

**Cserti József**

ELTE, TTK

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék



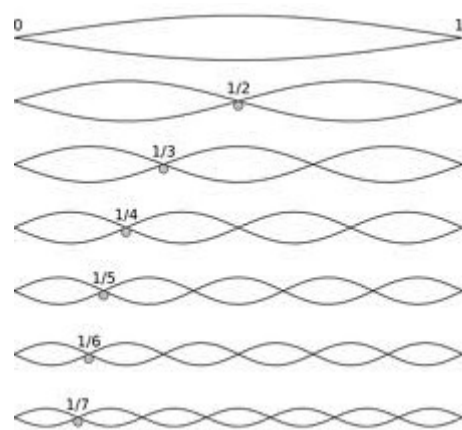
**Ahol a hullámok karamboloznak**

# Hullámok mindenhol

## Mechanikai hullámok

(Lásd **Jenei Péter** kísérleteit az Atomcsillen)

### Húrok rezgései



# Vízhullámok



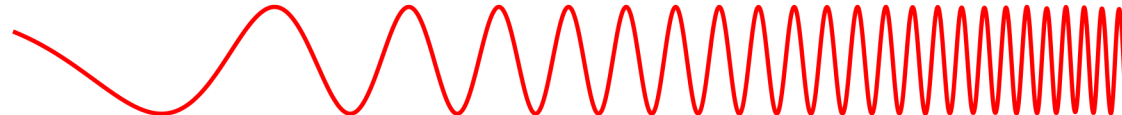
# Hanghullámok



# Elektromágneses hullámok

Átengedi a Föld légkörre?

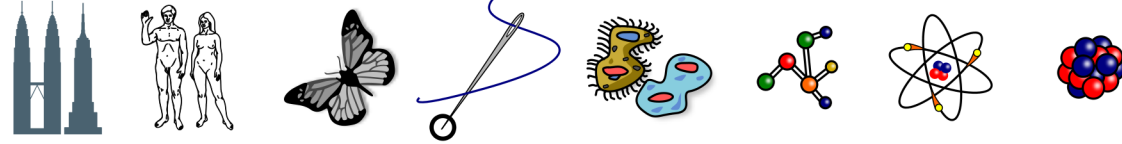
igen    nem    igen    nem



Hullámtartomány  
Hullámhossz (m)

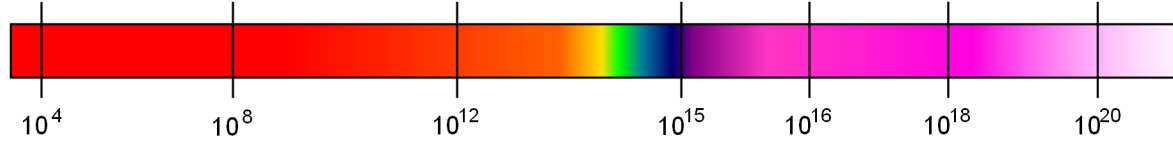
**rádióhullám**  $10^3$     **mikrohullám**  $10^{-2}$     **infravörös**  $10^{-5}$     **fény**  $0,5 \times 10^{-6}$     **ultraibolya**  $10^{-8}$     **röntgen-**  $10^{-10}$     **gamma-**  $10^{-12}$

A hullámhossz nagyságrendje

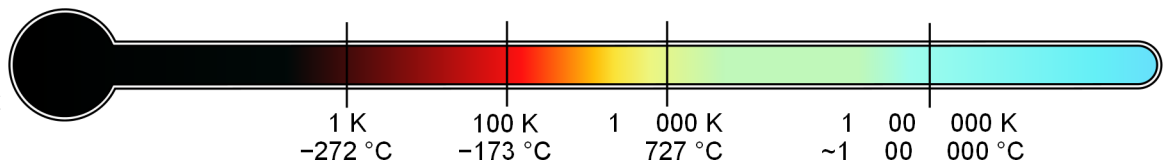


épületek    ember    pillangó    tűhegy    egysejtű    molekula    atom    atommag

Frekvencia (Hz)

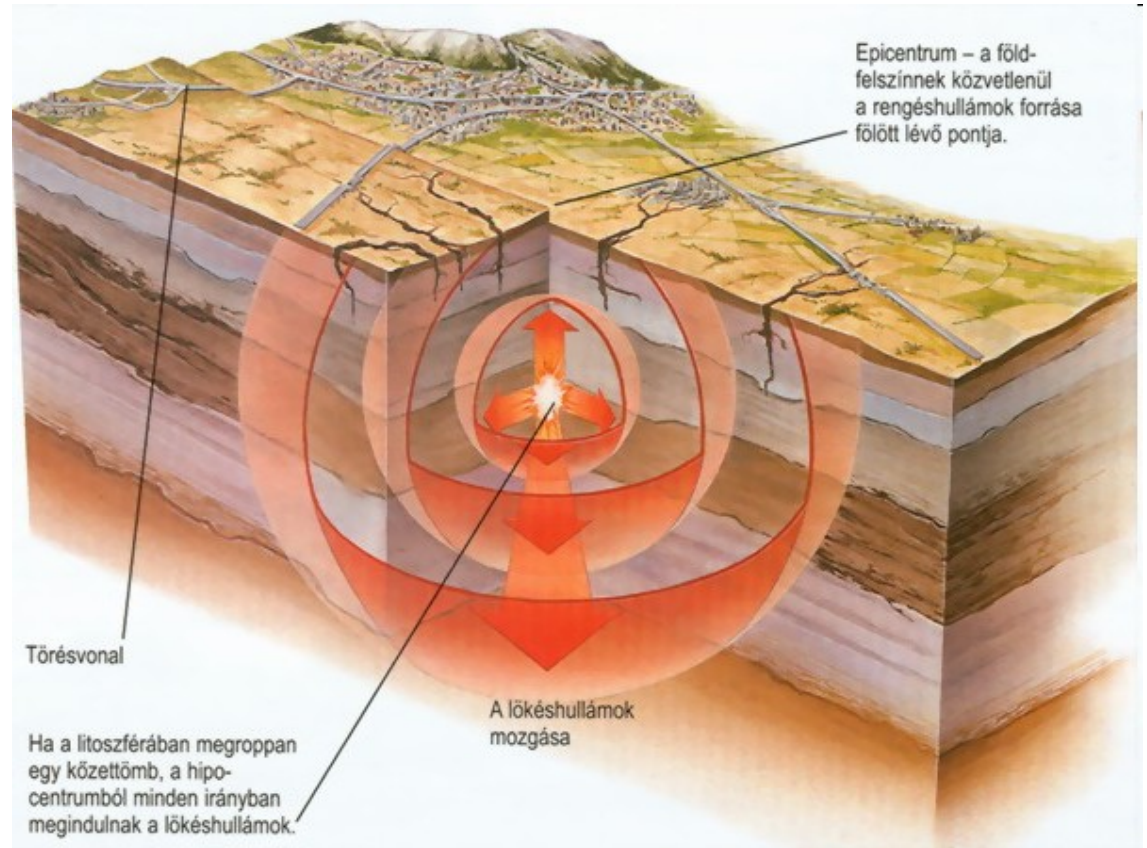


A tartományban maximális intenzitással sugárzó testek hőmérséklete



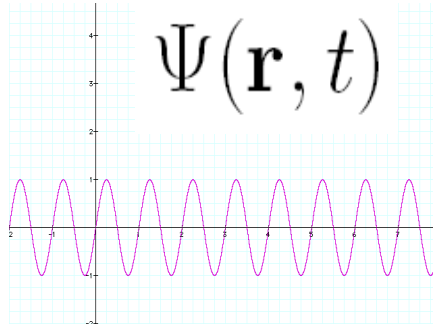
# Szeizmikus hullámok

## földrengések

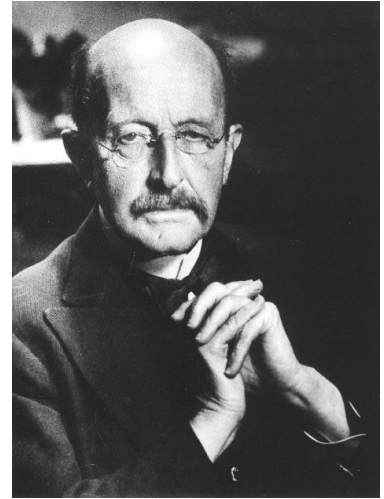


<http://www.vilaglex.hu/>

# Kvantummechanikai hullámok



de Broglie-hullám:  $\lambda = \frac{h}{mv}$



**Max Planck**  
(1858-1947)

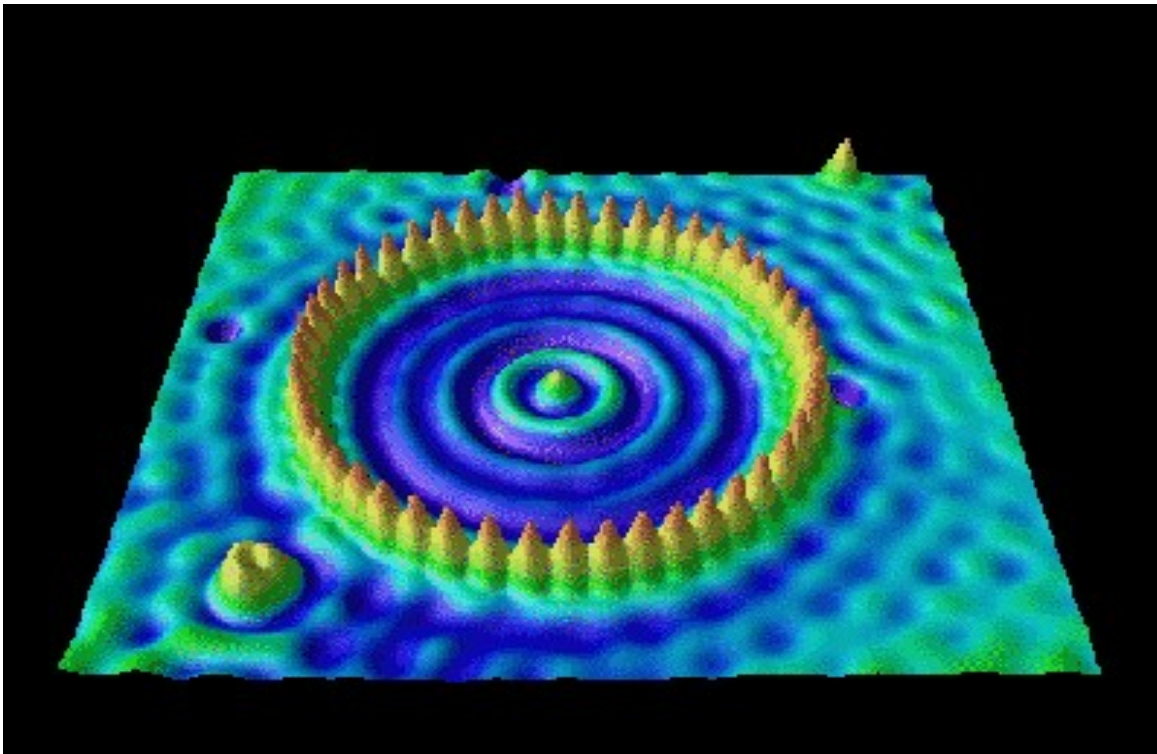
Atomcsill:

**Cserti József:** A nanofizika új eredményei, 2006. április 27.

**Dávid Gyula:** Kvantumképek az alagútban, 2009. október 22

# Kvantum karám

Cu lapon elhelyezett 48 Fe atom egy  $R=71,8 \text{ \AA}$  sugarú kör mentén  
*elektron-állóhullámok*



$$|\Psi|^2:$$

mérése

M.F. Crommie, C.P. Lutz, D.M. Eigler. Confinement of electrons to quantum corrals on a metal surface. *Science* 262, 218-220 (1993).

Atomcsill:

Cserti József: *A nanofizika új eredményei*, 2006. április 27.



# Gravitációs hullámok

LIGO  
(Laser Interferometer  
Gravitational-wave Observatory)



A LIGO gravitációshullám-detektor  
egyik alagútja az USA-ban  
([origo] tudomány)

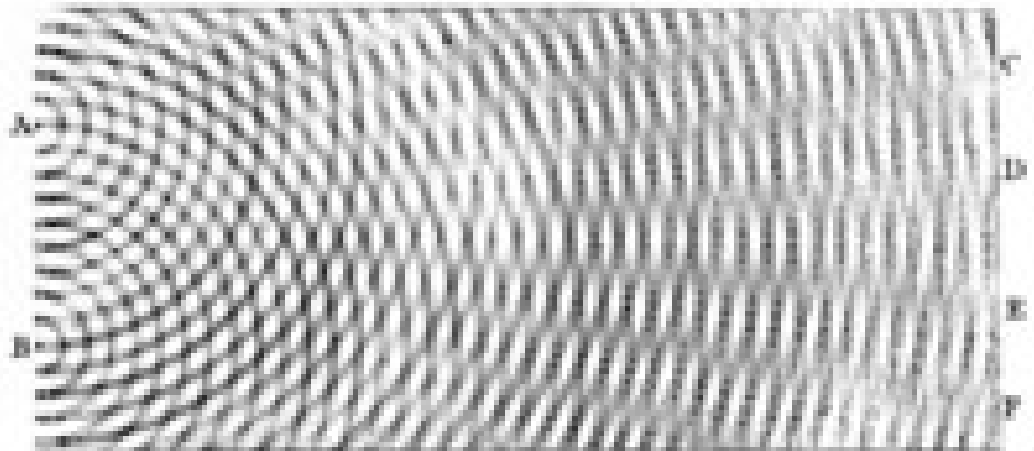
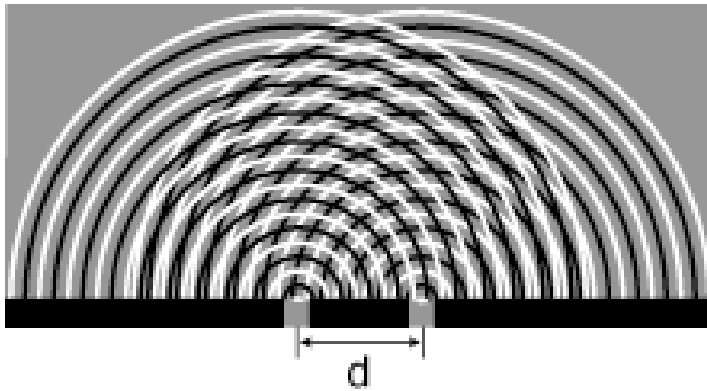
Atomcsill:

**Frei Zsolt:** A gravitációs hullámok kutatása földi és űreszközökkel  
2007. november 8.

# Ahol a hullámok karaboloznak-I.

## Interferencia

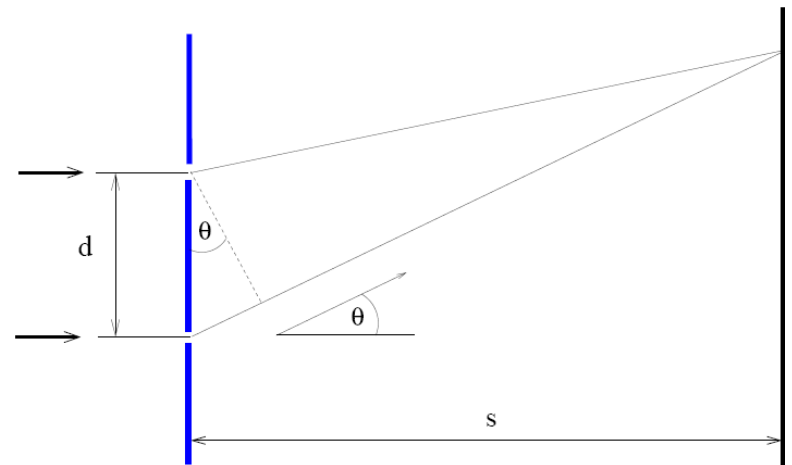
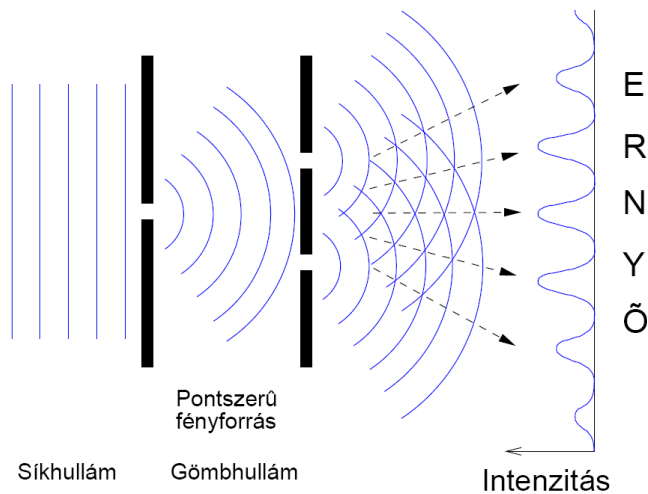
Két pontszerű hullámforrásból jövő hullám interferenciája



# Hullámok interferenciája

Young-féle kétréses interferencia kísérlet (Thomas Young, 1773-1829)

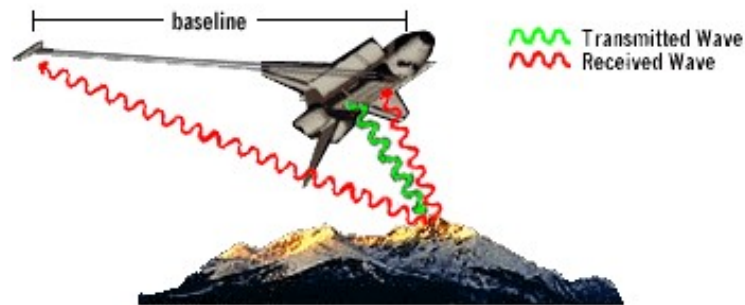
Young ötlete: a két rés elé egy másik rést helyezve biztosítható a pontszerű (vonalszerű), fényforrás, amelytől a két rés jól definiált távolságra van.



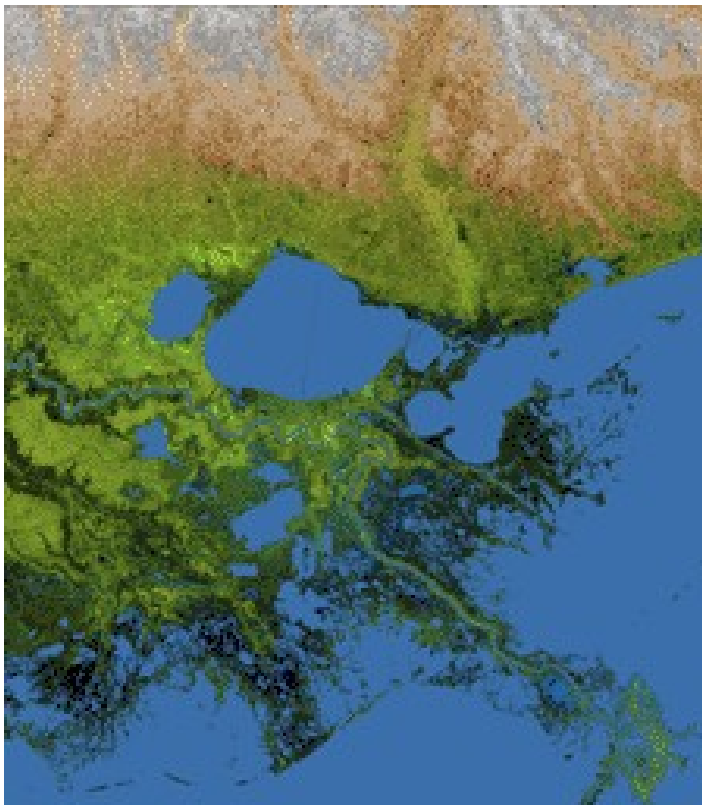
**A maximumok feltétele:**

$$d \sin \theta = m\lambda, \text{ ahol } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

# Radar-interferometria

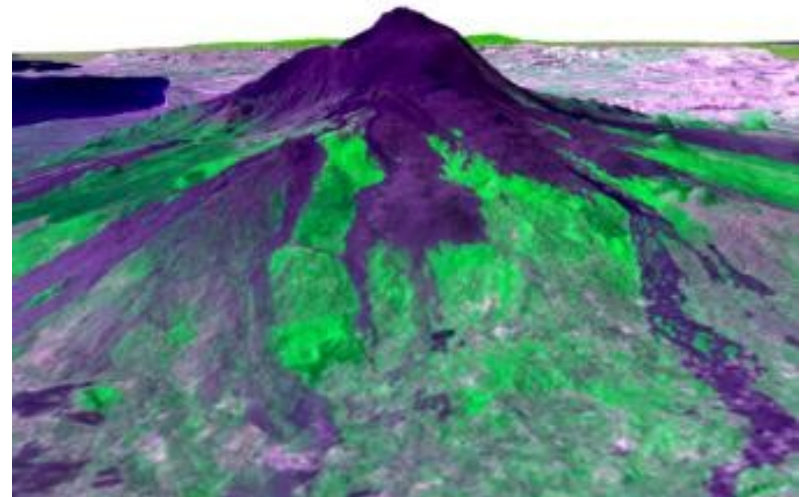


Radar signals being transmitted and received in the SRTM mission (image not to scale).

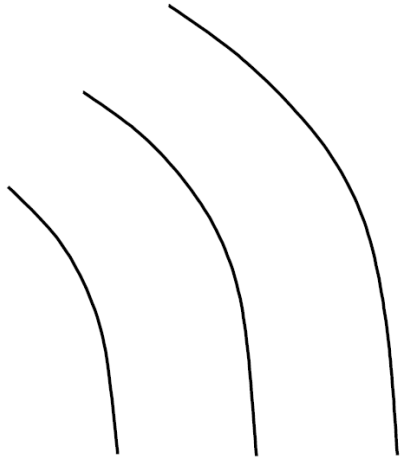


New Orleans space shuttle radar interferometriával

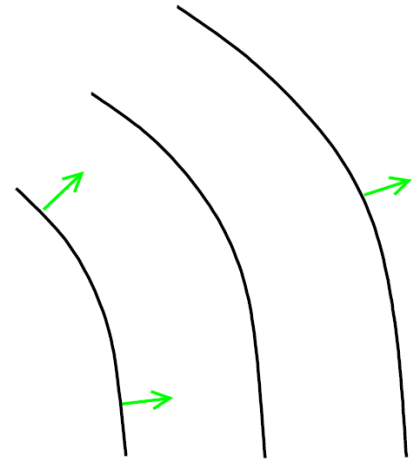
Etna



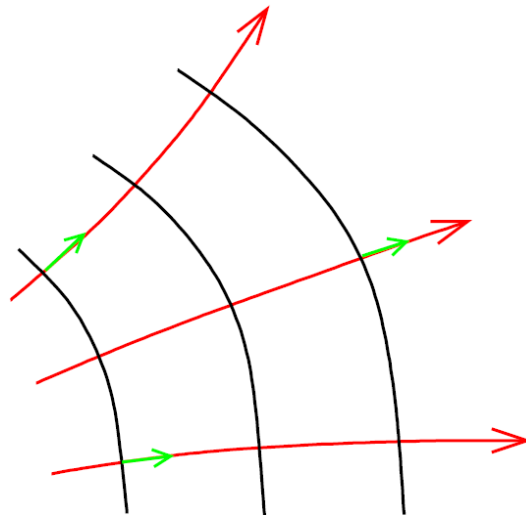
# Geometriai optika



**Hullámfrontok**



Ezekre merőlegesek a  
**fénysugarak**

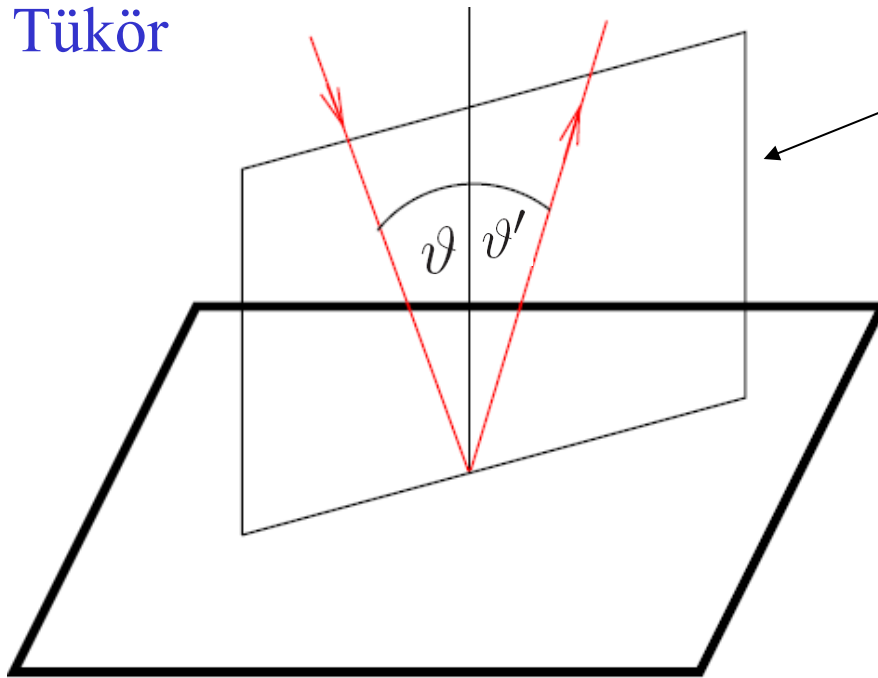


# Fénysugarak terjedésének alapja a geometriai optikában

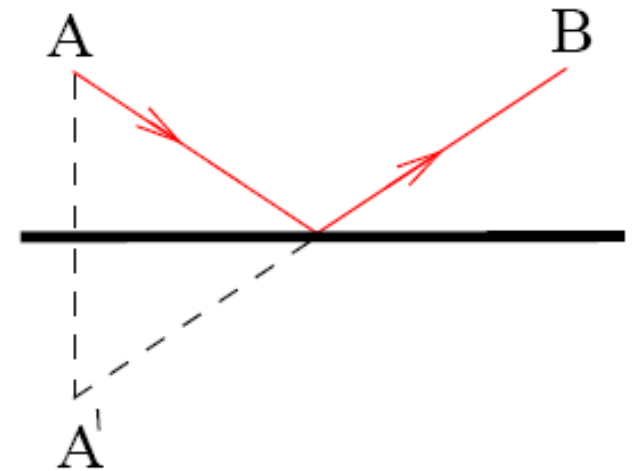
## I. A fénysugarak visszaverődése, tükrözés

## II. A fénysugarak törése

Tükör

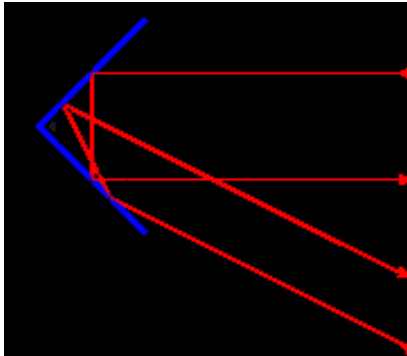


beesés síkja

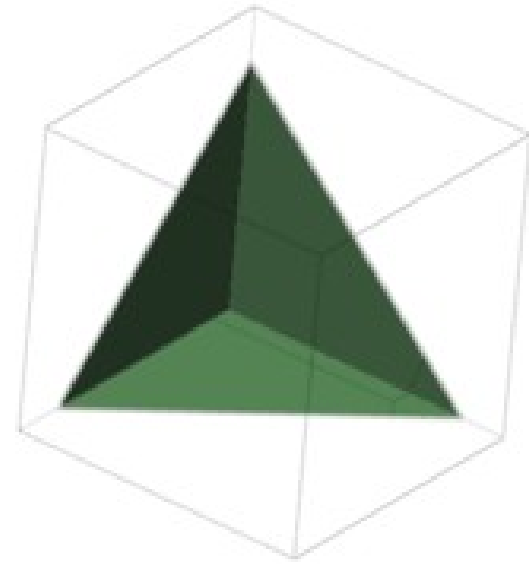


$$\vartheta = \vartheta'$$

# saroktükrör (macskaszem)



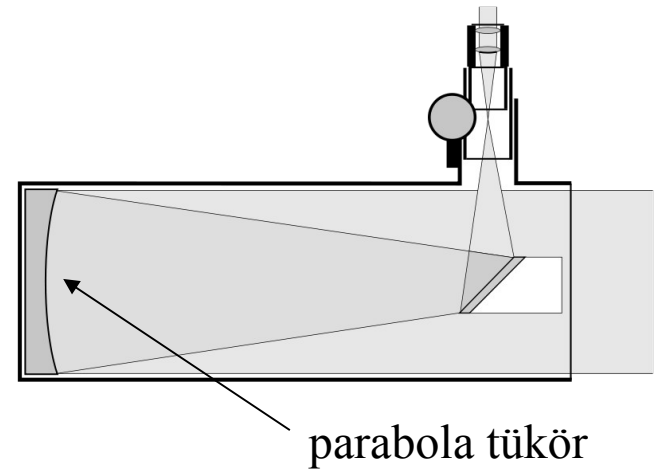
visszaveri a radarhullámokat



A Holdra is tettek már saroktükröt !

# Tükrös teleszkópok

## Newton-távcső



Egy modern verzió: [Hubble-űrteleszkóp](#)  
(légkörü mozgások, légkör áteresztőképessége nem zavarja)





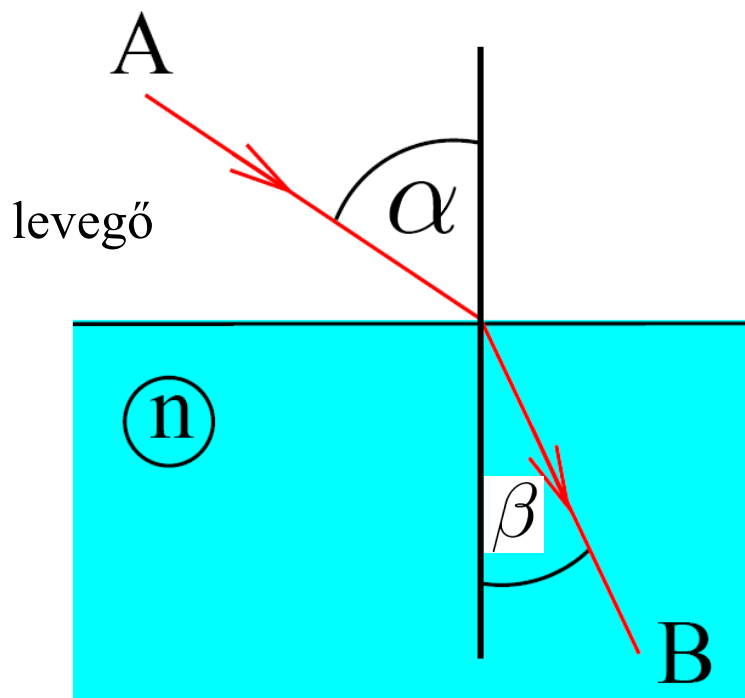


Saját fénykép (Lake District, UK)

# Fénysugarak terjedésének alapja a geometriai optikában

## II. A fénysugarak törése


Descartes-Snell(ius)-törvény:



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

# Ahol a hullámok karaboloznak-II.

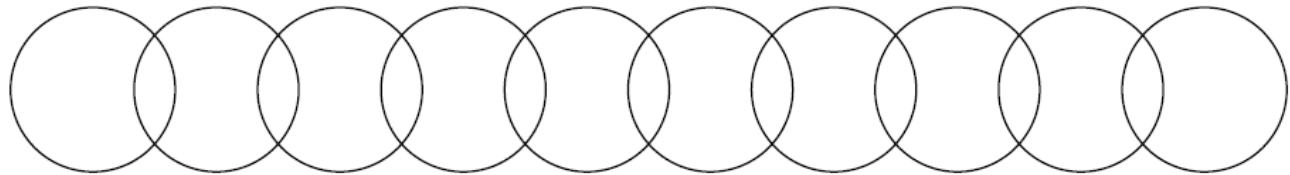
## Kausztika

**Kausztika**  **Gyűjtővonal**

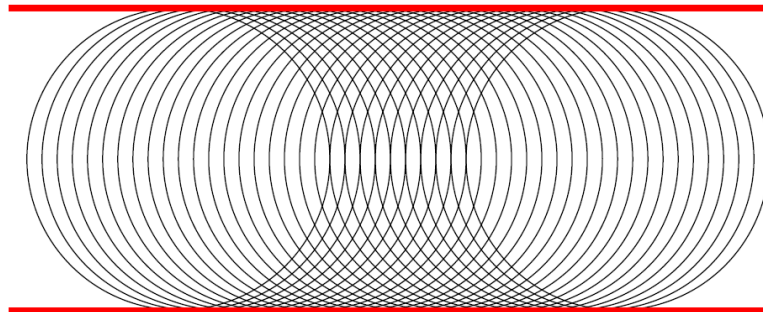
görög καυστός (ejtsd: kausztosz), azaz "égett" szóból származik

### Matematikai meghatározás:

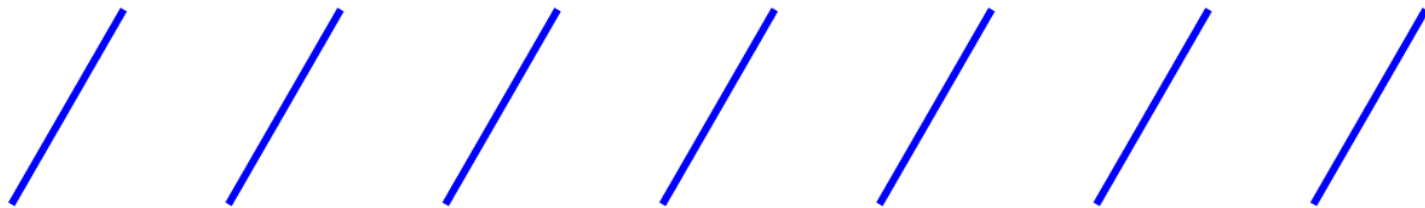
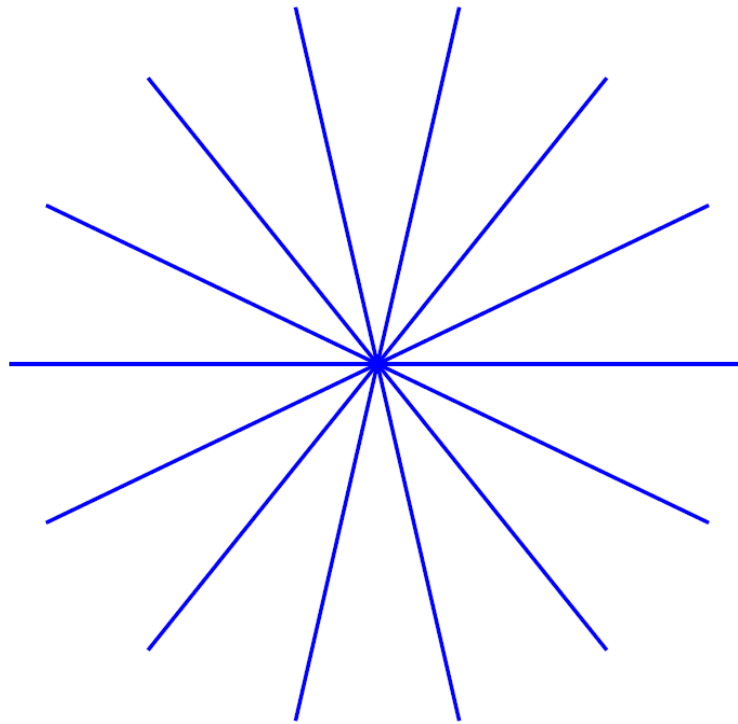
görbesereg:



**Kausztika = görbesereg burkolója**

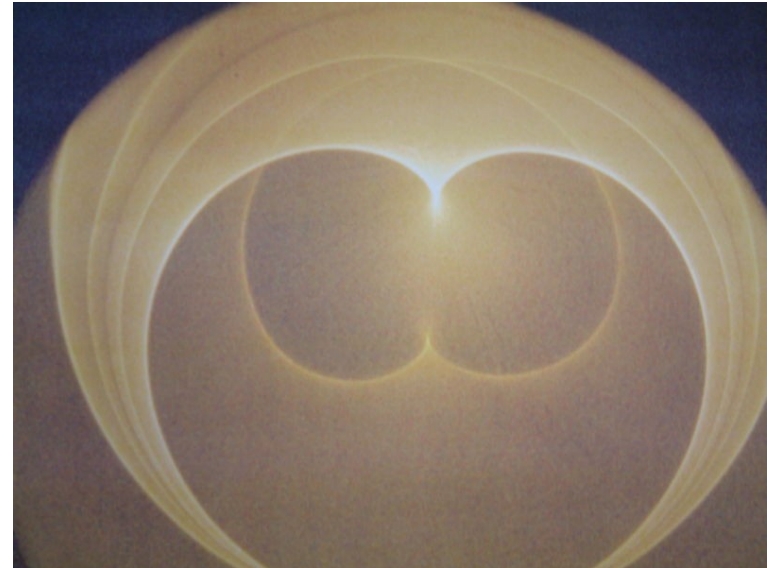
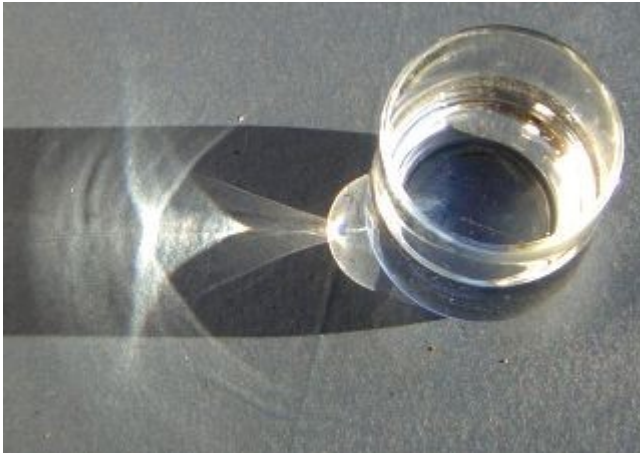


# Nem minden görbeseregnek van burkolója

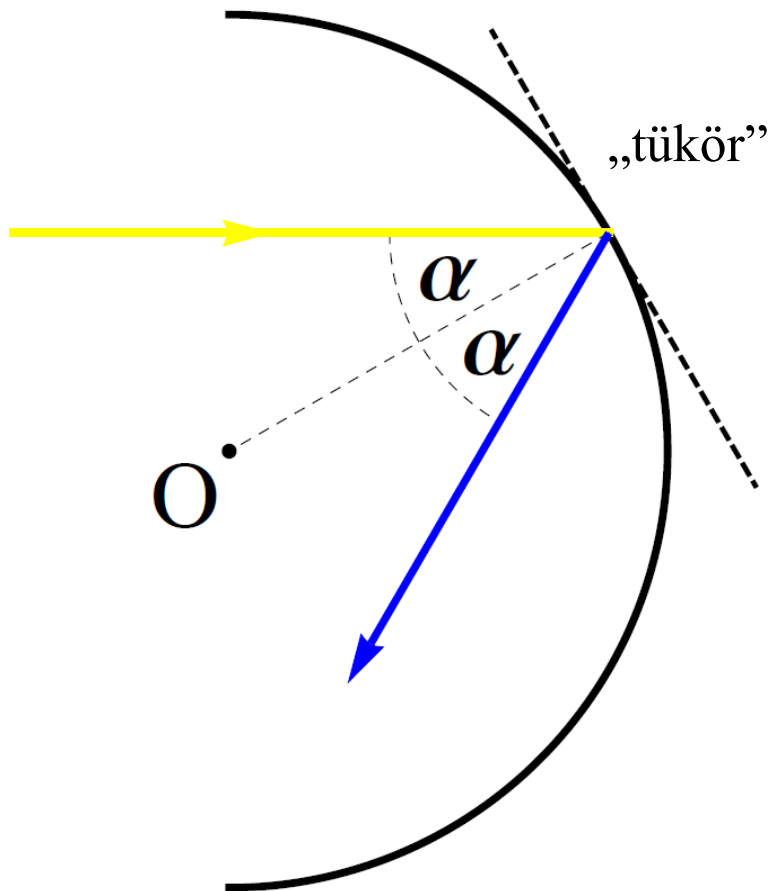


## Példák kausztikákra

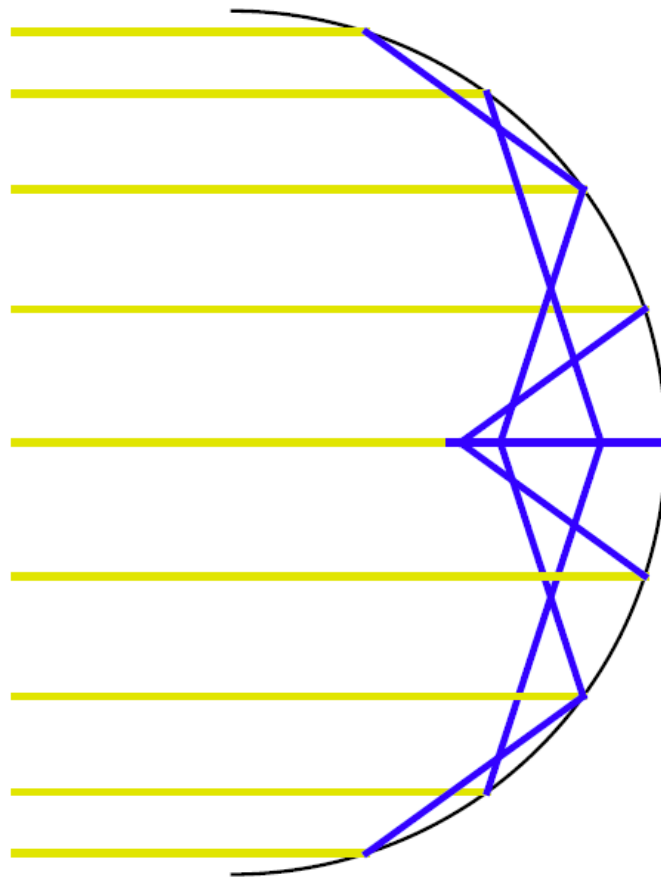
Pohár belső faláról visszaverődő fénysugarak:



# Egy fénysugár útja

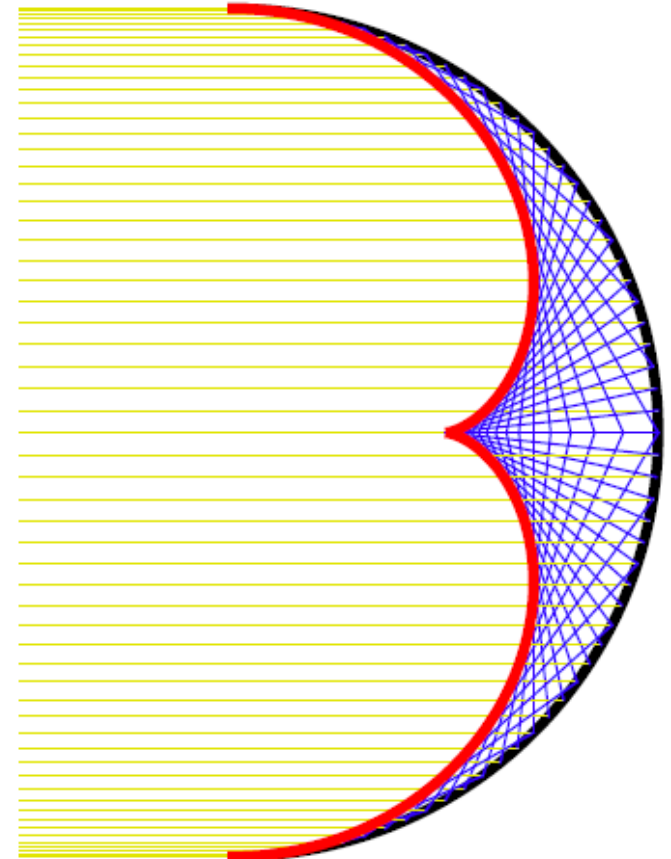
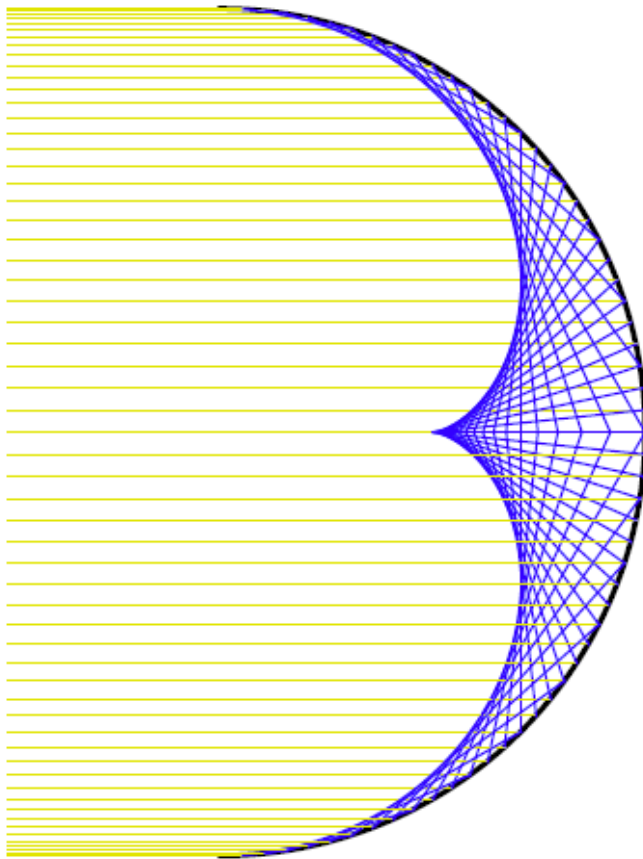


# Több fénysugár útja



Még több fénysugár útja

kausztika



**Nefroid**

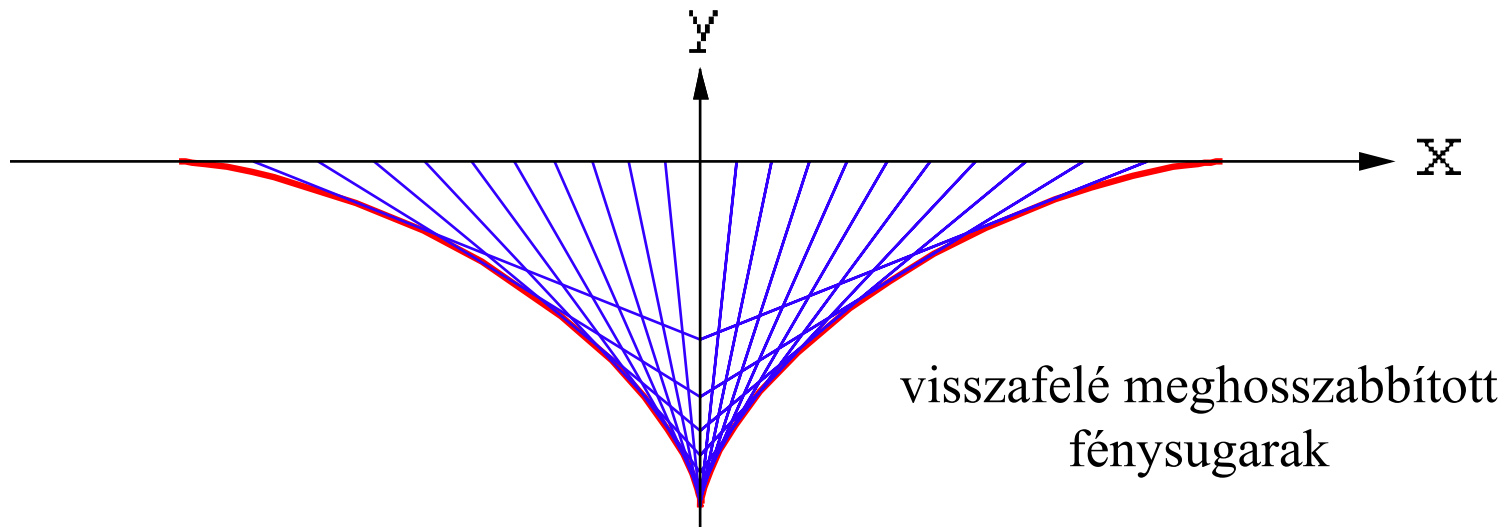
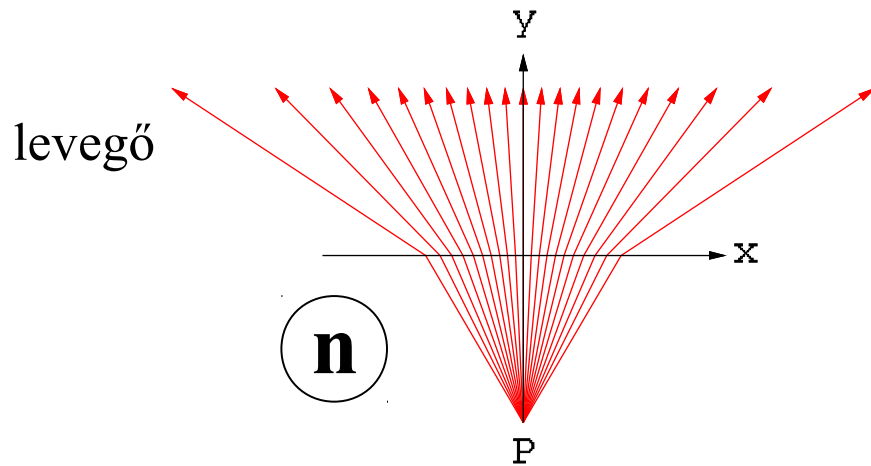
„vesegörbe”

$$x = R \cos \alpha \left( 1 - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \right)$$

$$y = R \sin^3 \alpha$$

$$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

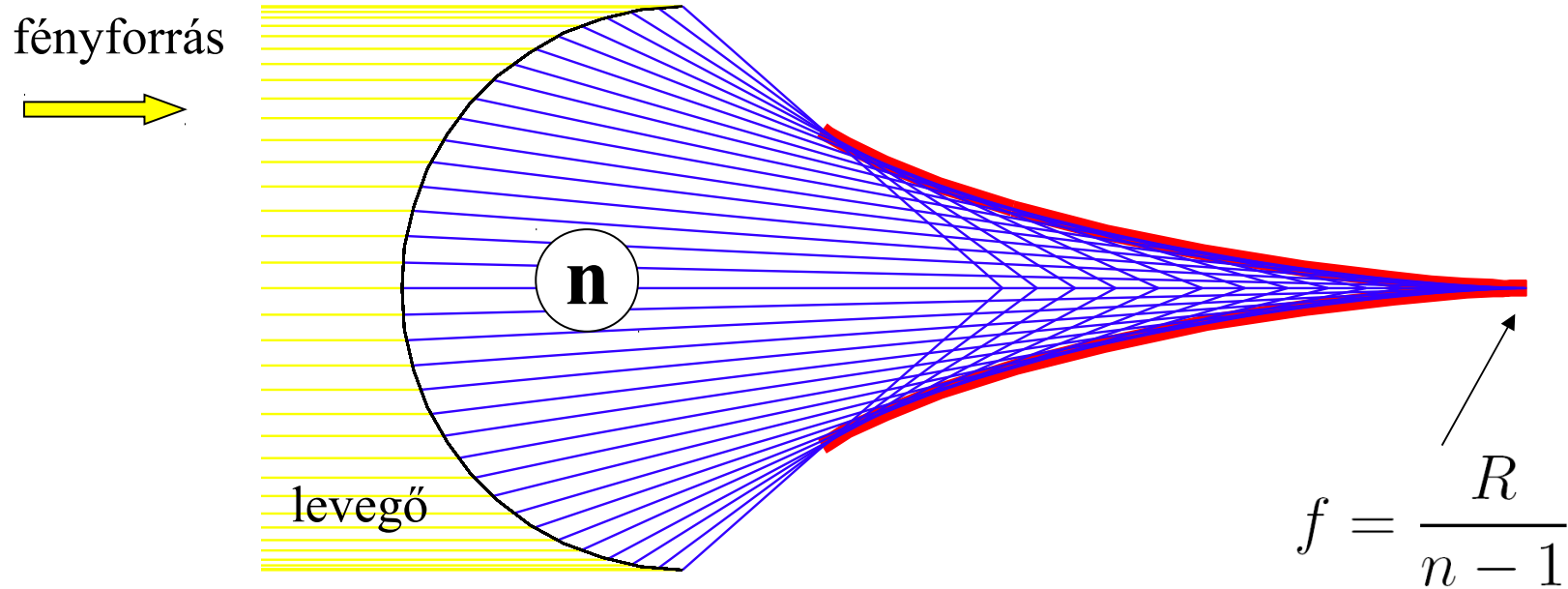
# Virtuális kausztika



$$\left(\frac{x \sqrt{n^2 - 1}}{d}\right)^{2/3} + \left(\frac{y n}{d}\right)^{2/3} = 1, \quad y < 0$$



# Görbe alakú törőközeg: lencse, szemüveg, ...



$$x = R \frac{\cos^3 \alpha + n \cos^3 \beta}{n^2 - 1}$$

$$y = R \frac{\sin^3 \alpha}{n^2}$$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

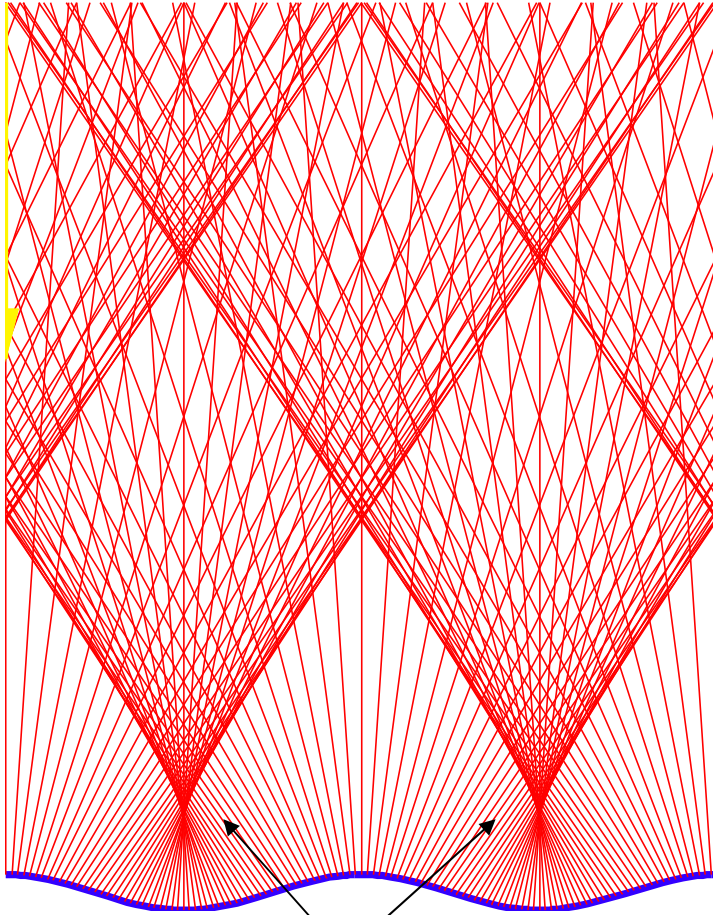
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

**Nincs egyértelmű  
fókuszpont:**

**Abberáció**

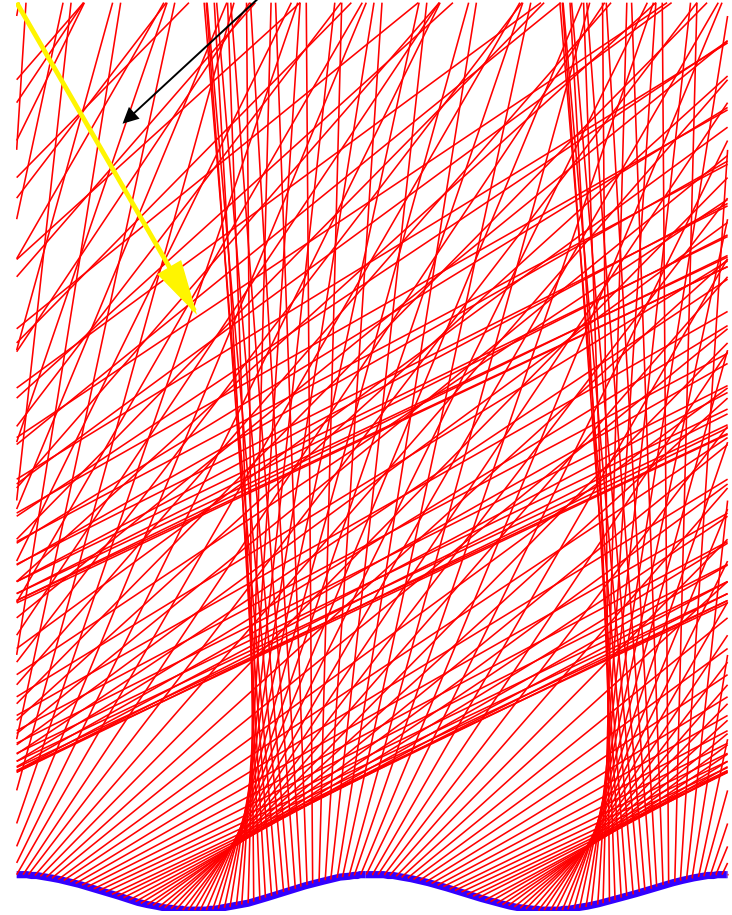
# Balaton vízéről visszatükröződő fénysugarak:

beeső fénysugár



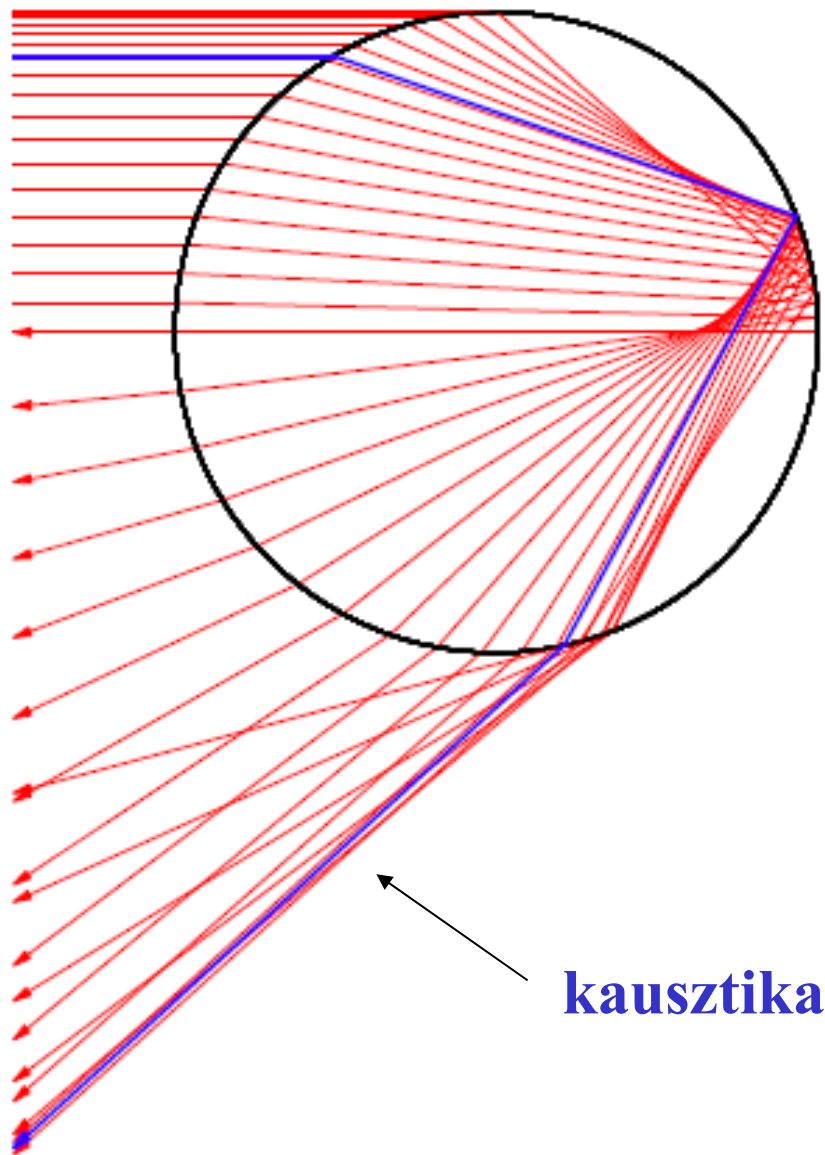
csillogások

beeső fénysugár



Vízfelszín:  $A \sin(2\pi x / \lambda)$

# Szivárvány

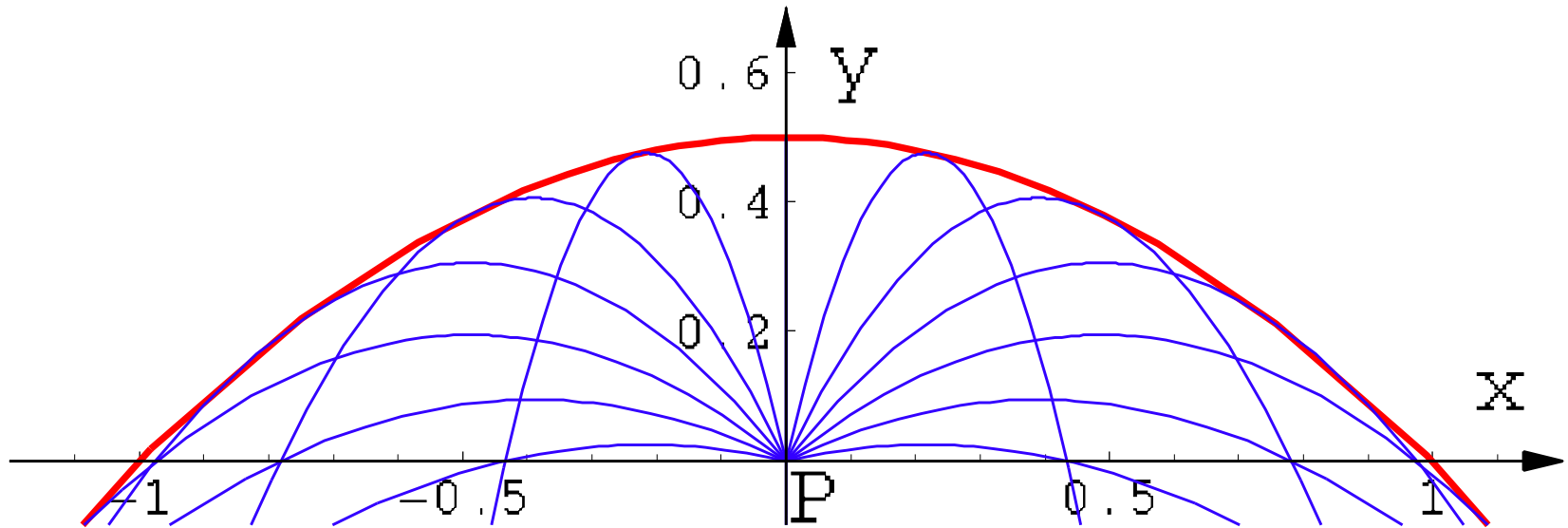


Atomcsill:

Cserti József: A szivárvány fizikája  
2006. október 26.

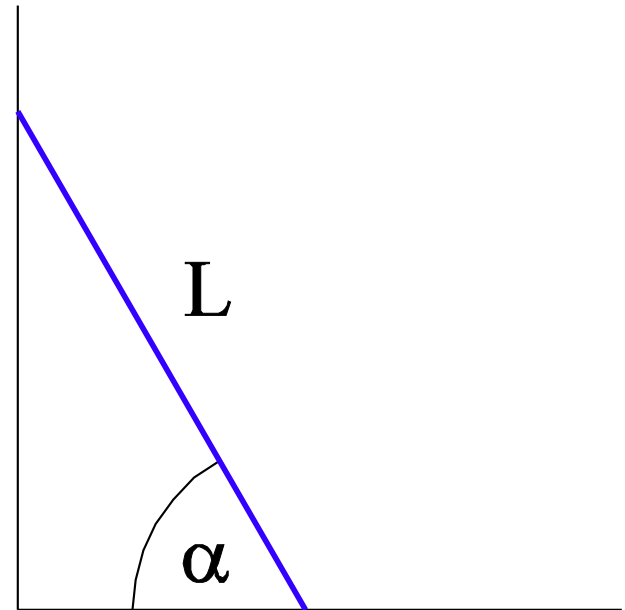
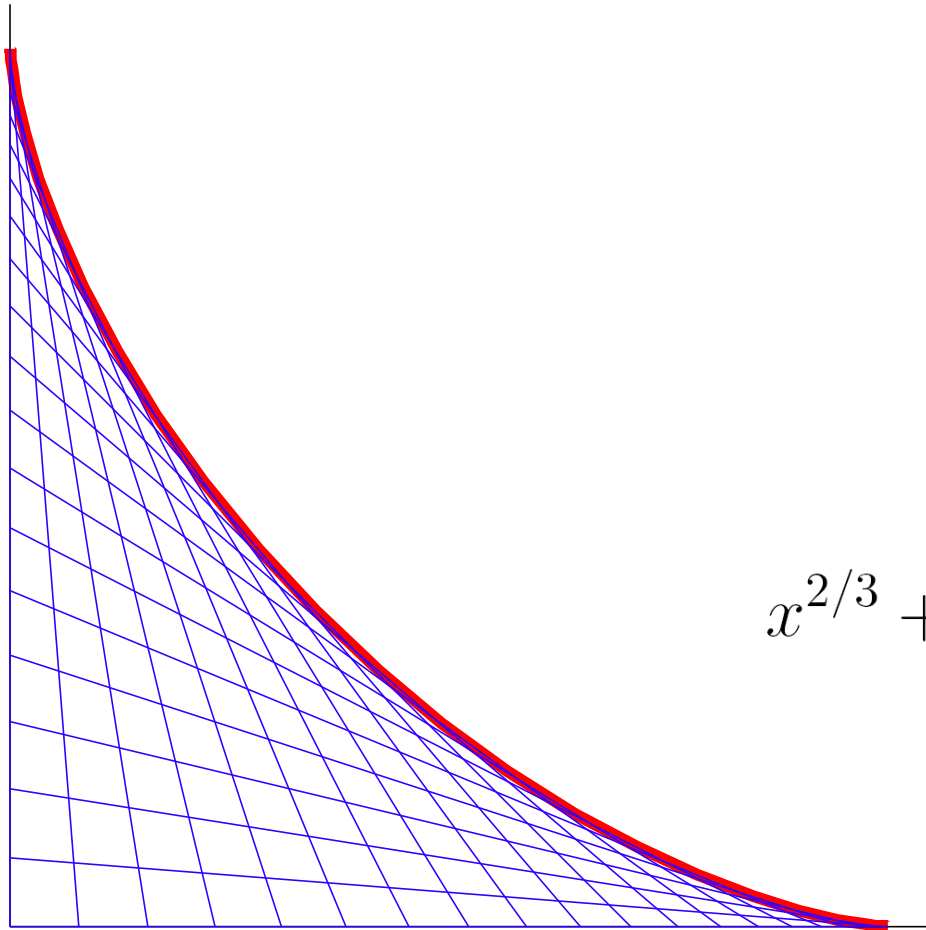
# Nem optikai kausztikák

Locsoló:



A parabola pályák burkolója is **parabola**

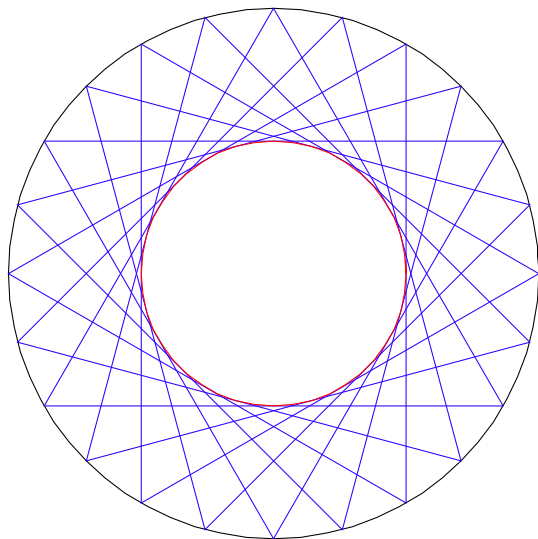
## Fal mentén lecsúszó merev rúd:



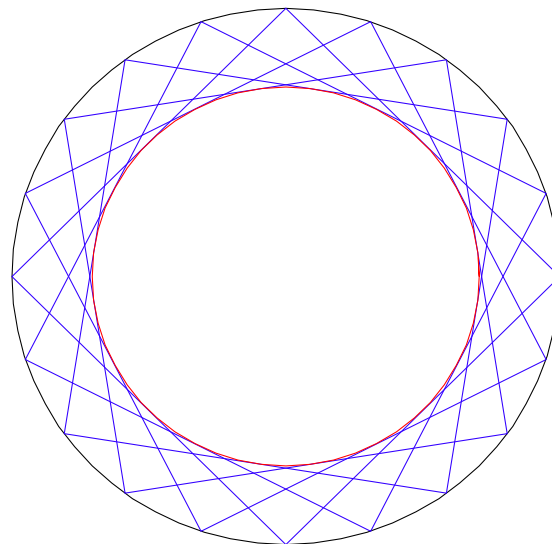
$$x^{2/3} + y^{2/3} = L^{2/3}$$

**asztroid**

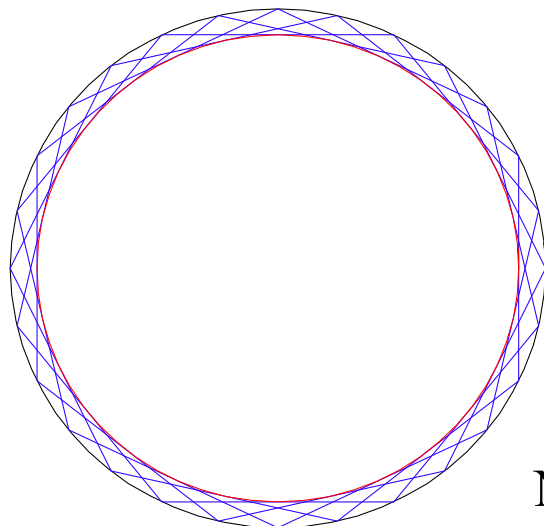
# Kör alakú biliárdban pattogó golyó:



$N = 3$



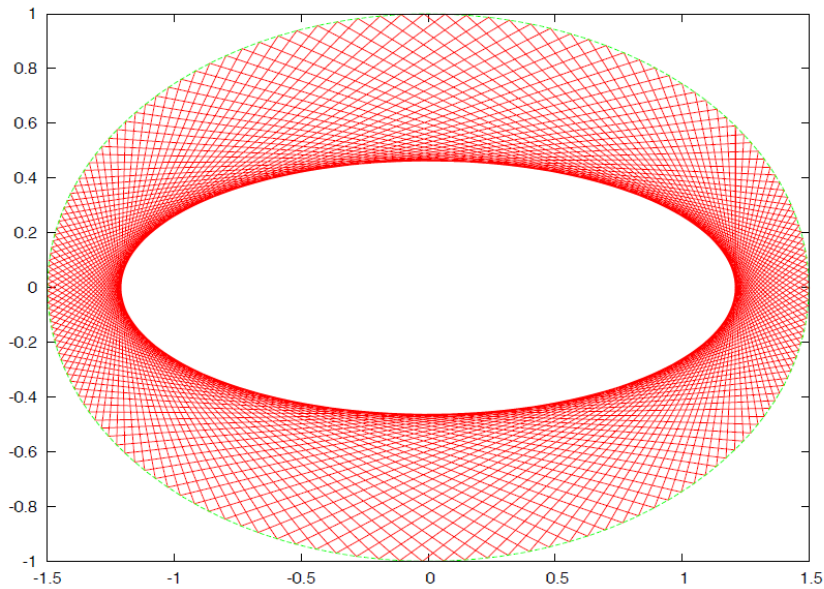
$N = 4$



$N = 7$

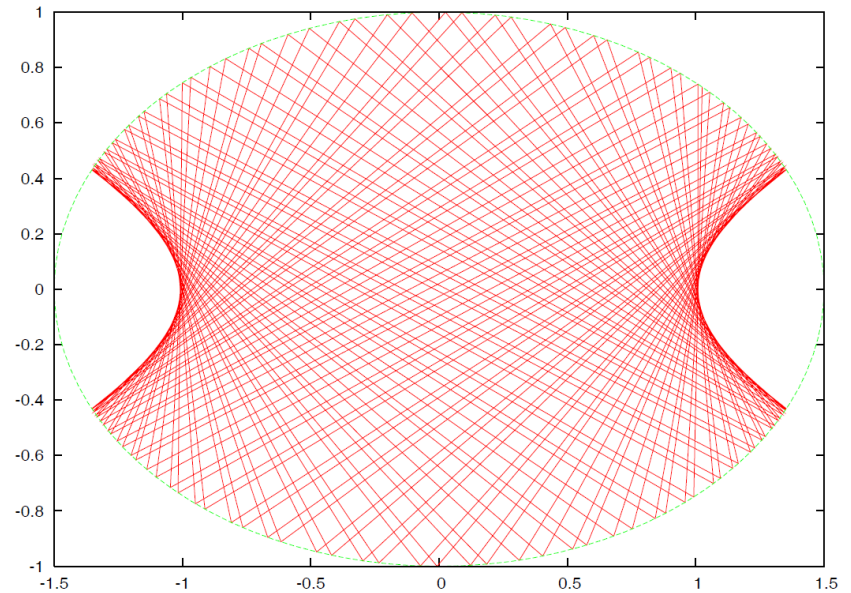
# Ellipszis alakú biliárdban pattogó golyó:

A fókusz pontokon  
kívülről indul a golyó



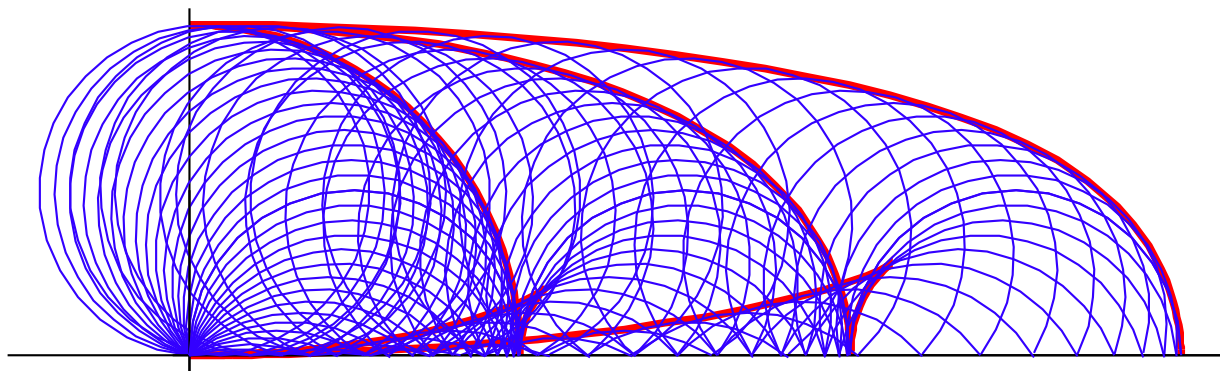
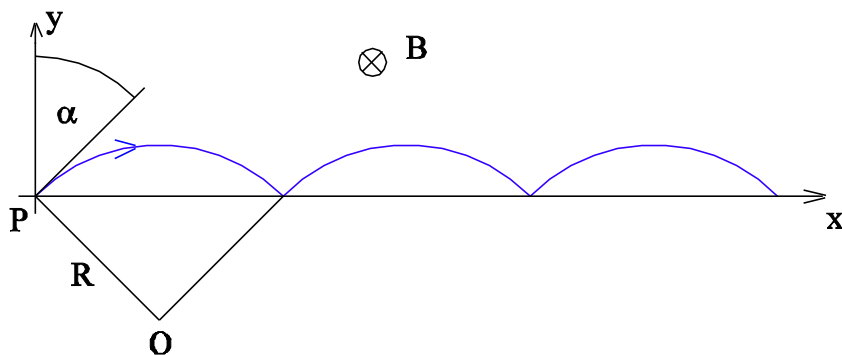
kausztika: **ellipszis**

A fókusz pontokon  
belülről indul a golyó



kausztika: **hiperbola**

# Elektron mozgása mágneses térben:



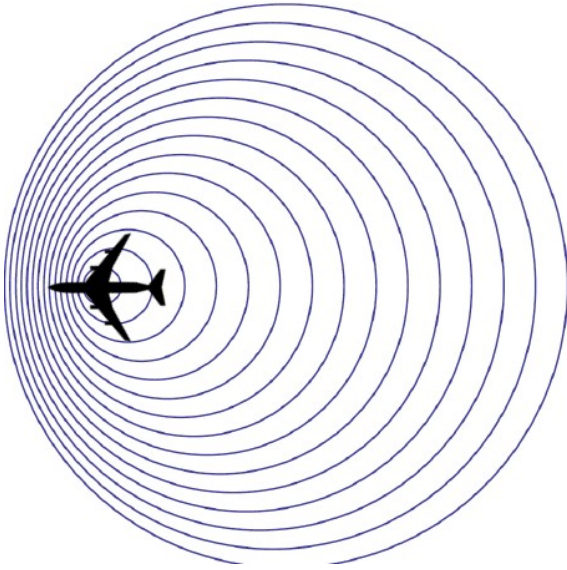
$$\mathbf{r}_k(\alpha) = R \begin{pmatrix} -\frac{u}{\sqrt{1+u^2}} + (2p-1) \cos \alpha \\ \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} - \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$u = \text{ctg} \alpha / (2p - 1)$$



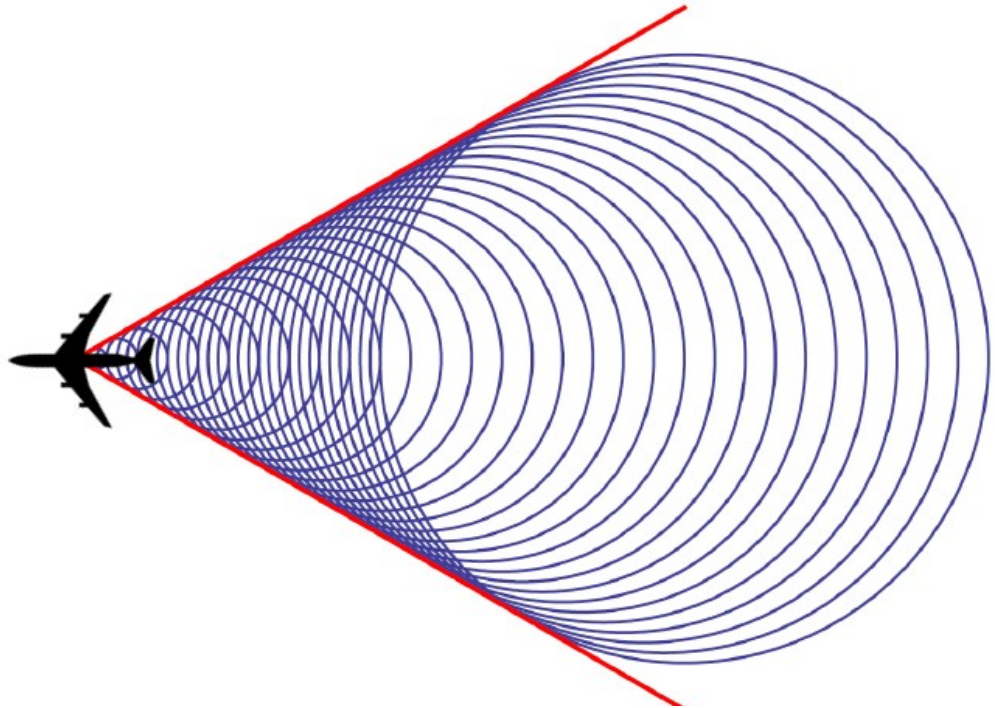
# Hangrobbanás

$v < c$



$v$ : a repülő sebessége  
 $c$ : a hang sebessége

$v > c$



# Maxwell-egyenletek

## *On Physical Lines of Force*

1861 és 1862 között jelent meg

$$\oiint_S \mathbf{D} \, d\mathbf{A} = \iiint_V \rho \, dV$$

$$\oint_C \mathbf{E} \, ds = -\frac{d}{dt} \oiint_S \mathbf{B} \, d\mathbf{A}$$

$$\oiint_S \mathbf{B} \, d\mathbf{A} = 0$$

$$\oint_C \mathbf{H} \, ds = \oiint_S \left( \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \, d\mathbf{A}$$



James Clerk Maxwell  
skót matematikus és fizikus  
(1831 – 1879)

Engraving of James Clerk Maxwell  
by G. J. Stodart from a photograph

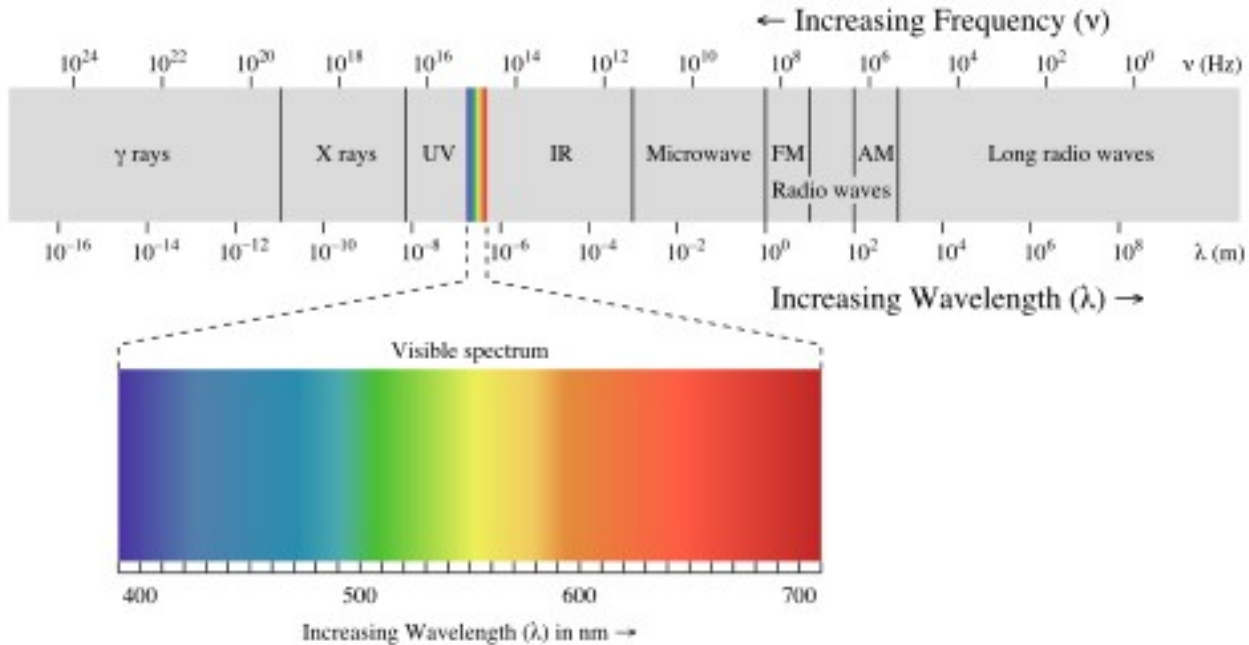
by Fergus of Greenack



Az elektromágneses mező egységes leírása

**mező** → **field**

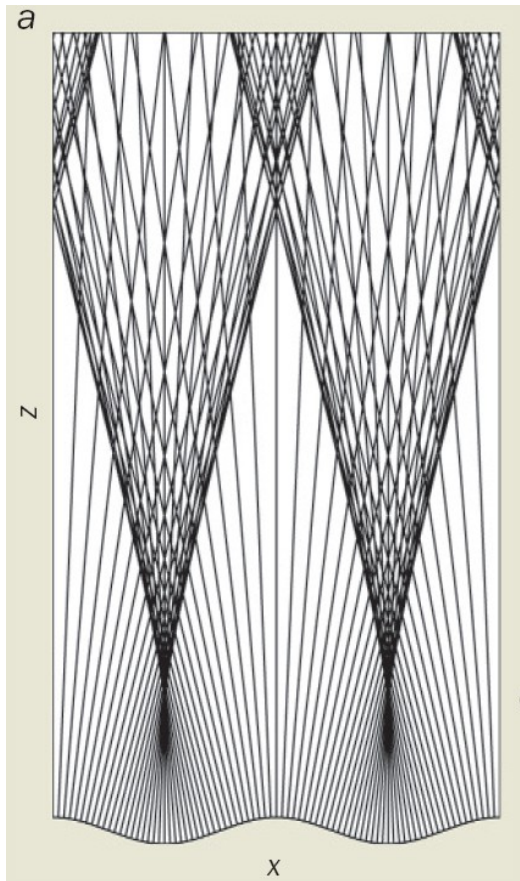
# Az elektromágneses spektrum



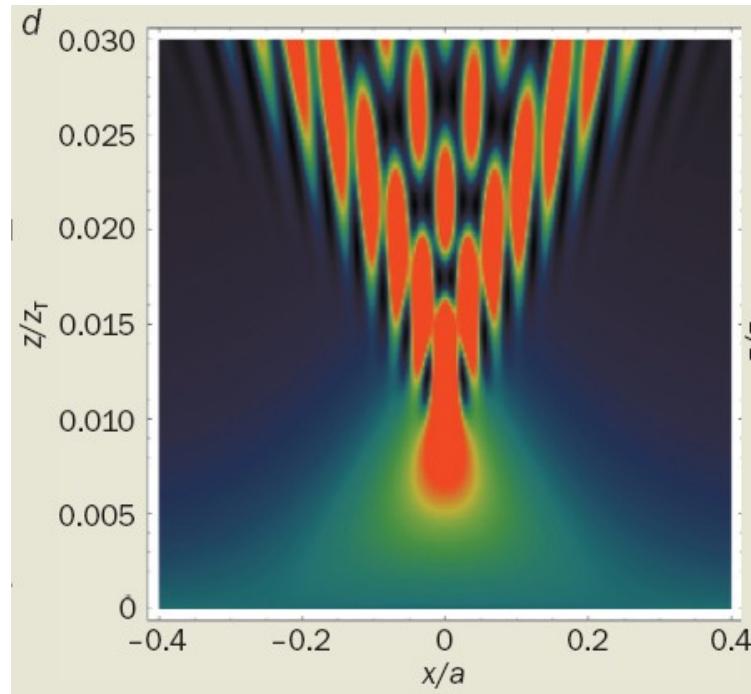
Látható spektrum  
(erre állt be a szemünk)

UV: ultraibolya  
IR: infravörös  
X rays: Röntgen sugár (rtg)

# A kausztika „finomszerkezete”

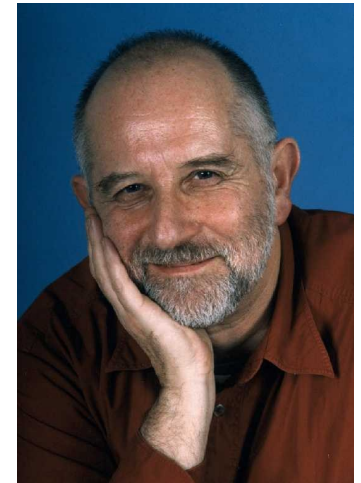


A kausztika  
a geometriai optika alapján

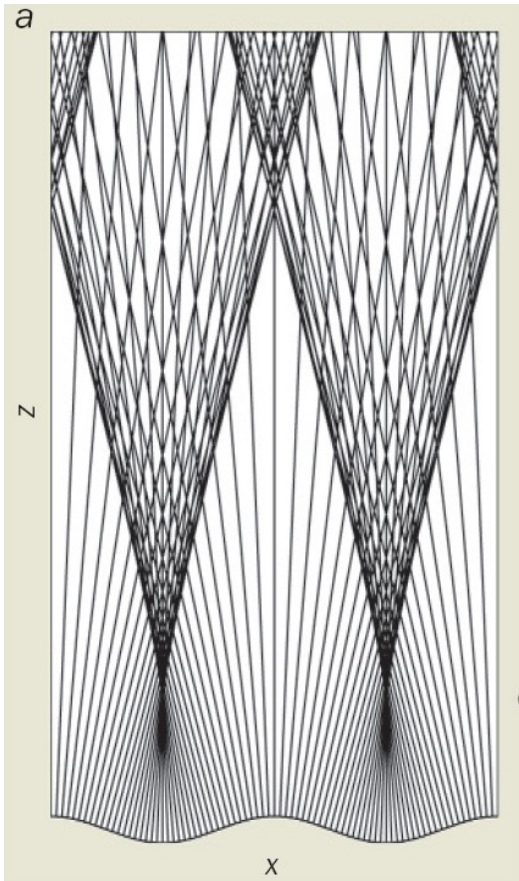


A hullámegyenlet megoldása  
a kausztikák körül

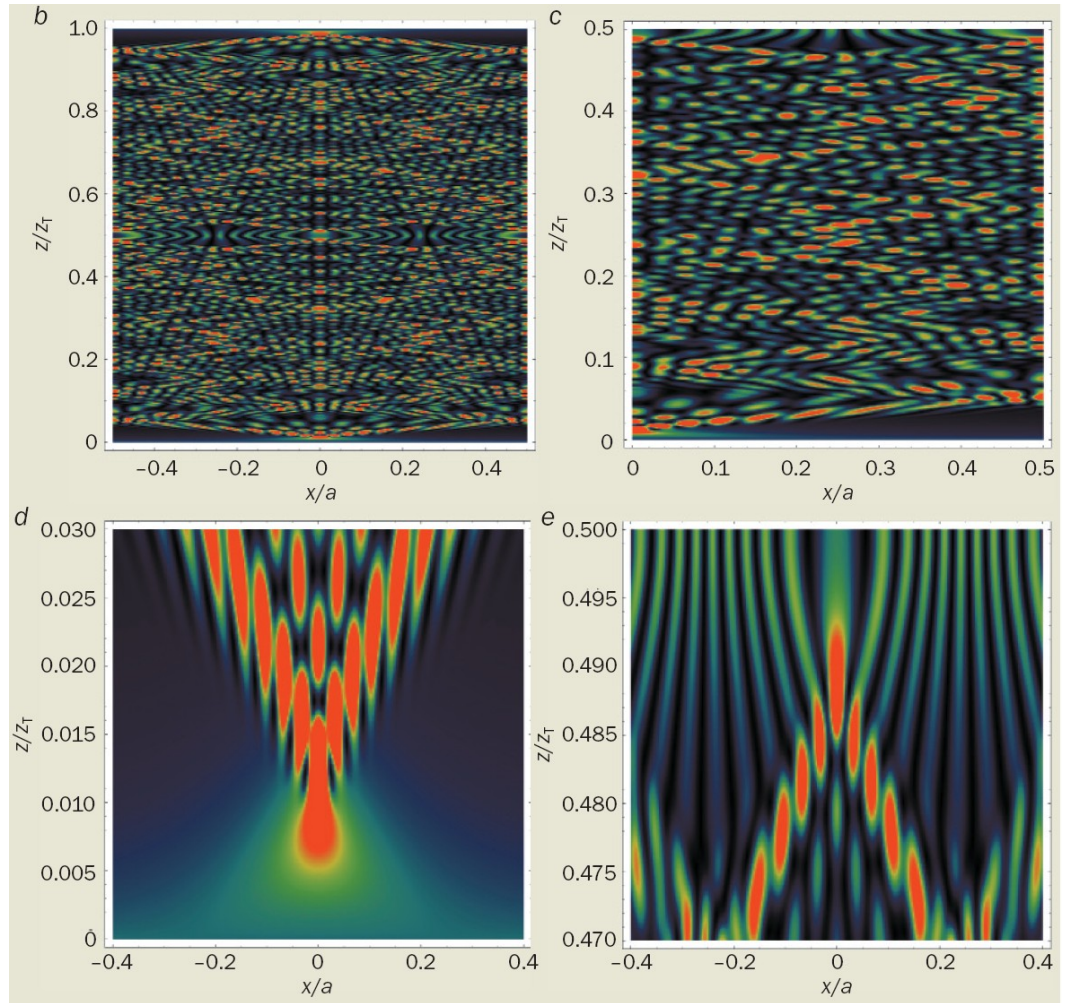
Michael **Berry**  
University of Bristol



# „Fény szőnyeg” (carpet of light)



A kausztika  
a geometriai optika alapján



A hullámegyenlet megoldása  
a kausztikák körül

# Cunami



Atomcsill:

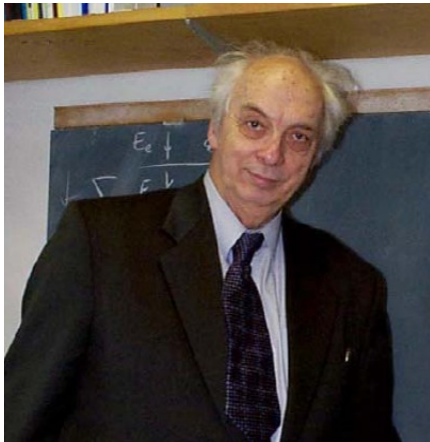
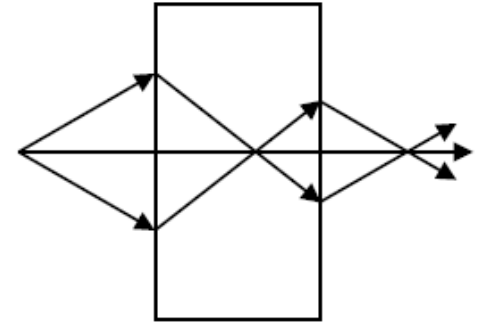
**Jánosi Imre:** Globális klímaváltozás és a természeti katasztrófák  
2005. december 1.

# Negatív törésmutató

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n < 0$$

Negatív törésmutatójú közeg **negatív szögben** töri meg fénysugarat. A széttartó sugarak egy pontban fókuszálódnak.

pl. fotonikus kristályok, lepkeszárny



Veselago, Sov. Phys.-Usp., **10**, 509 (1968)



Pendry, Phys. Rev. Lett., **85**, 3966 (2000)

# A grafén: a szén atomok egyetlen atomi rétege

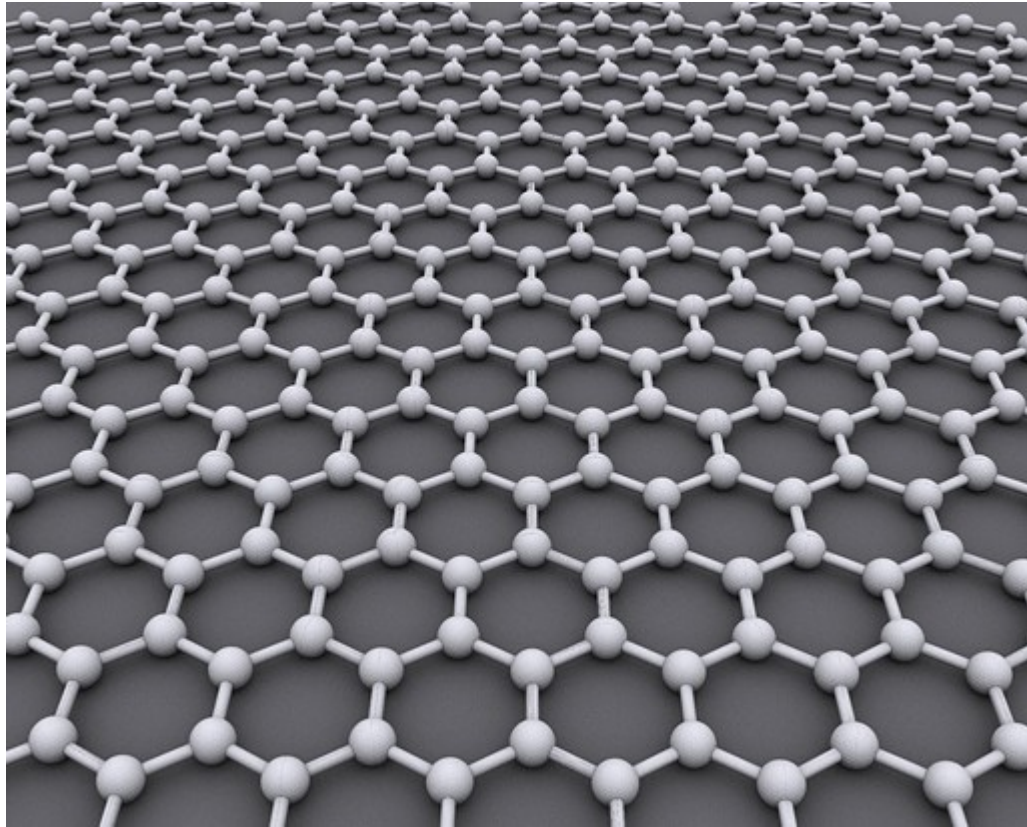


Photo: Alexander Alus, licensed by Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0

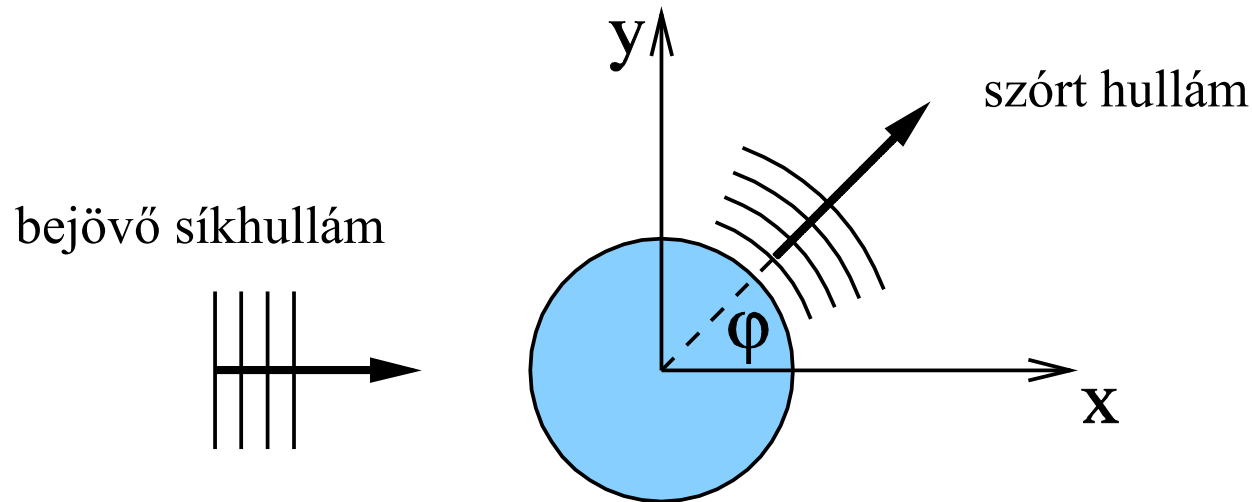
Atomcsill:

Cserti József: [A grafén fizikája](#), 2009. január 29.

Cserti József: [A grafén, a nanofizika egyik reménysége](#), Természet Világa, 2009. január



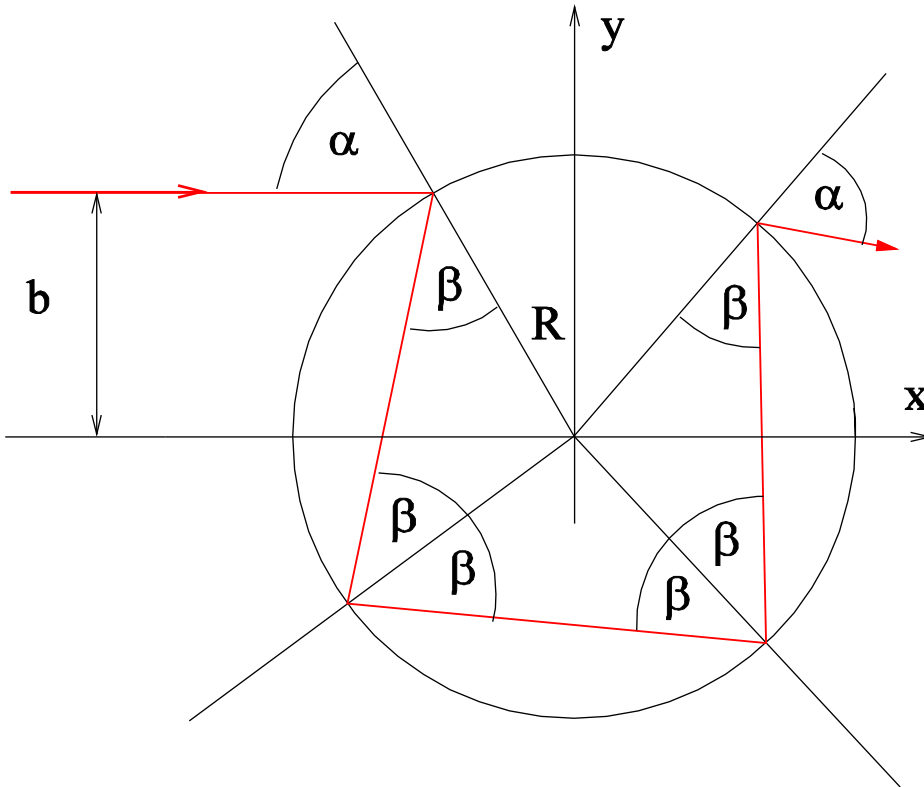
# Kör alakú grafén „lencse” negatív törésmutatójú „lencse”



J. Cs., András Pályi and Csaba Péterfalvi, 'Caustics due to Negative Refractive Index in Circular Graphene p-n Junctions', Phys. Rev. Lett. **99**, 246801 (2007)

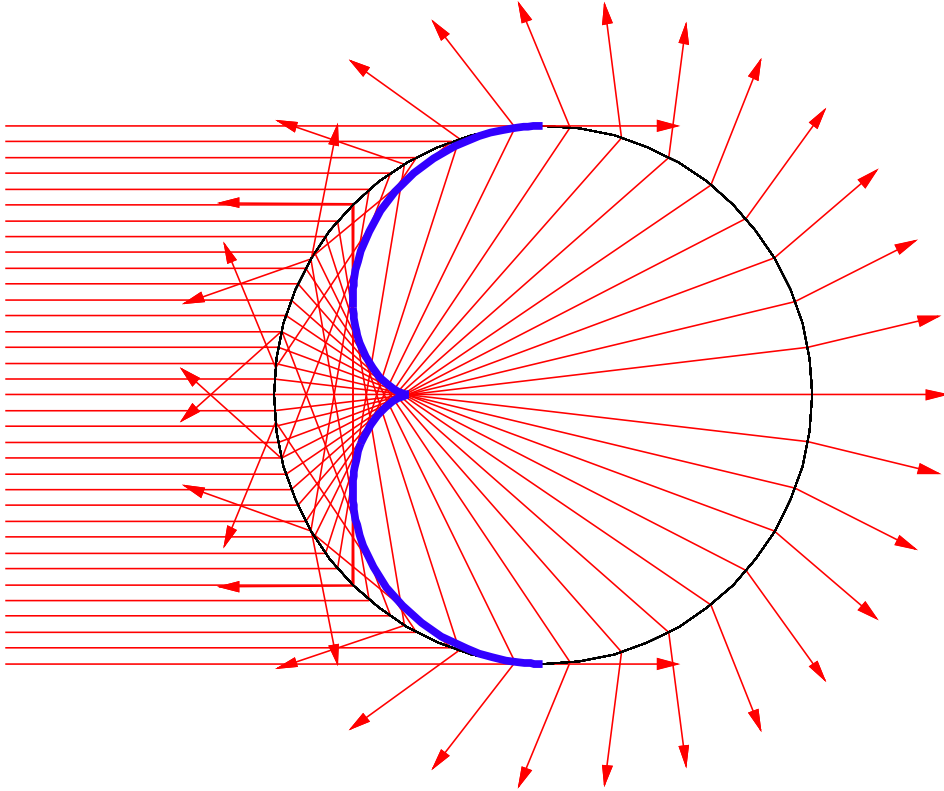
# Geometriai optika

( $\lambda \rightarrow 0$  határeset)



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = -\frac{k_{\text{in}}}{k_{\text{out}}}$$

# Kausztikák



$$\frac{\mathbf{r}_c(p, \alpha)}{R} = (-1)^{p-1} \left[ \begin{pmatrix} -\cos \Theta \\ \sin \Theta \end{pmatrix} + \cos \beta \frac{1 + 2(p-1)\beta'}{1 + (2p-1)\beta'} \begin{pmatrix} \cos(\Theta + \beta) \\ -\sin(\Theta + \beta) \end{pmatrix} \right]$$

$$\Theta(p, \alpha) = \alpha + 2(p-1)\beta,$$

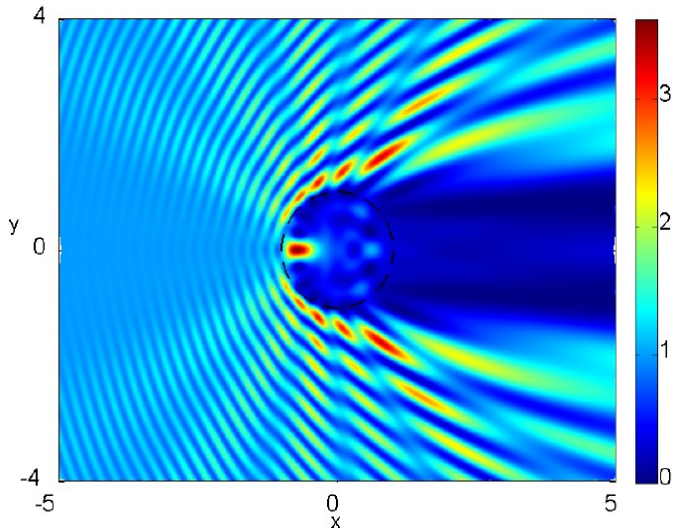
$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{|n|},$$

$$\beta' = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

# Bejövő síkhullám szóródása

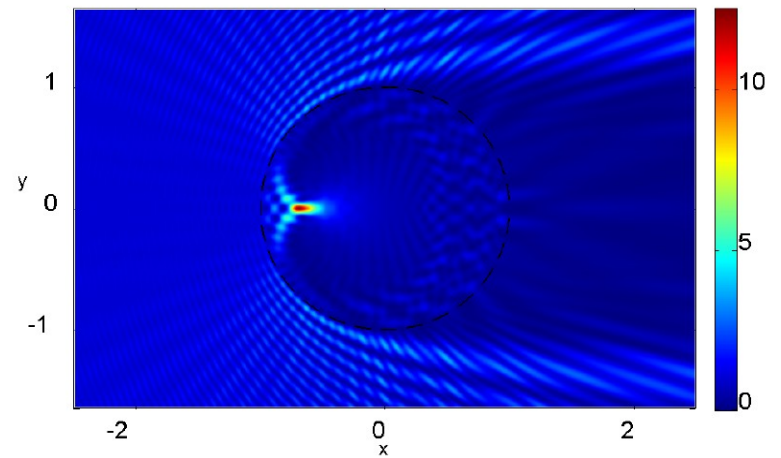
## kvantummechanikai számolás

$n = -0.7$   $|\Psi|^2$   $k_{out}=15$   $k_{in}=10$   $n=-0.7$

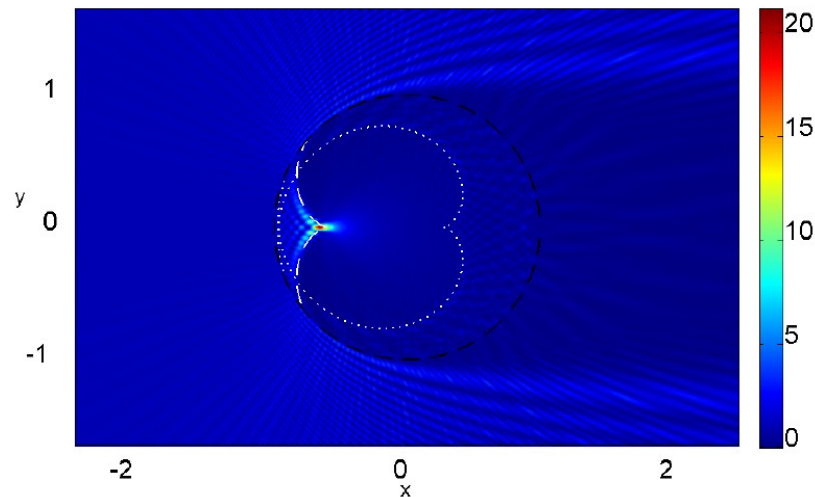


Csökkentve  
a hullámhosszt:

$|\Psi|^2$   $k_{out}=60$   $k_{in}=40$   $n=-0.7$



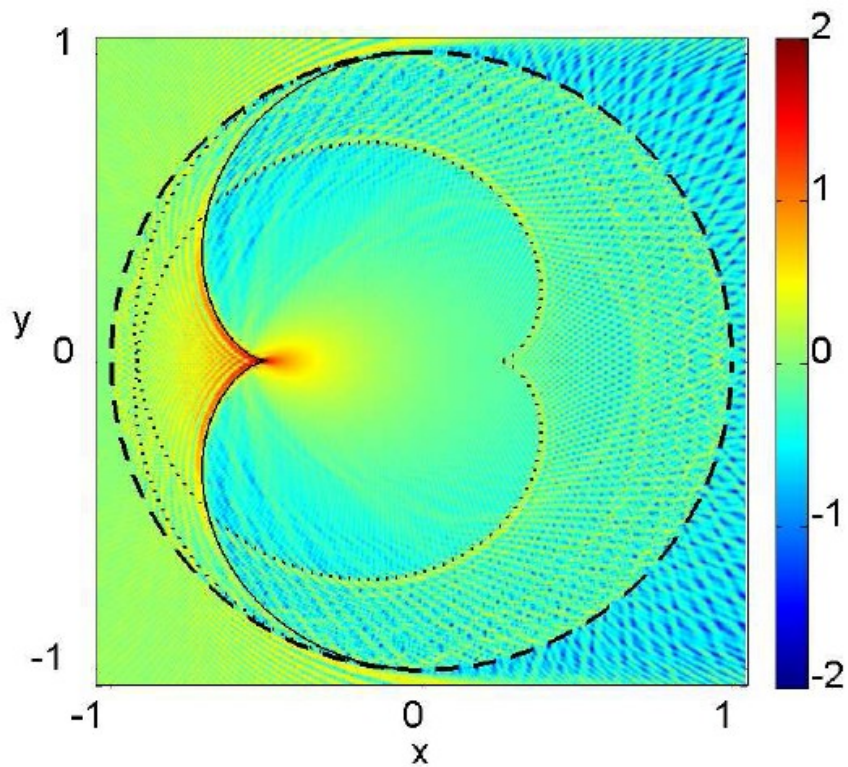
$|\Psi|^2$   $k_{out}=120$   $k_{in}=80$   $n=-0.7$



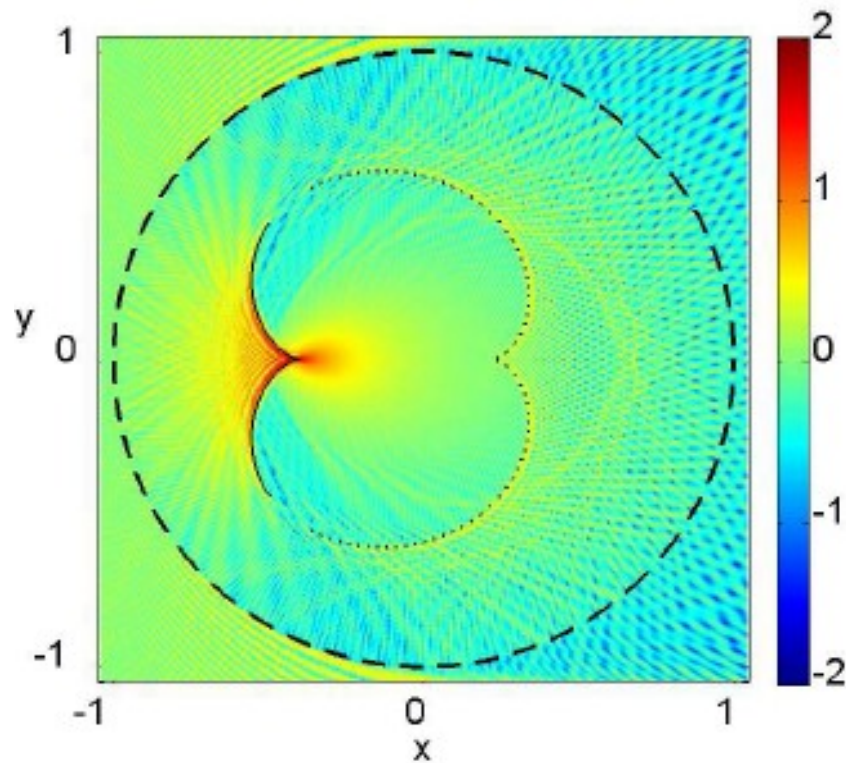
# Kausztika és az egzakt hullámfüggvény összehasonlítása

a kausztikák kialakulása  $\lambda \rightarrow 0$  határesetben

**n=-1**



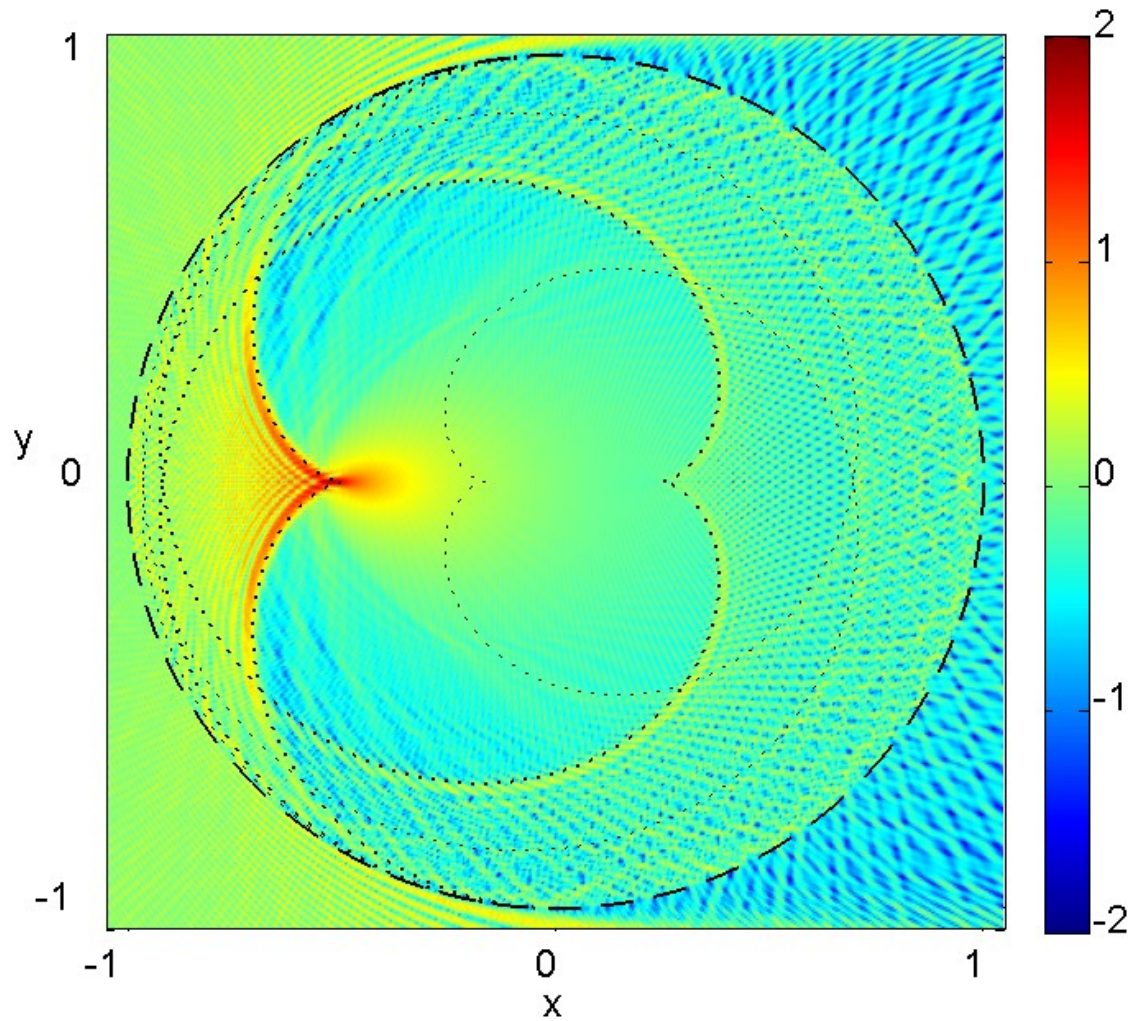
**n=-1.5**



# Még több kausztika

**n=-1.**

$\text{Log}_{10}(|\Psi|^2)$   $k_{\text{out}}=300$   $k_{\text{in}}=300$   $n=-1.0$



## Köszönet:

Dávid Gyula: ELTE, Atomfizika Tanszék

Kaufmann Zoltán: ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Pályi András: ELTE, Anyagfizikai Tanszék, volt PhD hallgatóm

Vigh Máté: ELTE, PhD hallgató

Péterfalvi Csaba: ELTE & Lancaster, PhD hallgató

Colin Lambert: Lancaster University, Lancaster

Carlo Beenakker: Leiden University, Leiden

Edward McCann: Lancaster University, Lancaster

Vladimir Fal'ko: Lancaster University, Lancaster