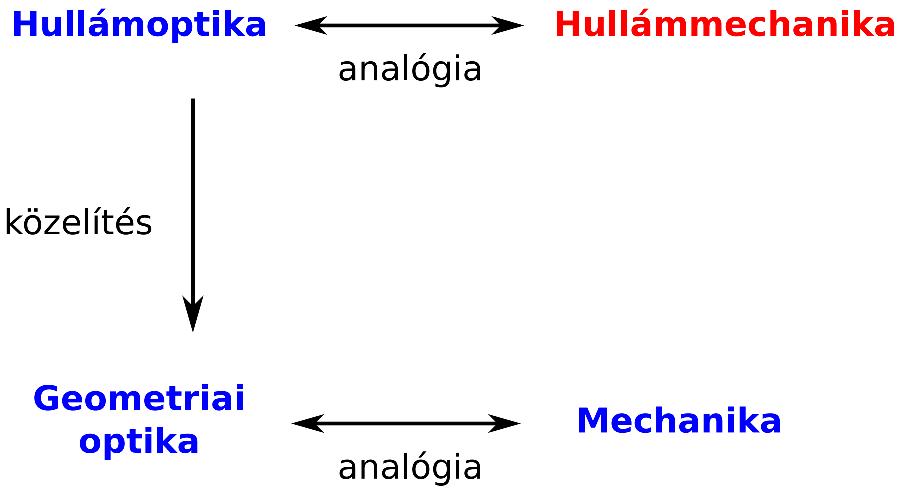
$$\Bigg\downarrow \text{közelítés}$$

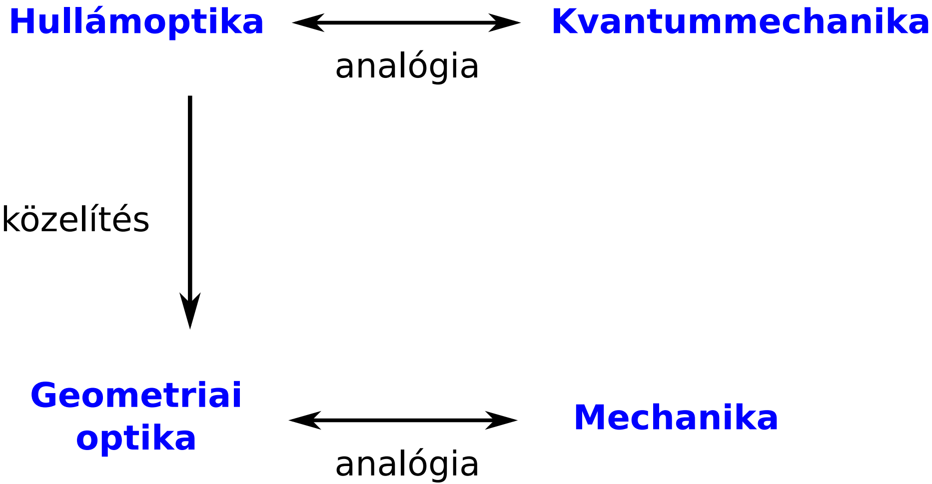
Geometriai optika

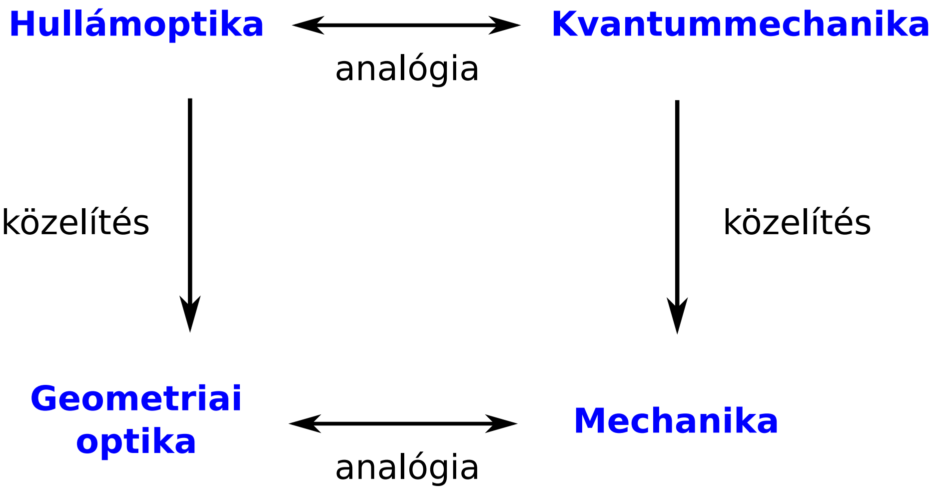
Korábban láttuk




Hullámoptika
????????
analógia
közelítés
Geometriai optika
Mechanika
analógia


Hullámoptika
Hullámmechanika
analógia
közelítés
Geometriai optika
Mechanika
analógia


Hullámoptika
Kvantummechanika
analógia
közelítés
Geometriai
optika
Mechanika
analógia

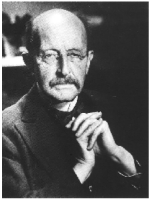

Hullámoptika
Kvantummechanika
analógia
közelítés
közelítés
Geometriai optika
Mechanika
analógia

Hullámoptika $\longleftrightarrow$ **Kvantummechanika**

Schrödinger-egyenlet

analógia

rögös út



Max **Planck**
(1858-1947)

feketetest sugárzás
(1900)

Az energia nem folytonos, kvantált: $\boxed{E = h\nu}$

Planck-állandó: $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$

Louis **de Broglie**
(1892-1981)

Minden mozgó részecskéhez hozzárendelünk egy hullámot, melynek hullámhossza:

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{mv}}$$

v: sebesség
m: tömeg

de Broglie-hullámhossz

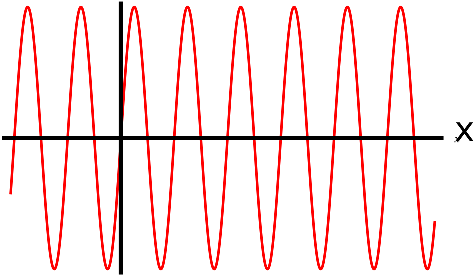
Kvantummechanika

Schrödinger-egyenlet (1926)

Erwin **Schrödinger**
(1887-1961)

Schrödinger-egyenlet megoldása:

$\psi(x,t)$ hullámfüggvény



$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

A részecske (elektron) megtalálási valószínűsége:

$$|\psi(x,t)|^2$$

Kvantummechanika akcióban (vagy nem)

Kétréses kísérlet Trabanttal?

m = 1000 kg
v = 100 Km/h

Nagyon kicsi a
de Broglie-hullámhossza:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \sim 10^{-38}\mathrm{m}\,!!!$$

Az atommag átmérője $\sim 10^{-15}\,\mathrm{m}$

A rések távolsága sokkal nagyobb a hullámhossznál, e két méret **nem összemérhető**!

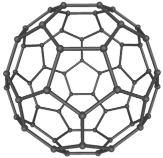
Nincs interferencia!

A klasszikus világunk nem kvantumosan viselkedik!

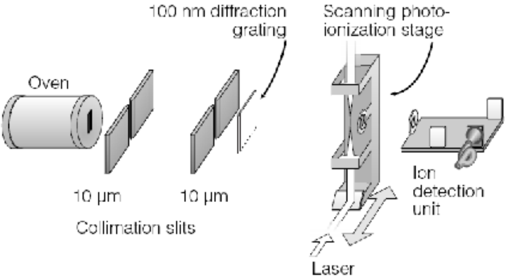
Hullám-részecske dualitás, kísérlet fullerénnel

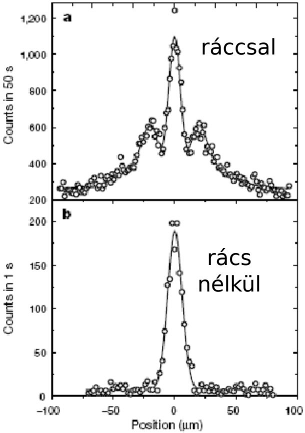
Fullerének (buckyball)
Harold *Kroto*, Robert *Curl* és Richard *Smalley*,
1985-ben fedezték fel, 1996-ban kémiai Nobel-díj

C_{60}



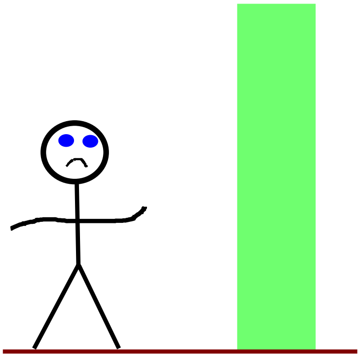
interferencia minta:





M. Arndt, O. Nairz, J. Vos-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw & A. Zeilinger,
Nature **401**, 680 (1999).

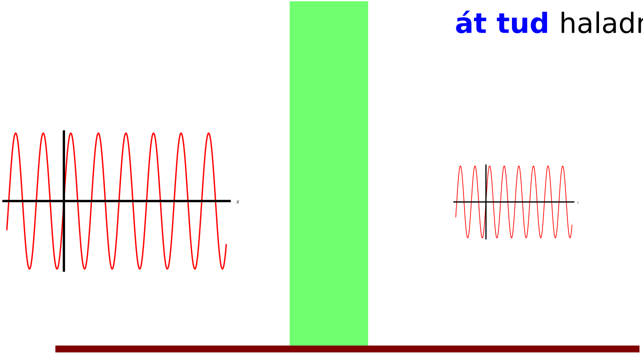
Alagúteffektus



Klasszikusan
nem tud áthaladni a falon

Alagúteffektus

Kvantumosan pl. az elektron
át tud haladni a falon



Dávid Gyula: *Kvantumkémek az alagútban*,
Atomcsill, 2009. október 22

Az alagúteffektus szerepe a mindennapi életünkben

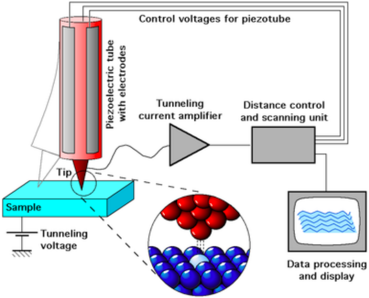
Régen így vasaltak

Az alagúteffektus szerepe a mindennapi életünkben

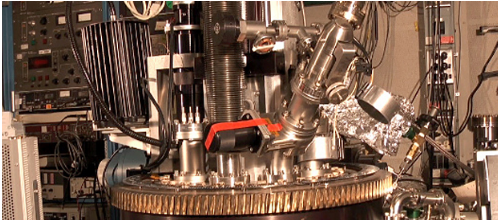
Ma így vasalnak

Ha bedugjuk a villásdugót a konnektorba, akkor az **elektron** egy **potenciálgátat** "érez", mert ott van egy **oxidréteg** meg egy **rés**, és ezen a *potenciálgáton* át kell haladnia: ezt az **alagúteffektus** teszi lehetővé.

Alagúteffektus: egy Nobel-díjas alkalmazás, a pásztázó alagútmikroszkóp



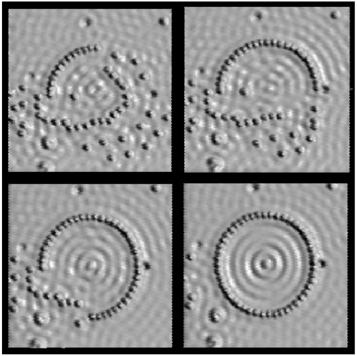
A minta fölött egy nagyon hegyes tűt mozgatnak, az elektronok alagúteffektussal jutnak át a tű és a minta között.

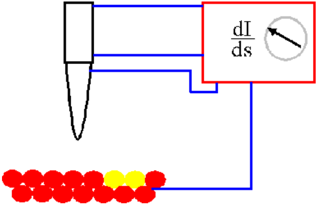


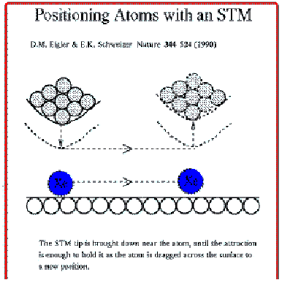
Gerd Binnig *és* ***Heinrich Rohrer****, 1981 (Nobel díj 1986).*
Felbontás: nanométer tört része, *egyedi atomok és molekulák* megfigyelése, és alkalmas egyes atomok mozgatására a felületen.

Pásztázó alagútmikroszkóp

Atomok mozgatása:

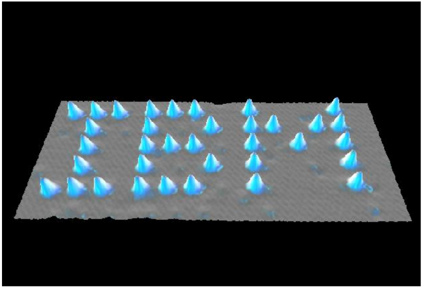


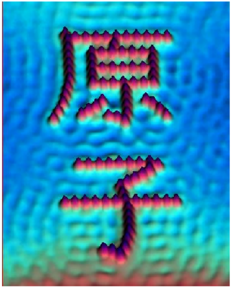




Cserti József: *A nanofizika új eredményei*, Atomcsill, 2006. április 27

Atomok elhelyezése egy felületen



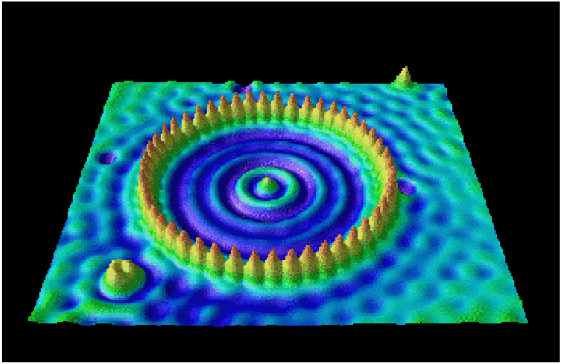


35 Xenon atom nickel felületen 2,17 K hőmérsékleten
IBM Zürich Research Laboratory 1990

(Sasvári László: *A kvantumfolyadékok csodái — a szuperfolyékony hélium*, Atomcsill, 2012. március 1)

Kvantum karám

Cu lapon 48 Fe atom egy *R= 7,18* nm sugarú kör mentén

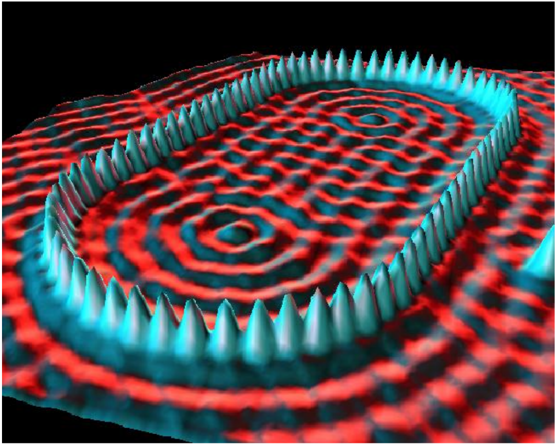


$$|\Psi|^2$$

a hullámfüggvény mérése

M.F. Crommie, C.P. Lutz, D.M. Eigler. Confinement of electrons to quantum corrals on a metal surface. Science **262**, 218-220 (1993).

Kvantum stadion



1995

M.F. Crommie, C.P. Lutz, D.M. Eigler, E.J. Heller:
Waves on a metal surface and quantum corrals.
Surface Review and Letters **2**, 127-137 (1995).

Cserti József: *A Chladni-féle porábráktól a nanofizikáig*,
KÖMAL, 54. évfolyam (április), 236-242. oldal (2004)

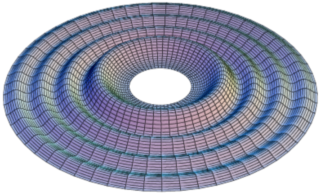
A lyukas dobtól a grafénig

A lyukas dobtól a grafénig

A lyukas dob hangjai

Hagymási Imre

2007



Tudományos Diákköri Dolgozat

Témavezető:

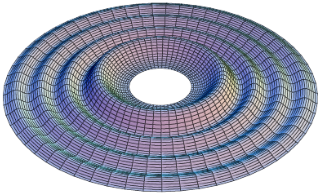
Cserti József

A lyukas dobtól a grafénig

A lyukas dob hangjai

Hagymási Imre

2007



Az (1.11)-(1.12) egyenletek az a_m, b_m ismeretlenekre egy homogén lineáris egyenletrendszert adnak, s mint ismeretes, ennek akkor van a triviálistól különböző megoldása, ha az együtthatókból alkotott determináns eltűnik:

$$F_m(k) = \begin{vmatrix} J_m(kR_2) & Y_m(kR_2) \\ J'_m(kR_1) & Y'_m(kR_1) \end{vmatrix} = 0. \tag{1.13}$$

A $\lambda = \frac{R_1}{R_2}$ dimenziótlan paraméter bevezetésével megkapjuk a dimenziótlan $k_{m,n}R_2$ sajátfrekvenciákra vonatkozó egyenletet (n index egy adott m-hez tartozó szekuláris egyenlet esetén az n-edik zérushelyet jelenti):

$$J_m(kR_2)Y'_m(\lambda kR_2) - J'_m(\lambda kR_2)Y_m(kR_1) = 0. \tag{1.14}$$

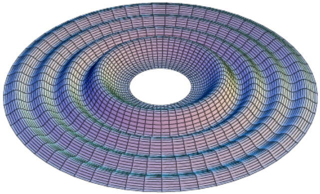
Ezzel megkaptuk a dob sajátfrekvenciáit meghatározó egyenletet, mely központi szerepet játszik további vizsgálódásaink során.

A lyukas dobtól a grafénig

A lyukas dob hangjai

Hagymási Imre

2007



Az (1.11)-(1.12) egyenletek az a_m, b_m ismeretlenekre egy homogén lineáris egyenletrendszert adnak, s mint ismeretes, ennek akkor van a triviálistól különböző megoldása, ha az együtthatókból alkotott determináns eltűnik:

$$F_m(k) = \begin{vmatrix} J_m(kR_2) & Y_m(kR_2) \\ J'_m(kR_1) & Y'_m(kR_1) \end{vmatrix} = 0. \qquad (1.13)$$

A $\lambda = \frac{R_1}{R_2}$ dimenziótlan paraméter bevezetésével megkapjuk a dimenziótlan $k_{m,n}R_2$ sajátfrekvenciákra vonatkozó egyenletet (n index egy adott m-hez tartozó szekuláris egyenlet esetén az n-edik zérushelyet jelenti):

$$J_m(kR_2)Y'_m(\lambda kR_2) - J'_m(\lambda kR_2)Y_m(kR_1) = 0. \qquad (1.14)$$

Ezzel megkaptuk a dob sajátfrekvenciáit meghatározó egyenletet, mely központi szerepet játszik további vizsgálódásaink során.

PHYSICAL REVIEW B **80**, 073404 (2009)

Graphene Andreev billiards

József Cserti and Imre Hagymási
Department of Physics of Complex Systems, Eötvös University, Pázmány Péter sétány 1/A, H-1117 Budapest, Hungary

Andor Kormányos
Department of Physics, Lancaster University, Lancaster LA1 4YB, United Kingdom
(Received 17 July 2009; published 17 August 2009)

Bessel and the Hankel functions.[15] To ensure that the wave function of the bound states is normalizable, the wave function in the superconducting region must go to zero as $r \to \infty$. This condition can be satisfied by choosing the appropriate Hankel function in the eigenstates $\chi_\pm^{(S)}(r,\varphi)$.[15] Finally, the unknown coefficients $c_\pm^{(N)}$ and $c_\pm^{(S)}$ can be determined from the boundary conditions $\Psi_m^{(N)}(r=R,\varphi)=\Psi_m^{(S)}(r=R,\varphi)$ valid for any φ. Thus, the condition for nontrivial solutions of the coefficients $c_\pm^{(N)}$ and $c_\pm^{(S)}$ can be found from the zeros of a four by four determinant. After some algebra we obtain a quite simple secular equation for the energy levels with fixed angular-momentum index m

$$\mathrm{Im}\{\gamma_+ D_{\mathrm{GS}}^{(+)}(m,E) D_{\mathrm{GS}}^{(-)}(m,E)\} = 0, \qquad (1a)$$

$$D_{\mathrm{GS}}^{(+)}(m,E) = \begin{vmatrix} J_m(k_+R) & H_m^{(1)}(q_+R) \\ J_{m+1}(k_+R) & H_{m+1}^{(1)}(q_+R) \end{vmatrix}, \qquad (1b)$$

and $D_{\mathrm{GS}}^{(-)}(m,E)=[D_{\mathrm{GS}}^{(+)}(m,-E)]^*$, and $\mathrm{Im}\{.\}$ and $*$ stand for the imaginary part and the complex conjugation, respec-

Már csak azt kell eldöntenünk:

részecske vagyok, vagy **hullám**?

„A kvantummechanikáról szólni száz oldalon olyan feladat, mint egy induló vonat ablakából szerelmet vallani."

Károlyházi Frigyes: *Igaz varázslat*

"I think I can safely say that nobody understands Quantum Mechanics"

Richard P. Feynman