

---

*Atomoktól a csillagokig*  
*Ünnepi előadás az ELTE fennállásának 375. évfordulóján*  
*2010. március 25.*

---

# **A Föld alakja – és annak ismerettörténete a görögöktől Eötvös Lorándon át a műholdas gravimetriáig**

**Timár Gábor**

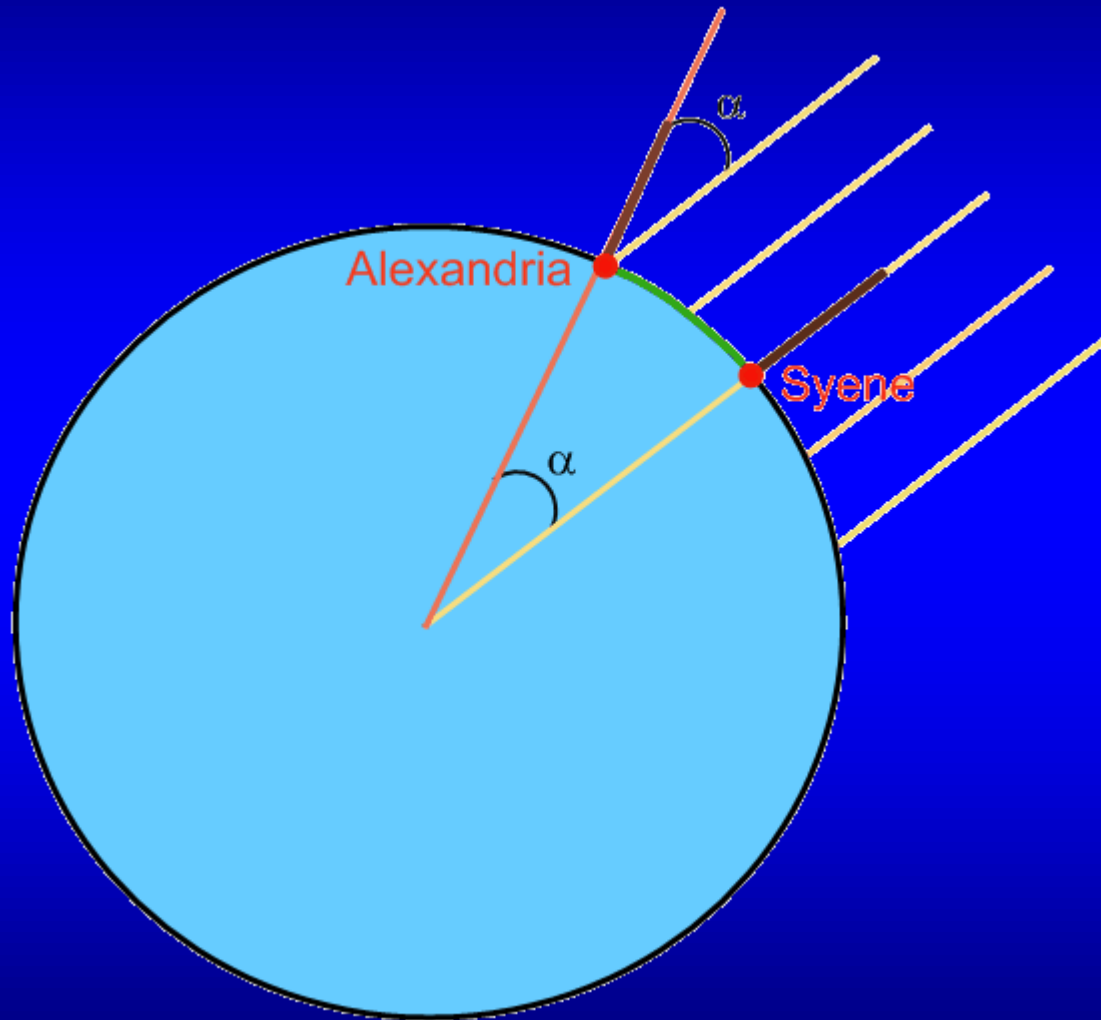
**ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék**



# Áttekintés

- A görögök szerint...
- Lehet-e lapos?
- Magellán és Snellius: a gömb újra hódít
- Huygens, Newton és a francia akadémia: de gömb-e?
- És milyen ellipszoid?
- És ha az sem elég pontos?
- MÉRJÜK az eltérést az ellipszoidtól: Eötvös
- MÉRJÜK az eltérést műholdakról is.

# Erathoszthenész: a gömb és a mérete



# Ptolemaiosz: szélesség és hosszúság a gömbön

PANNONIA INFERIOR. 131

Σαουαρίας, κατὰ δὲ τὸ μεσημβρινώ-  
τερον Δάρος\*) ..... μδ γ'    με γο',  
ἢ κατὰ Κόρνακον ἐπιστροφή τοῦ Δανουβίου πο-  
ταμοῦ ..... μδ γ'    με δ'  
ἢ κατ' Ἀκούμικον ἐπιστροφή . . . με    με γ'ιβ' 5  
ἢ κατὰ Ῥίτιον ἐπιστροφή . . . με ε'    με,  
τὸ κατὰ τὴν ἐκτροπὴν Σαούου τοῦ ποταμοῦ, ὃς  
καὶ αὐτὸς ἐκτεινόμενος διὰ τῶν δύο Παννονίων συνά-  
πτει τῷ [Κατὰ] ὄρει, πρότερον ἐπὶ τὰς ἀρκτους ἐπι-  
στραφεῖς, εἴτα πρὸς δυσμὰς . . . με    μδ ε. 10

§. 3. Κατέχουσι δὲ καὶ αὐτὴν τὴν ἐπαρχίαν ἐν  
μὲν τοῖς δυσμικοῖς μέρεσιν Ἀμαντινοὶ ἀρκτικώτεροι,  
ὑφ' οἷς Ἐρκουνιάται, εἴτα Ἀνδιάντες, εἴτα  
Βρεῦκοι· ἐν δὲ τοῖς ἀνατολικοῖς ἀρκτικώτατοι μὲν  
Ἀραβίσκοι, μεσημβρινώτεροι δὲ Σκορδίσκοι. 15

§. 4. Πόλεις δὲ εἰσὶν ὑπὸ μὲν τὸν Δανούβιον πο-  
ταμόν

Κούρτα . . . . .	μβ ε'	με
Σαλούα . . . . .	μβ ε	με ε
Κάρπισ . . . . .	μβ ε	με ε γ'
Ἀκούμικον . . . . .	μγ	με ε
Σαλίον . . . . .	μγ ε	με ε
Λουσσόνιον . . . . .	μγ ε δ'	με ε δ'

§. 5. Δουγίλων . . . . . μδ    με ε  
Τρυτοβούργιον . . . . . μδ δ'    με γο' 25  
Κόρνακον . . . . . μδ γ'    με δ'  
Ἀκούμικον λεγίων . . . . . με    με γ'  
Ῥίτιον . . . . . με ε    με

Schol. ad §: 2. \* ὃ παρὰ τῶν βαρβάρων τὴν Δάρα  
καλούμενος.

12

**Index numerorum fractorum,**  
quibus duodena gradus segmenta significantur in mediis  
Ptolemaeae Geographiae libris:

$\text{ιβ}' = \frac{1}{12} = \frac{5}{60}$   
 $\text{ε}' = \frac{1}{6} = \frac{10}{60}$   
 $\text{δ}' = \frac{1}{4} = \frac{15}{60}$   
 $\text{γ}' = \frac{1}{3} = \frac{20}{60}$   
 $\text{γιβ}' = \frac{1}{3} \frac{1}{12} = \frac{25}{60}$  ε' δ' II, 6, 6. Ms. 1401.  
 $\text{ε} = \frac{1}{2} = \frac{30}{60}$   
 $\text{ειβ}' = \frac{1}{2} \frac{1}{12} = \frac{35}{60}$   
 $\text{γο}' = \frac{2}{3} = \frac{40}{60}$   
 $\text{εδ} = \frac{1}{2} \frac{1}{4} = \frac{45}{60}$   
 $\text{εγ} = \frac{1}{2} \frac{1}{3} = \frac{50}{60}$   
 $\text{εγιβ}' = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{12} = \frac{55}{60}$

Görög eredeti (balra), és a törtek kódolása (jobbra)

# Ezt valamiért elfelejtettük... és laposnak hittük

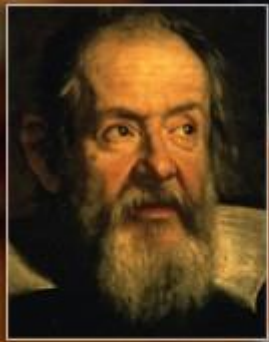


Final Frontier Voyager  
George Grie ©  
neosurrealismart.com

# Galilei és a távcső – odafenn *annyira* gömb minden



# Galilei és a távcső – odafenn *annyira* gömb minden

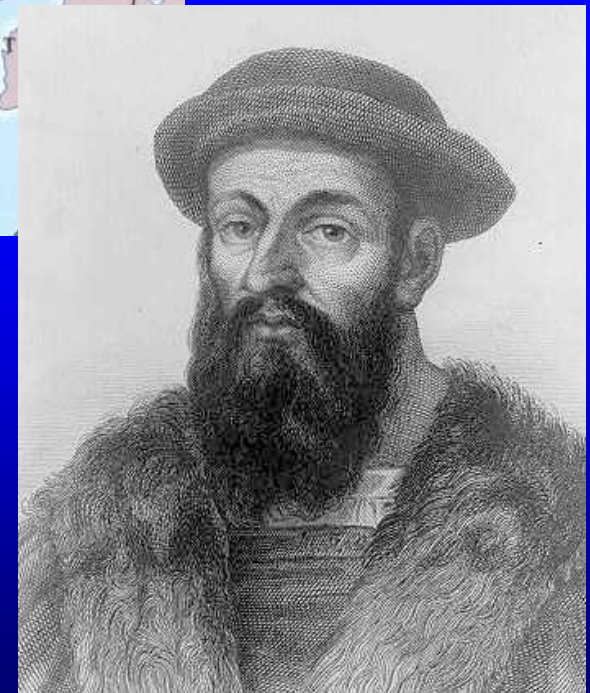
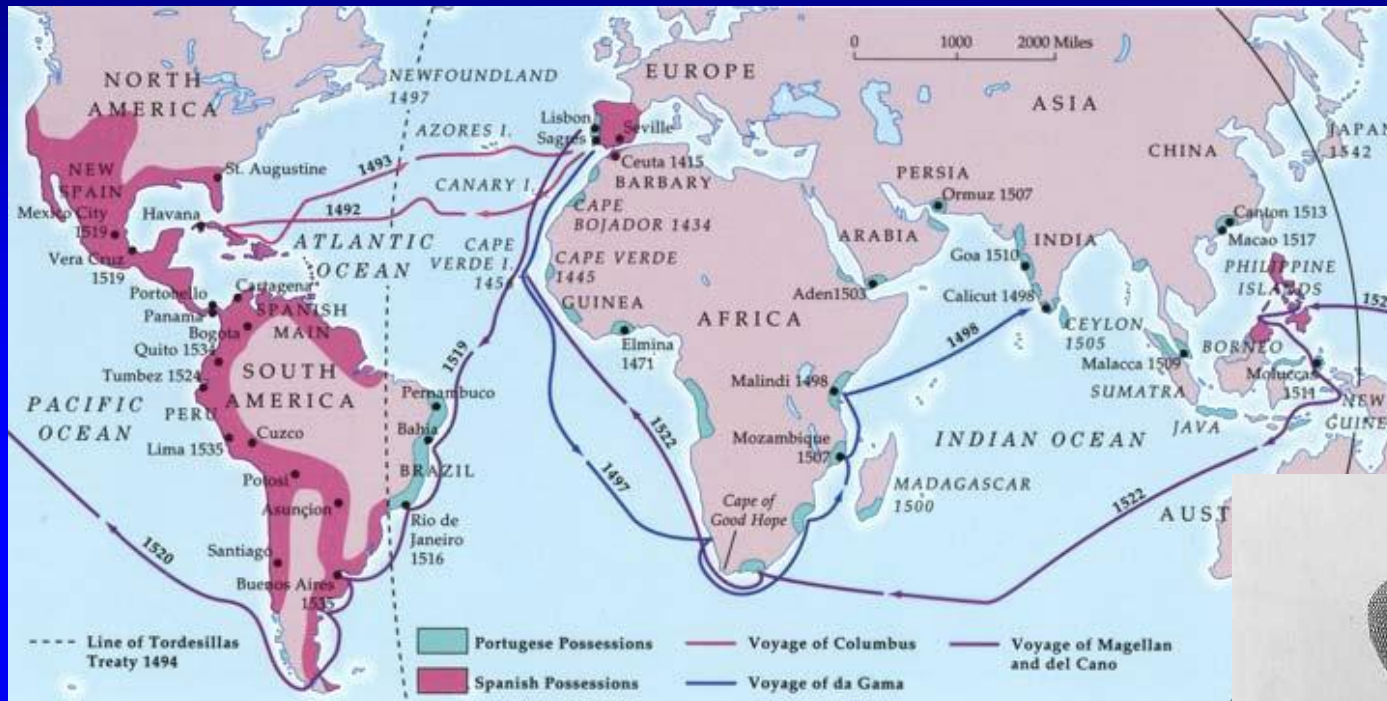


## Galilei: ... és kis híján bajba került





# Magellán: az első (európai) körülhajózás



## és Snellius háromszögei



A nagyobb távolságok megmérésének „legolcsóbb” módja: alapvonalmérés és szögmérés.

# és Snellius háromszögei



A nagyobb távolságok megmérésének „legolcsóbb” módja: alapvonalmérés és szögmérés.

De mit csinálnak a háromszög belső szögei?

## Nem működik a trigonometria?

120										
Johannes	382	Lördvölcs	75	50	31,10	0,70	75	50	28,90	-220
Berg	384	Pilis	93	45	25,83	0,73	93	45	23,67	-216
	386	Kecepes	69	57	28,26	0,66	69	57	27,36	-0,90
	389	Alsó-Nemcegy	78	47	32,54	1,14	78	47	31,84	-0,70
	383	Meleg-hegy	41	39	8,03	0,73	41	39	8,23	+0,20
		Lördvölcs	360	0	5,76	.	360	0	0,00	-5,76

...legalábbis furcsa eredményeket ad: a háromszögek belső szögeinek összege több mint 180 fok, az egy csúcsba futó síkszögek összege (fent) több mint 360 fok...

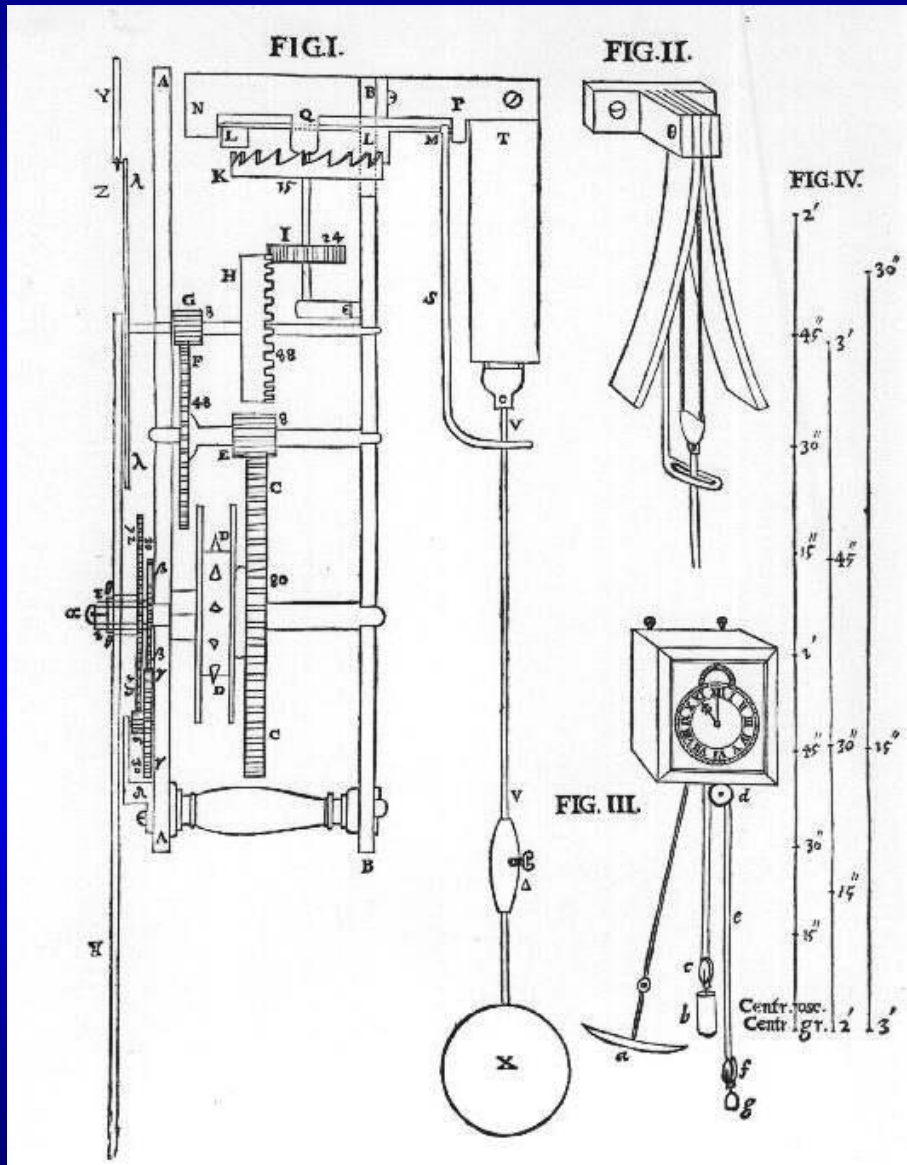
## Nem működik a trigonometria?

120										
Johannes	382	Lördvölés	75	50	31,10	0,70	75	50	28,90	-220
Berg	384	Pilis	93	45	25,83	0,73	93	45	23,67	-216
	386	Kecepes	69	57	28,26	0,66	69	57	27,36	-0,90
	389	Alsó-Nemcegy	78	47	32,54	1,14	78	47	31,84	-0,70
	383	Meleg-hegy	41	39	8,03	0,73	41	39	8,23	+0,20
		Lördvölés	360	0	5,76	.	360	0	0,00	-5,76

...legalábbis furcsa eredményeket ad: a háromszögek belső szögeinek összege több mint 180 fok, az egy csúcsba futó síkszöget összege (fent) több mint 360 fok...

... és innen jön a gömbháromszögtan.

# De mi baj az ingaórákkal?



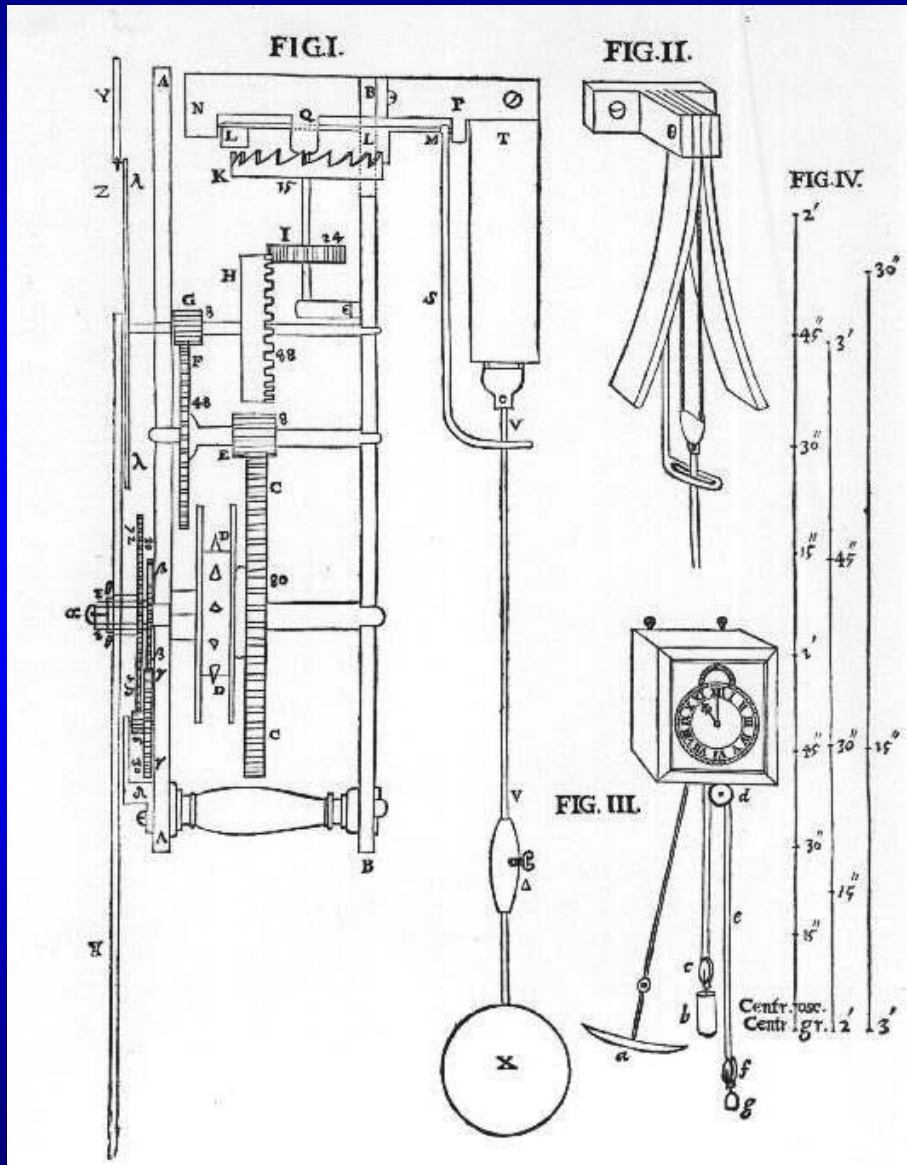
## Huygens ingaórája

különböző szélességeken eltérően jár

A Föld gravitációs erőtere nem gömbszimmetrikus

(A földalak-meghatározás fizikai módszere)

# De mi baj az ingaórákkal?



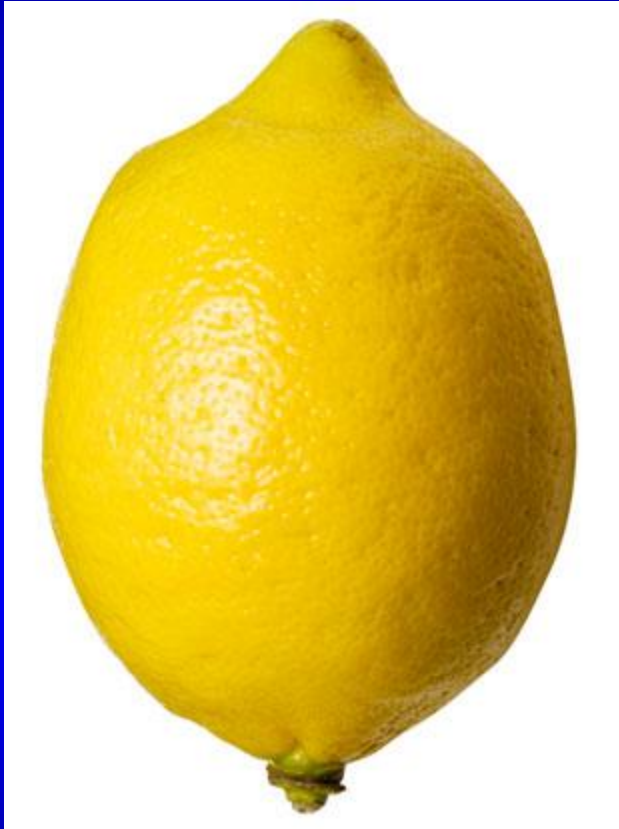
## Huygens ingaórája

különböző szélességeken eltérően jár

A Föld gravitációs erőtere nem gömbszimmetrikus

(A földalak-meghatározás fizikai módszere)

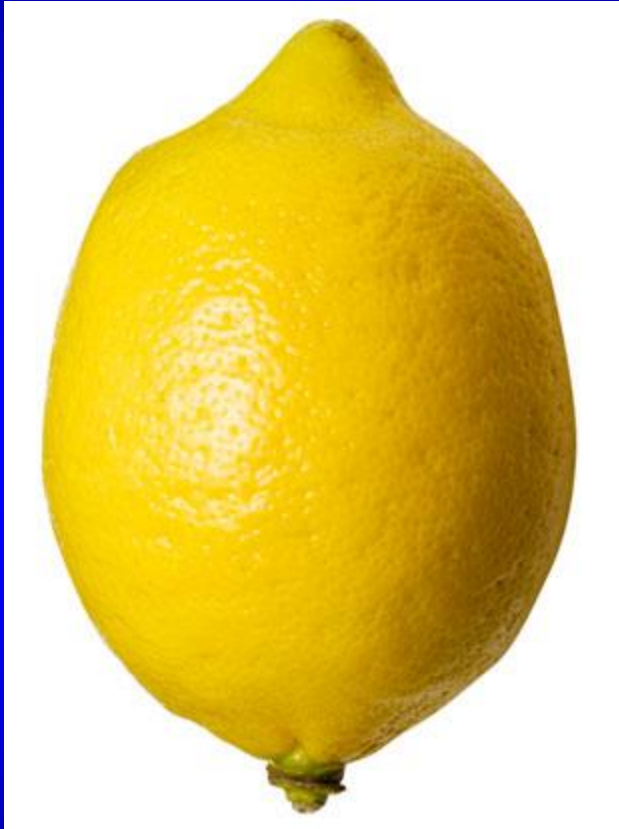
**Következő közelítés: az ellipszoid. De!**



**citrom**



**Következő közelítés: az ellipszoid. De!**



**citrom**



**vagy mandarin?**

## Következő közelítés: az ellipszoid. De!

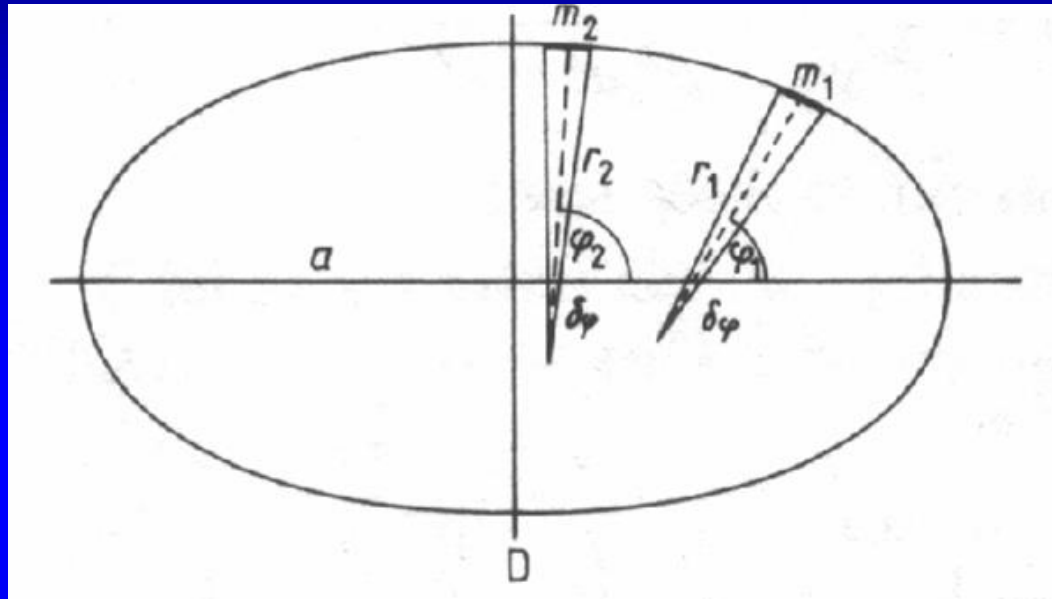


**citrom**  
(Francia Akadémia)



**vagy mandarin?**  
(Newton)

# Ívmérések



## DISCOURS

QUI A ÉTÉ LU

DANS L'ASSEMBLÉE  
PUBLIQUE

De l'Académie Royale des Sciences,

Le 13 Novembre 1737.

*SUR LA MESURE DU DEGRE  
DU MERIDIEN  
AU CERCLE POLAIRE.*

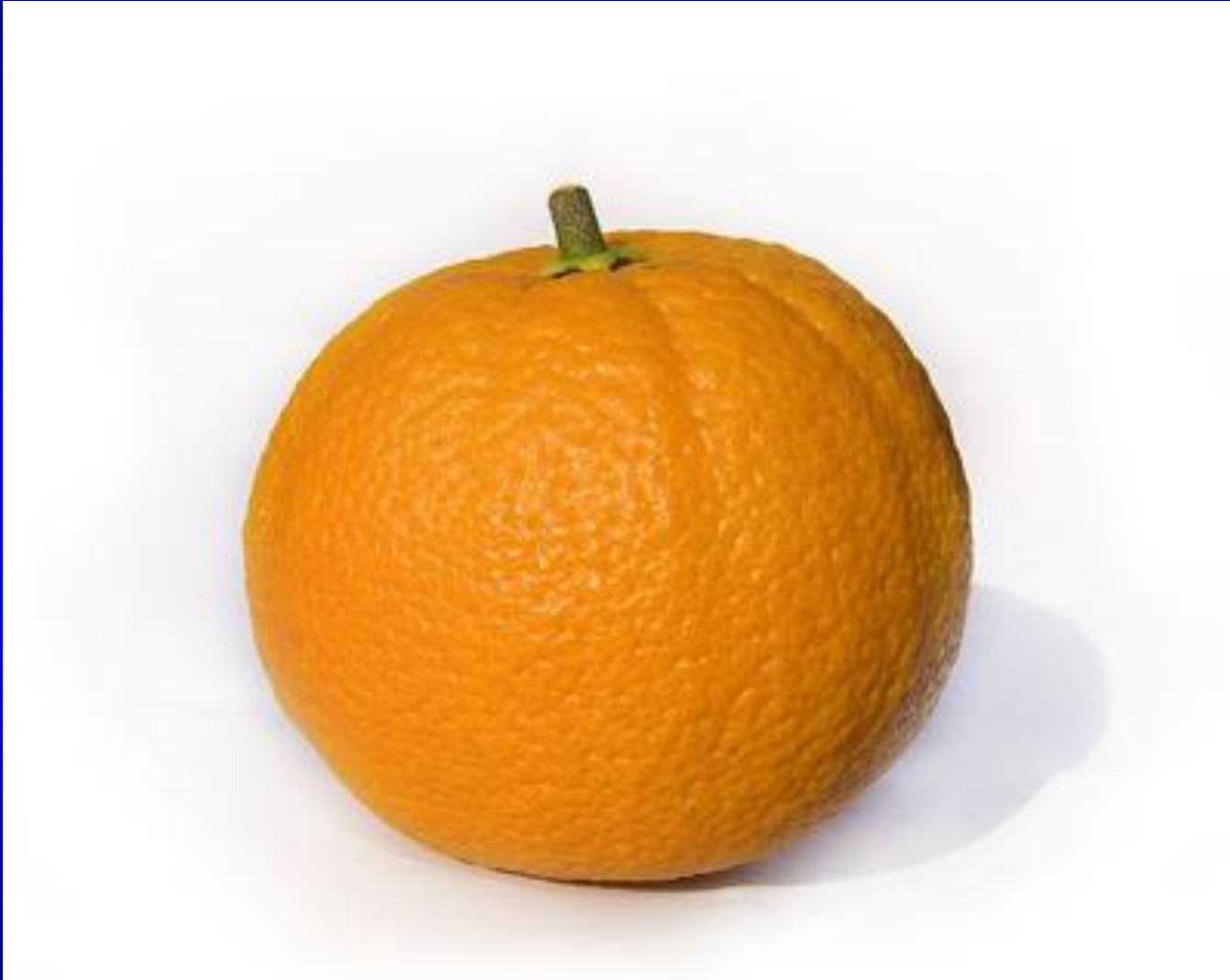
**J**EXPOSER, il y a dix-huit mois,  
à la même Assemblée, le motif  
& le projet du Voyage au Cercle  
Polaire; je vais lui faire part  
aujourd'hui de l'exécution. Mais il ne sera  
peut-être pas inutile de rappeler un peu

El kell menni a pólushoz és a trópusokra, és mérni...

és az jött ki, hogy a Föld lapult ellipszoid

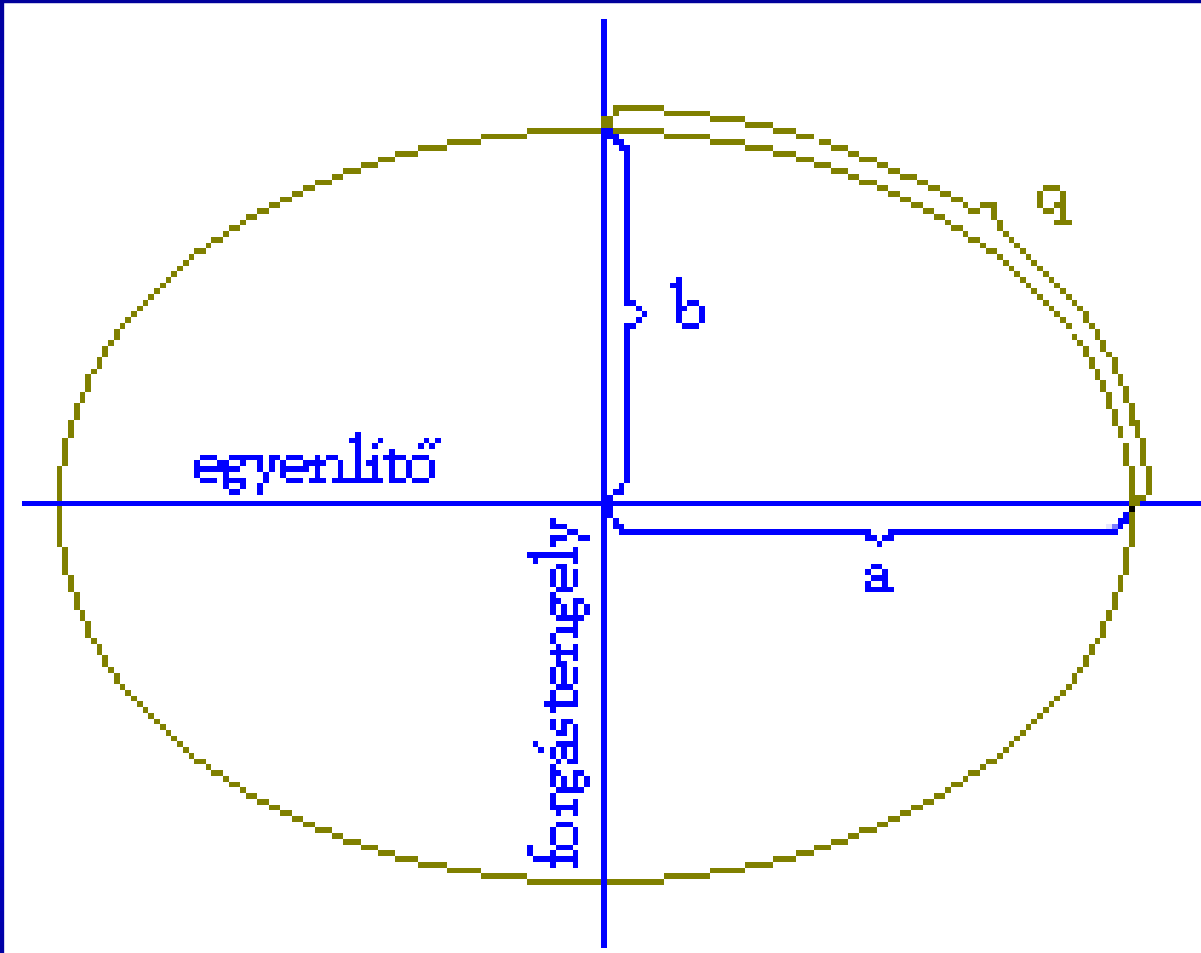
(A földalak-meghatározás geometriai módszere)

## Lapult ellipszoid



**a mandarin (és Newton) nyert**

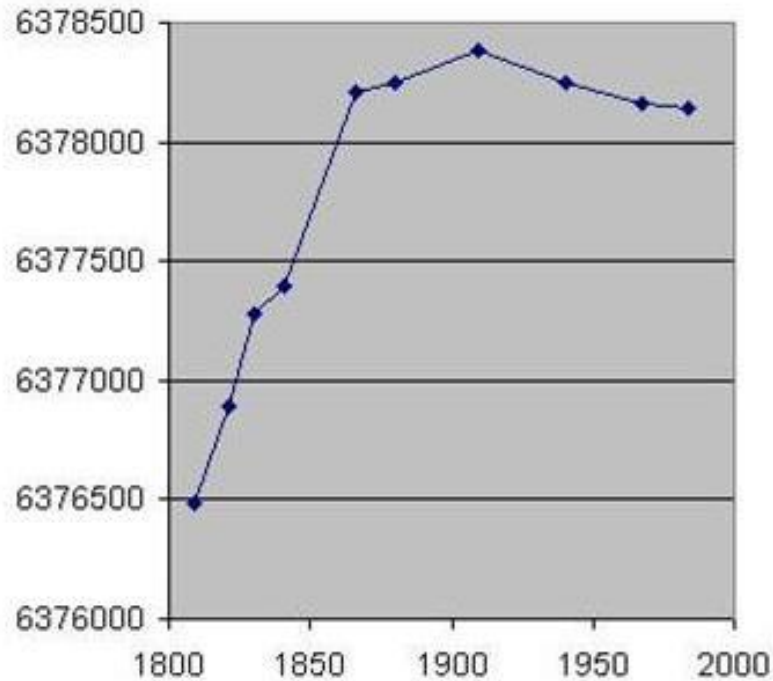
# Lapult ellipszoid



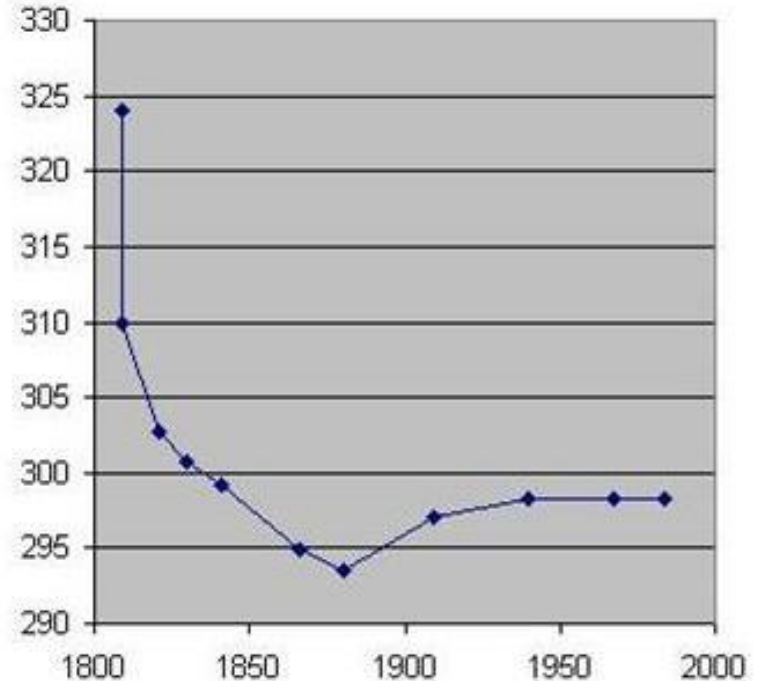
$a$ =fél nagytengely;  $(a-b)/a$ =lapultság

# Nagy tengely és lapultság – időben? És térben?

## Fél nagy tengely



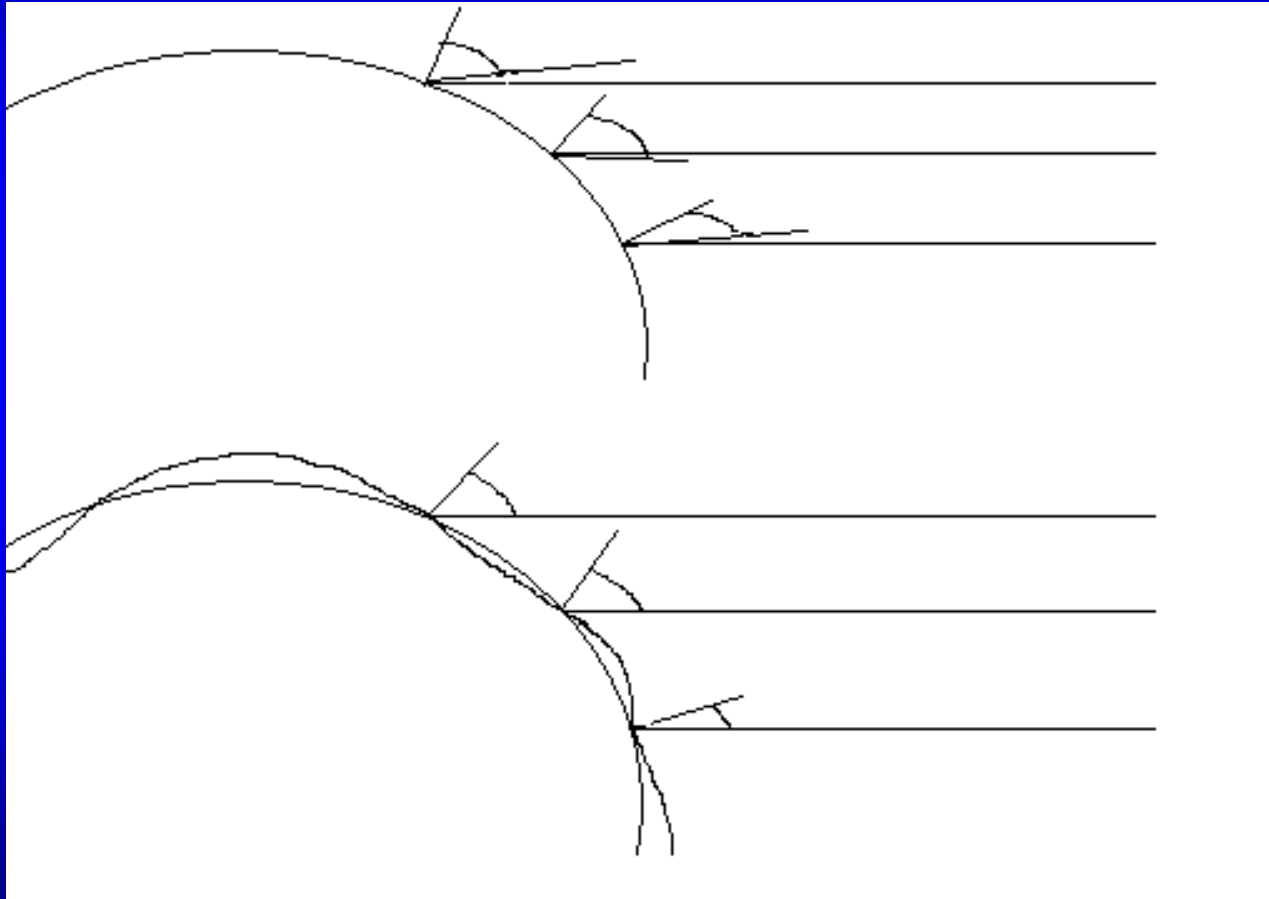
## Lapultság



Ellipszoidok: Bohnenberger, 1809; Zách, 1809; Walbeck, 1823; Everest, 1830; Clarke, 1866, 1880; Hayford, 1909; Kraszovszkij, 1940; IUGG67; WGS84.

# És ez sem elég pontos...

...mérési hibák – vagy valami elvi probléma?

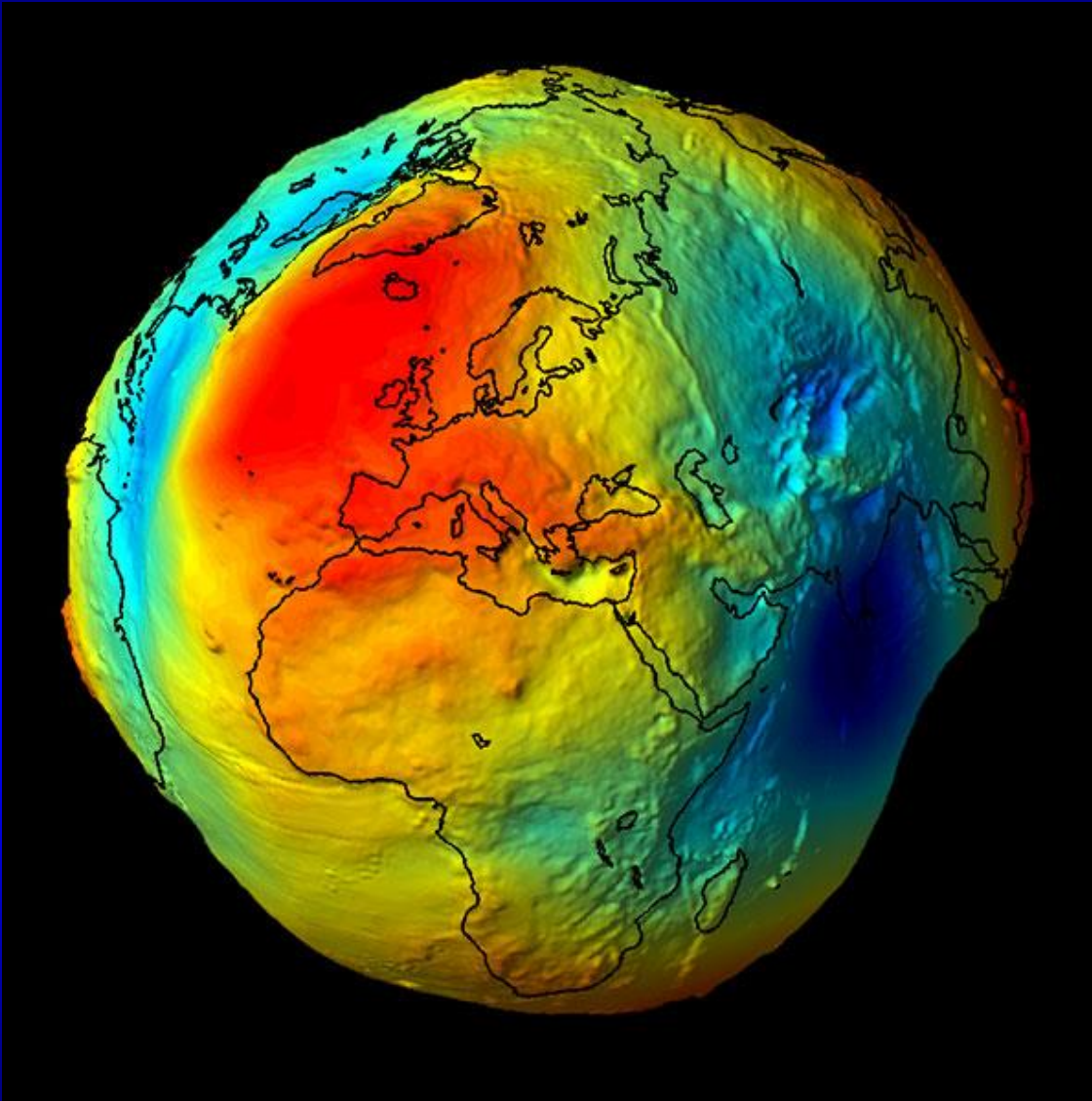


Ideális (ellipszoid) alak

Valódi alak

**GEOID**  
(Listing, 1872)

# A Föld alakja a geoid



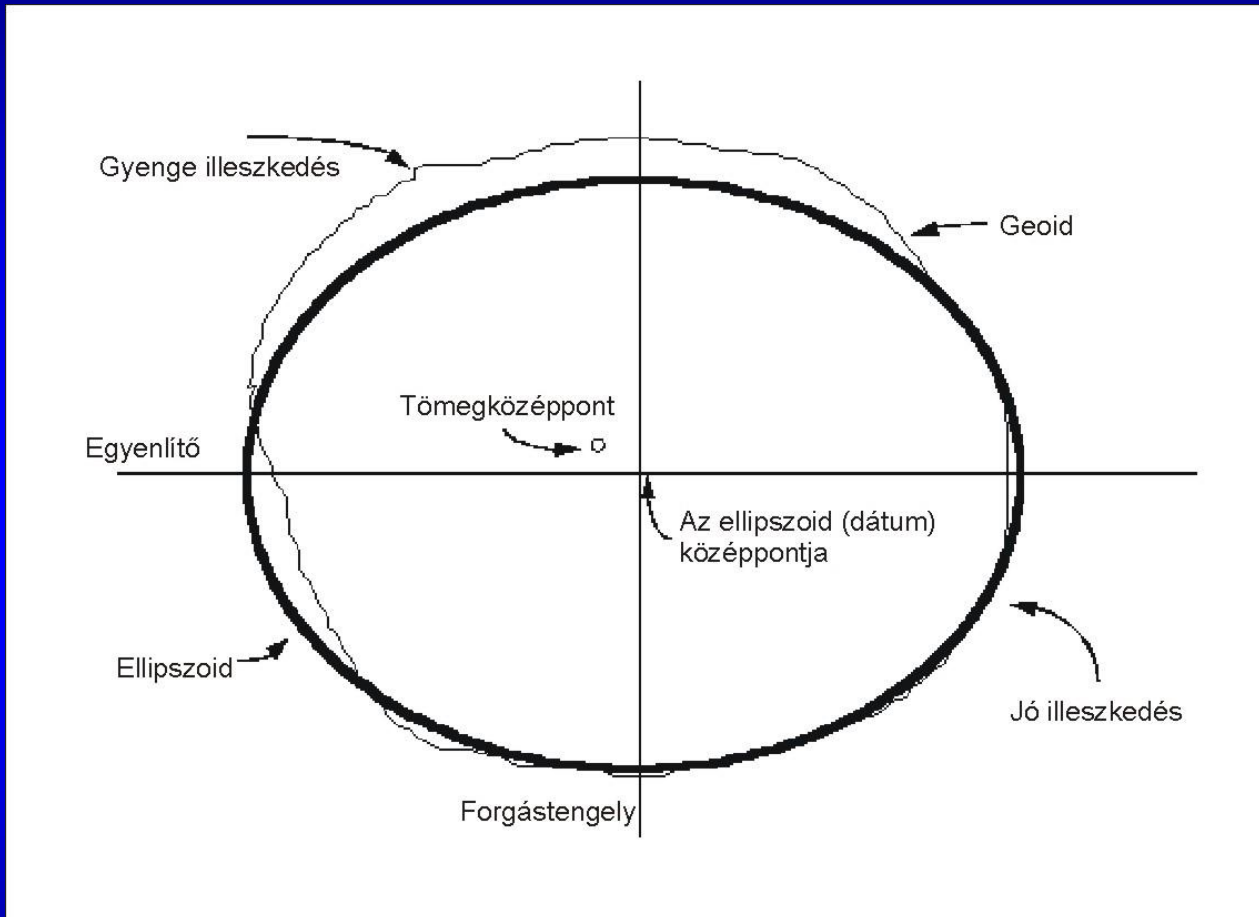
**A GEOID  
(Föld-szerű) alak**

**de nevezhetjük  
krumploid-nak is ☺**

**ez egy fizikailag  
meghatározott alak: a  
Föld nehézségi  
(gravitációs és  
centrifugális)  
erőterének a  
tengerszinthez tartozó  
potenciálfelülete**

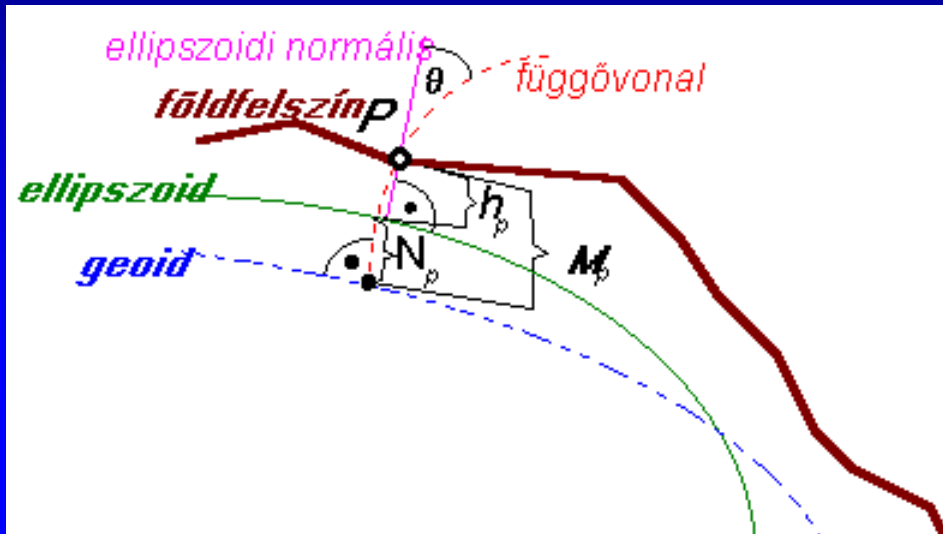


# A térképészek (és a geofizikusok) az ellipszoidot szeretik



Könnyebb vele számolni – de sokféleképpen lehet a „krumploidhoz” simítani...

## De hogy számítható a geoid helyzete?



Geoid-unduláció:

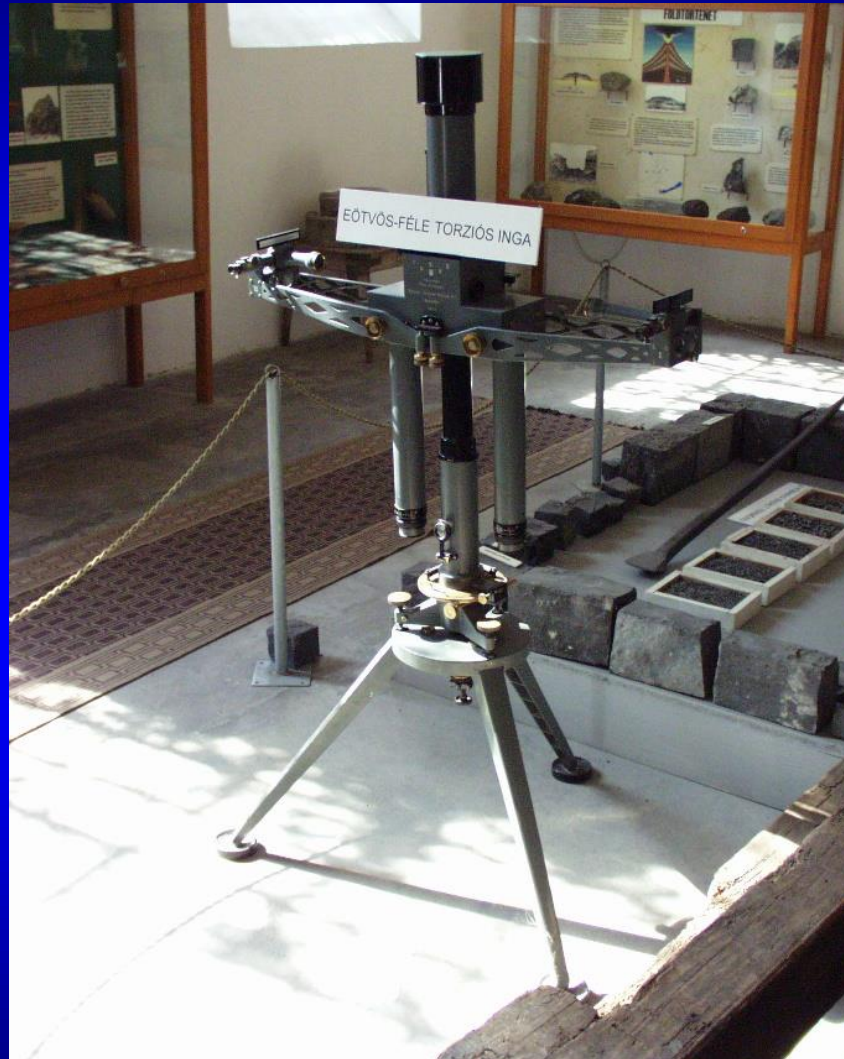
A függőleges távolság a geoid és a (legjobban illeszkedő) ellipszoid között. Ez a ronda képlet (alul) írja le.

$$N_p = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{l=2}^l \left(\frac{a}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l (\Delta\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{lm} \sin m\lambda) P_{lm}(\cos\vartheta)$$

**A Föld alakját a képletbeli C és S együtthatókkal írhatjuk le, de honnan vegyük őket?**

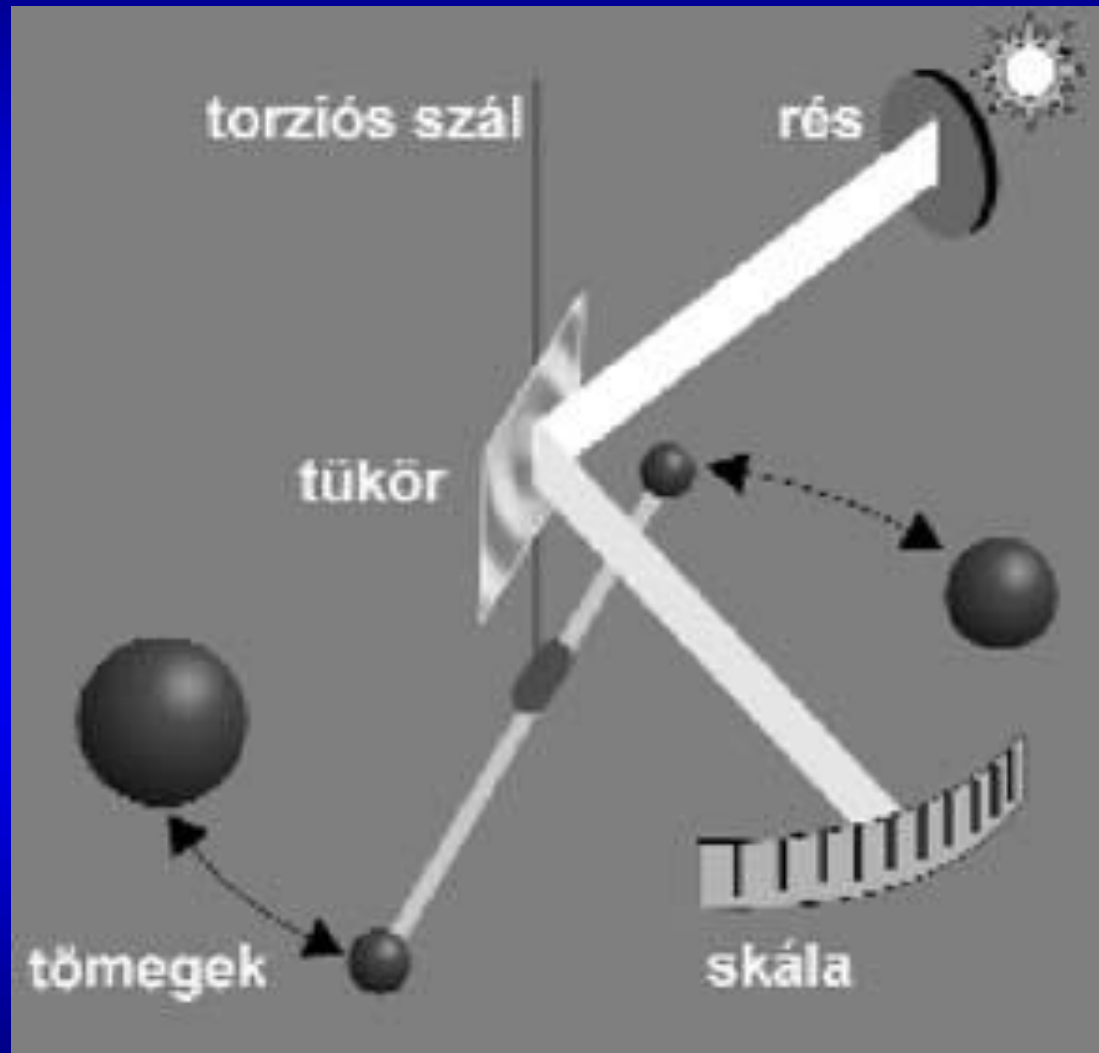
- Felszíni gravitációs mérésekből (Eötvös...)
- Műholdak pályaváltozásaiból

# Az Eötvös-inga



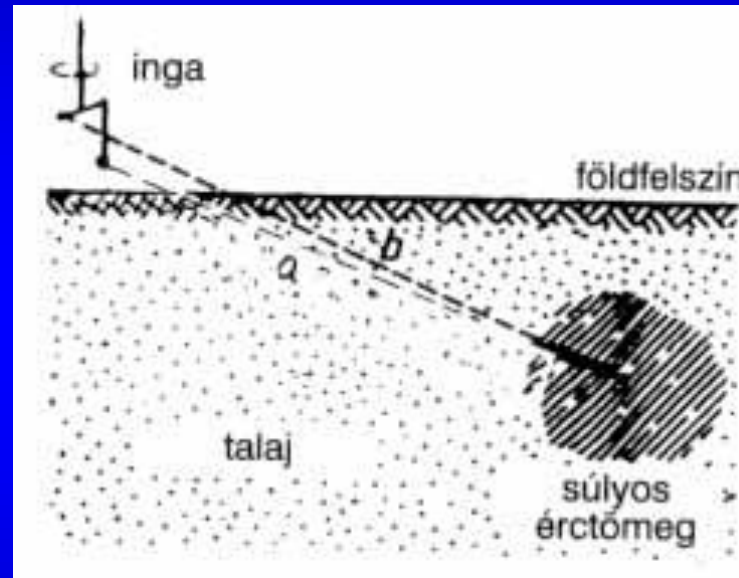
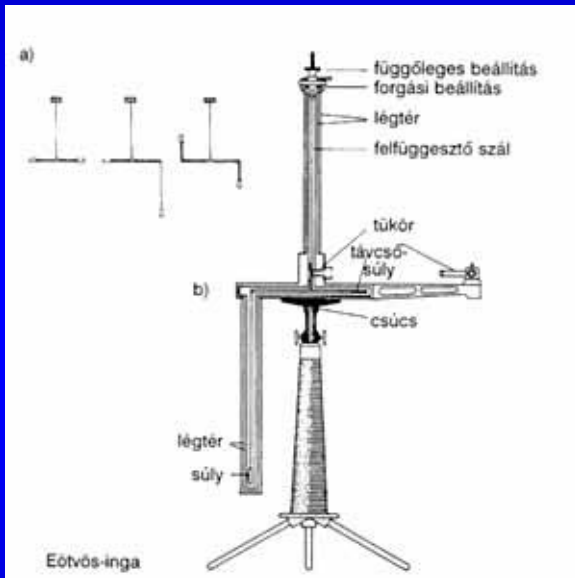
**A nehézségi erőter finom változásait méri**

# Az Eötvös-inga



# A Cavendish-inga

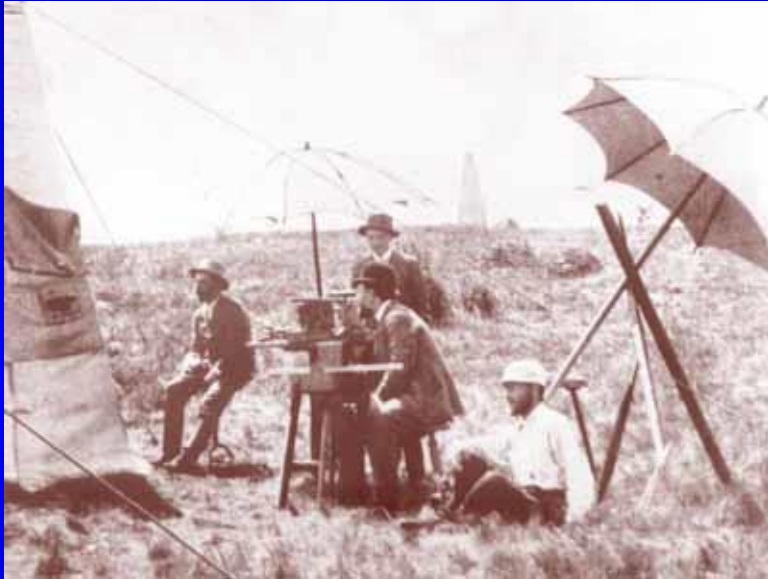
# Az Eötvös-inga



**Az Eötvös-ingán a tömegek helyzete bonyolultabb: így alkalmas az erőter függőleges megváltozásának kimutatására is.**

$$1 E = 1 \text{ eötvös} = 10^{-9} 1/s^2$$

# Az Eötvös-inga



**Régen és ma: az első mérés a Ság-hegyen (1891), és egy mai mérés (ELGI-BME, 2007, Makád mellett)**

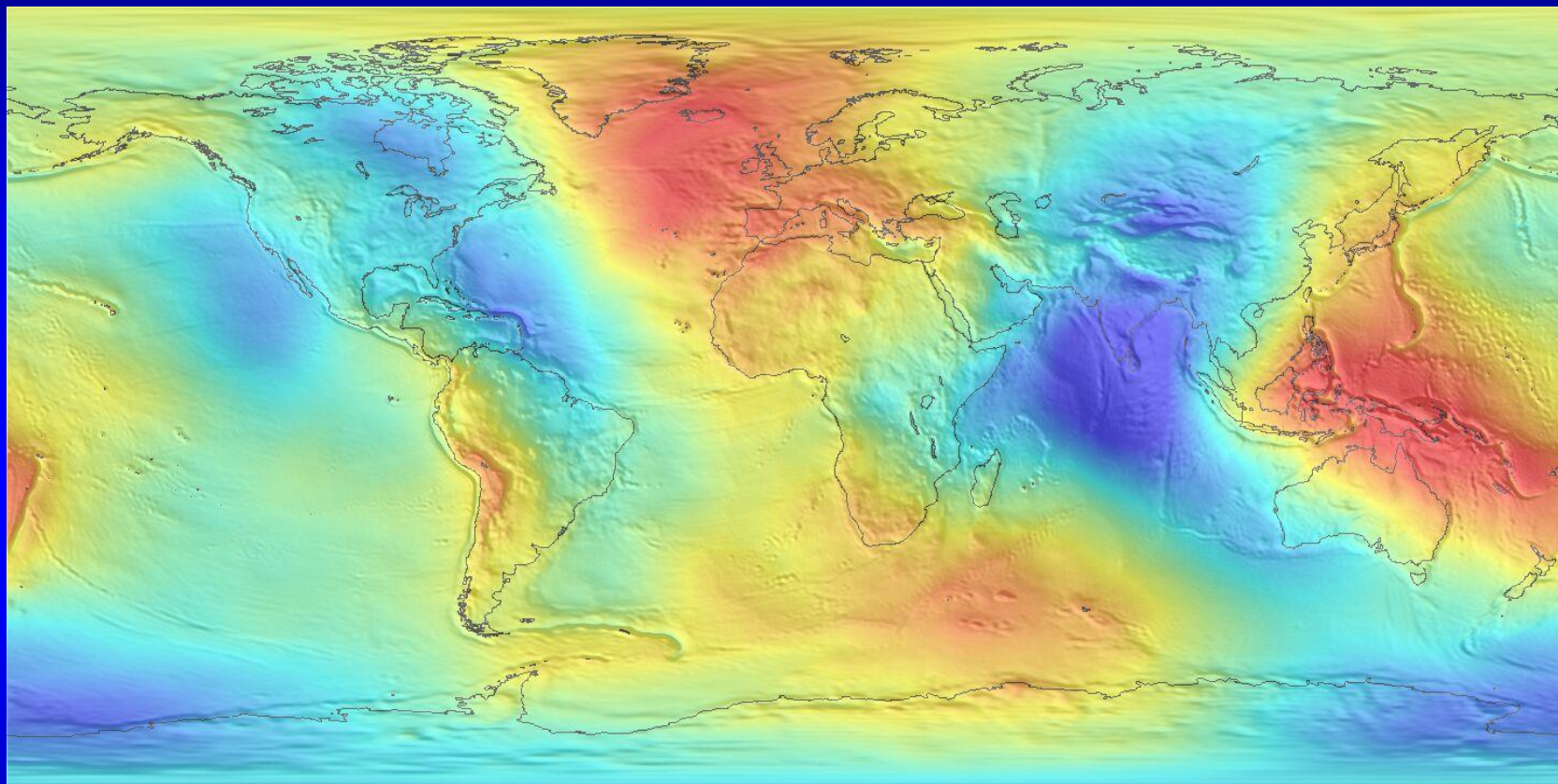
# Az Eötvös-inga



Eötvös kiterjedt méréseket folytatott a befagyott Balatonon (ott kicsi a szintezési igény...), és lelkesedése egyszer majdnem bajba is sodorta...

Jegyezzük meg: az Eötvös-inga nem g-t még, hanem a g térbeli megváltozási ütemét.

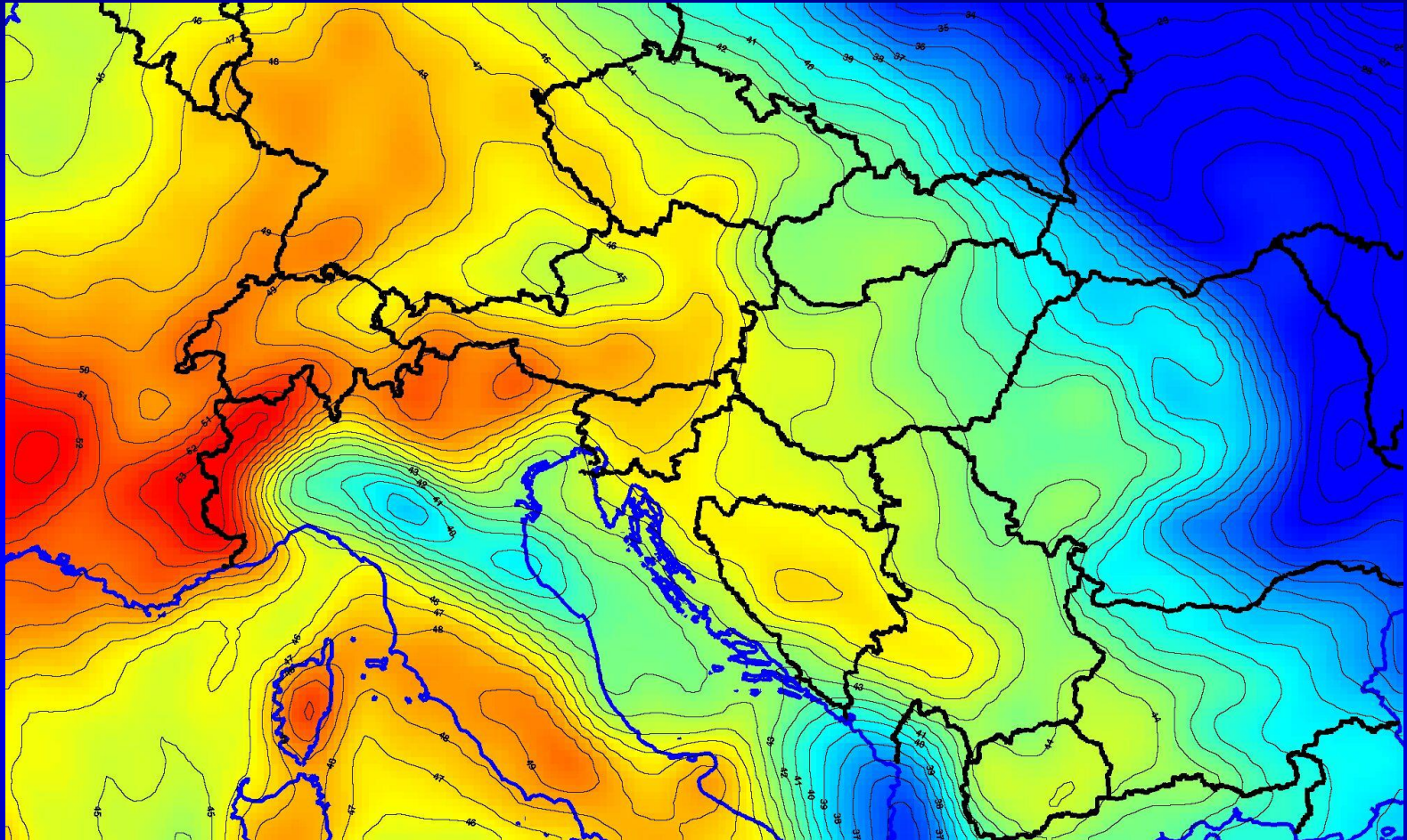
## Vissza az eredményekhez: A geoid világtérképe



Az EGM96 geoidmodell (S és C együtthatók 360-ig ismertek) és a legjobban illeszkedő WGS84 ellipszoid függőleges távolsága. Vörös: +120 méter, kék: -120 méter – érdemes megfigyelni a globális és helyi trendeket.



## Az előző adatsor közép-európai része



a gyakorlatban: a GPS által megadott (ellipszoid feletti) magasságból így lehet tengerszint feletti (geoid feletti) magasságot számítani.

# Űrtechnológia: űr-gravimetria



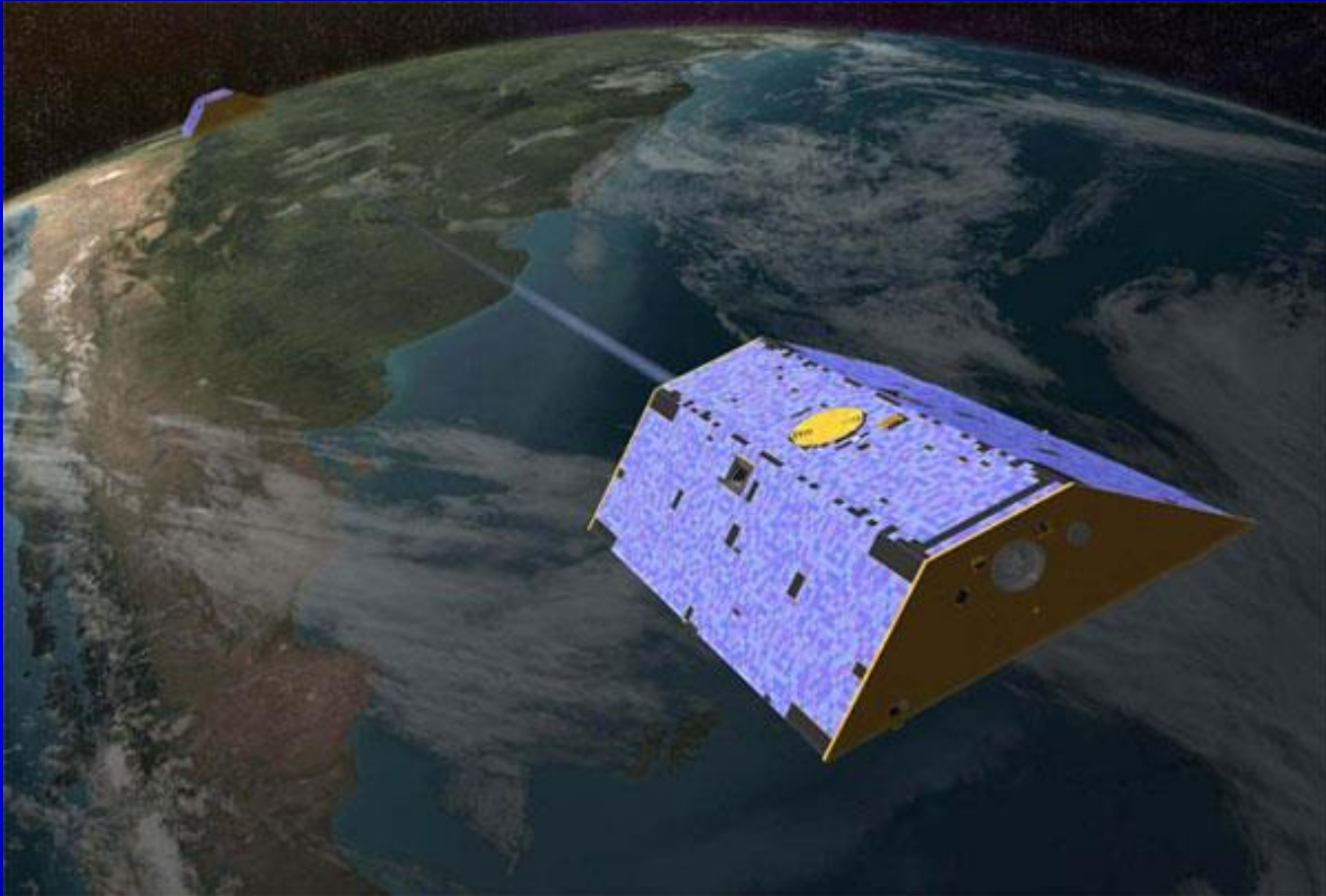
GOCE: pályaelem-változások és gyorsulásmérés

# Űrtechnológia: űr-gravimetria



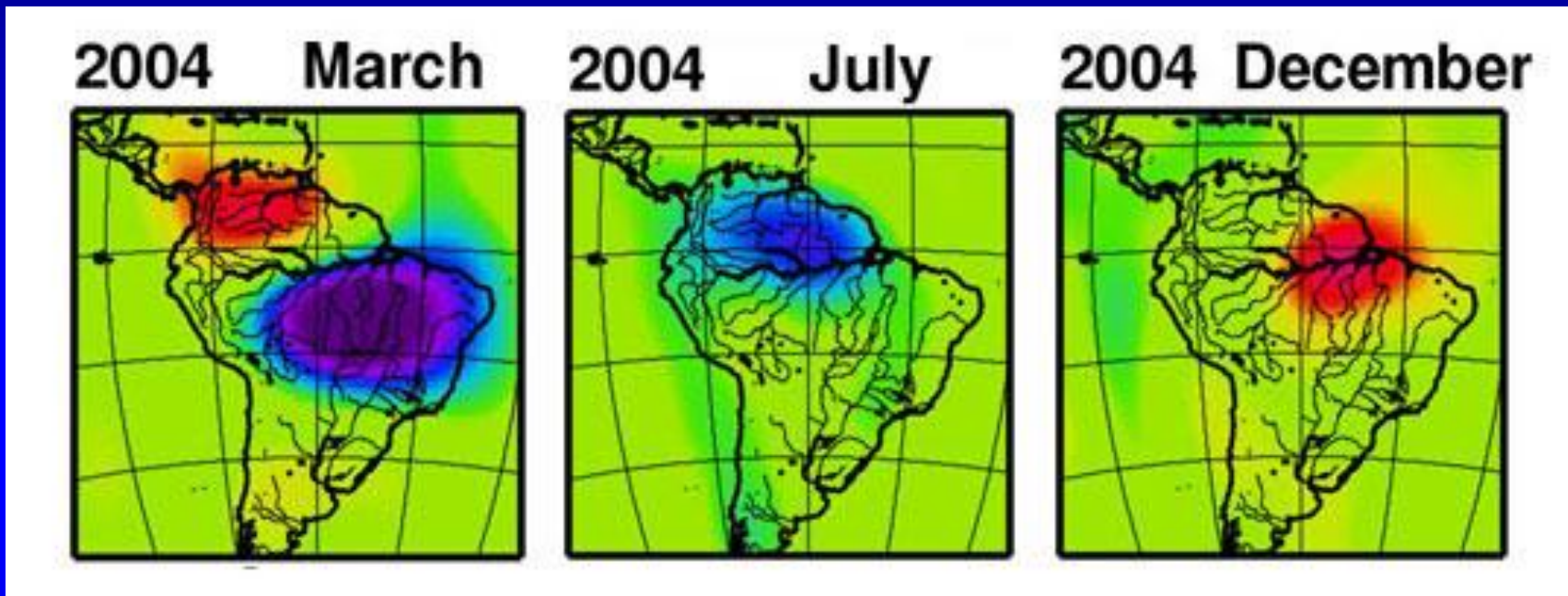
CHAMP: pályaelem-változások és űrbeli GPS-mérések

# Űrtechnológia: űr-gravimetria



Tom kergeti Jerryt az űrben: a GRACE kísérletben az egyik műhold követi a másikat: a pályaelem-változások mellett Tom és Jerry távolságváltozásait mérik.

## Űrtechnológia. űr-gravimetria: változik a geoid



Az űrgeodézia olyan finom felbontású adatokat szolgáltat, hogy lehetővé vált például a geoid évszakos változásainak kimutatása: növényzetben tárolt víz gravitációs hatása az Amazonas-medencében.

**Köszönöm a figyelmet**