Az együttműködés előnyei és hátrányai: játékelméleti elemzés

Szabó György

MTA Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Kutatóintézet
H-1525 Budapest, POB. 49, Hungary

Az atomoktól a csillagokig előadássorozat
Budapest, ELTE, 2008 december 4.

Tartalom

- Játékelmélet – társadalmi dilemmák
- Axelrod számítógépes versenye és evolúciós játékok
- Evolúciós Fogolydilemma játékok rácson
- Zárszó

Ajánlott irodalom: Karl Sigmund: Az élet játékai

Közlegelő játék

10 játékos

mindegyik arról dönthet, hogy befizet-e a közös kasszába 100 forintot, vagy nem

egymás döntéseit nem ismerik

A befizetett összeg 5-szörösét egyenletesen osztjuk el a játékosok között

1.) Egyéni haszon, ha mindenki befizet:

U=5*10*100/10 – 100 = 400 (ekkor a legmagasabb az össztársadalmi haszon)

2.) Ha van egy potyázó, akkor a

a tisztességegesek haszna: U=5*9*100/10-100 = 350

a potyázó haszna: U=5*9*100/10 = 450

3.) a potyázók haszna mindig magasabb, mint a tisztességeseké!

4.) Ha mindenki potyázik, akkor

U= 5*0*100/100 = 0 , vagyis senki sem nyer (ez a közösségi tragédia)

Ilyen helyzetben (játékban) az önző egyéni érdek követése közösségi tragédiához vezet.

Közlegelő játéknak megfelelő valóságos helyzetek

1.) A munkamegosztás jelenlegi szintjén arról döntünk minden nap, hogy munkánkat tisztességesen elvégezzük-e vagy ne (lógás, sumákolás, stb.).

2.) A diákok arról döntenek, hogy megtanulják-e az aznapi leckét vagy ne.

3.) A közlekedésben: szabályok betartása vagy tolakodás.

4.) Környezetvédelemben: szemeteljek vagy ne.

5.) Egészségmegőrzésben: egészséges életmód vagy a rizikófaktor növelése

6.) Buliban: vigyek-e piát vagy potyázzak.

7.) baktériumoknál: segítsek a táplálék előállításában vagy potyázzak

n.) Általában: tisztességes (közösség számára előnyös) magatartás vagy önzés.

Az önző magatartás következménye a társadalmi tragédia, azaz az erkölcsi válság, a rossz közlekedési morál, a szakértelem hiánya, a környezetvédelmi gondok sokasága, a romló egészségügyi helyzet, stb.

Játékelméleti alapfogalmak (Neumann és Morgenstern, 1945)

Játék: **önző és intelligens játékosok** (*x*,*y*, …)

mindenki a saját (számszerűsíthető) nyereményét kívánja maximálni

ismerik a **szabályok**at ill. **nyeremények**et és tudnak számolni

„én tudom, hogy te tudod, hogy én tudom, …”

döntési lehetőségek, szabályok, nyeremények

Nagyon sokféle játék létezik.

A játékelmélet célja:
megmondani, hogy mit válasszon *x* és *y*, ha nyereményüket úgy akarják maximálni, hogy közben társuk intelligenciáját is figyelembe veszik,
vagy javaslatot tenni a játékszabályok módosítására, amivel elérhetjük a kívánt magatartást, …

Morgenstern: az üzletemberek játékosokként viselkednek
1945 óta a közgazdaságtan (és politikai döntéshozatal) matematikai alapja a játékelmélet

Társadalmi (szociális) dilemmák kétszemélyes, kétstratégiás játékokban

1. **Fogolydilemma:** két választás: C (cooperation) vagy D (defection)

Nyereménymátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ D \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} (P,P) & (T,S) \\ (S,T) & (R,R) \end{pmatrix} \end{array} = \begin{pmatrix} (1,1) & (5,0) \\ (0,5) & (3,3) \end{pmatrix},$$

A nyeremények sorrendje: $T > R > P > S$; Nash-egyensúly (NE): DD

John Nash (1951), Nobel díj 1994

2. **Héja-galamb** (vagy Gyáva nyúl vagy Hólapátolás)

A nyeremények sorrendje: $T > R > S > P$; NE-ok: DC, CD, és egy kevert

3. **Szarvasvadászat**

A nyeremények sorrendje: $R > T > P > S$; NE: CC és DD

Közös tulajdonság: habár CC a Pareto-optimum, mégis létezik ettől eltérő NE.

A Fogolydilemma képviseli leginkább a dilemmát.

Robert Axelrod számítógépes versenye (~1980)

N versenyző játszik ismételt Fogolydilemma játékot egymással

M körmérkőzés úgy, hogy $M \to \infty$,

de a nyertest egy véges szakasz után hirdetik ki,

mert így elkerülhető a „jövő árnyéka” nemkívánatos hatása

A nyereménymátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ D \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} (1,1) & (5,0) \\ (0,5) & (3,3) \end{pmatrix} \end{array}$$

Minden játékos ismeri társai korábbi döntéseit.

Cél: javasolni egy olyan algoritmust (stratégiát), amelyik megnyeri ezt a versenyt.

Axelrod benevezett egy véletlen stratégiát, ezen kívül mindegyik játékos játszik még egy partit saját hasonmásával.

Stratégiák ismétléses játéknál:

AllD: mindig D-t választ (megátalkodott élősködő)

AllC: mindig C-t választ („jó fiú” és/vagy balek)

Véletlen: q valószínűséggel D, (1-q) vsz-gel C (q egy paraméter).

„tit for tat”, röviden TFT (magyarul „kölcsönkenyér visszajár”

vagy „szemet szemért, fogat fogért”):

először C, utána ismétli partnere előző lépését

Gyanakvó TFT: (először D, utána ismétli partnere előző lépését)

Megbocsátó TFT: TFT, de néha D-re C-t válaszol

WSLS (win-stay-lose-shift) avagy „**Nyertes csapaton ne változtass**” stratégiák

először C vagy D, utána változtat, ha elégedetlen, azaz ha $U_x < a$

Sztochasztikus stratégiák, amelyek döntése a partner előző döntésétől függ, de az

valamilyen valószínűséggel lehet C vagy D.

Stratégiák hosszabb memóriával, etc.

Axelrod játékába 14 stratégiát neveztek be.

A nyertes: a TFT (ez volt a legegyszerűbb algoritmus)

az ismétlésekben is a TFT nyert.

A stratégiák és eredmények ismertetése után lehetőség volt új stratégiák benevezésére

több, mint 50 új stratégiát neveztek be

(sokan megnyerték volna az első versenyt)

a nyertes a második versenyben is a TFT lett.

Axelrod tanácsai:

Don’t be envious

Don’t be the first to defect

Reciprocate both cooperation and defection

Don’t be too clever

Az egyének egymással szemben használják a TFT stratégiát

Kis lépések stratégiája (Kissinger): nagy FD-ból csináljunk ismétléses FD-t (vége?)

Axelrod játszott a stratégiahalmazával

Következtetései:

---Az ellenfelek stratégiáinak ismeretében lehetünk hatékonyabbak, mint a TFT,

de ennek hiányában a TFT-t érdemes követni.

---A darwini evolúciós szabályok is TFT kulcsszerepét hangsúlyozták

TFT le tudta győzni az AllD-t és kikényszerítette a kölcsönös együttműködést

Hiányosságok:

---TFT rosszul szerepel a zajos környezetben:

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ TFT_1(t) = C\ C\ C\ C\ D\ C\ D \cdots \\ TFT_2(t) = C\ C\ C\ C\ C\ D\ C \cdots \end{array}$$

--- a fenti következtetéseket néhány tucat „ad hoc” stratégia versengéséből

származtattuk

Fogolydilemma játék sztochasztikus reaktív stratégiákkal (Nowak és May, 1992)

Axelrod számítógépes versenyének megismétlése

A nyereménymátrix és a stratégiák:

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} D & C \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ C \end{array} & \begin{pmatrix} (P,P) & (T,S) \\ (S,T) & (R,R) \end{pmatrix} \end{array}, \qquad \text{két stratégia}: C \text{ és } D; \quad T=5, \quad R=3, \quad P=1, \quad S=0$$

Sztochasztikus reaktív stratégiák:

a partner előző döntésétől függő döntést választ (mint a TFT)

$$s(p,q,y), \qquad 0 \le p,q,y \le 1$$

p vsz-gel választ C-t, ha partnere előzőleg C-t választott

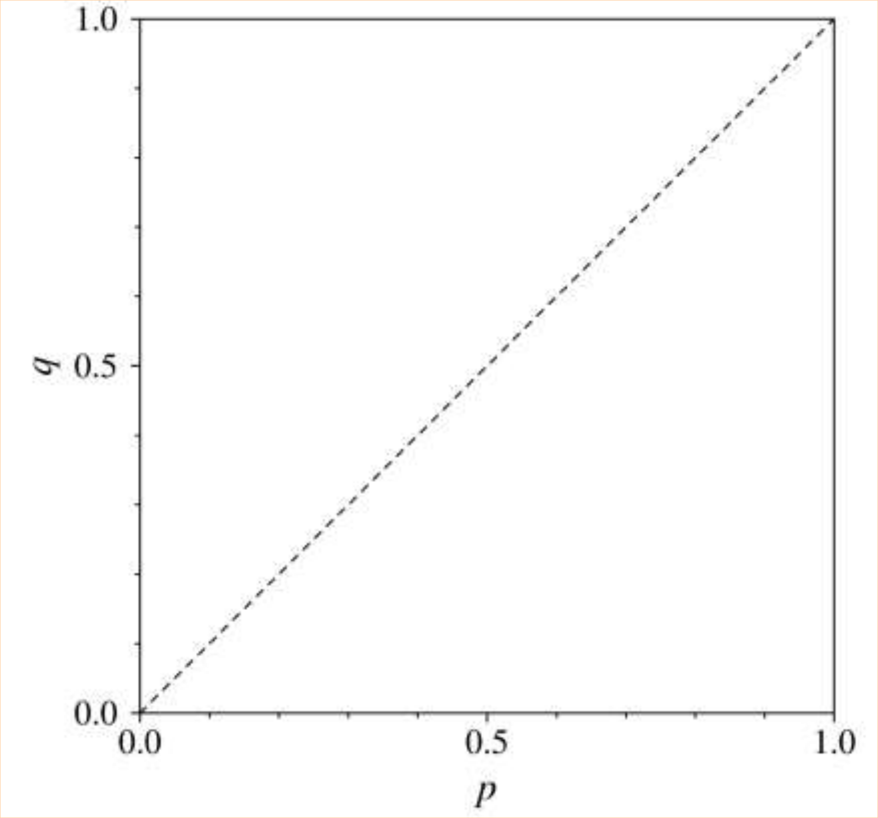
q vsz-gel választ C-t, ha partnere előzőleg D-t választott

y vsz-gel választ C-t az első lépésben.

Stratégiatér

$0 \leq p,\ q \leq 1$

Minden (p,q) pont egy stratégiát képvisel.



$p=q=0$: AllD

$p=q=1$: AllC

$p=q$: döntése független a partnertől

$p=q=1/2$: fej vagy írás

$p=1,\ q=0$: TFT, ha $y=1$

$p=1,\ q>0$: megbocsátó TFT

$p=1$: barátságos (nice) stratégiák

$p=0,\ q=1$: „hülye”

Sztochasztikus stratégiák gyakoriságának evolúciója

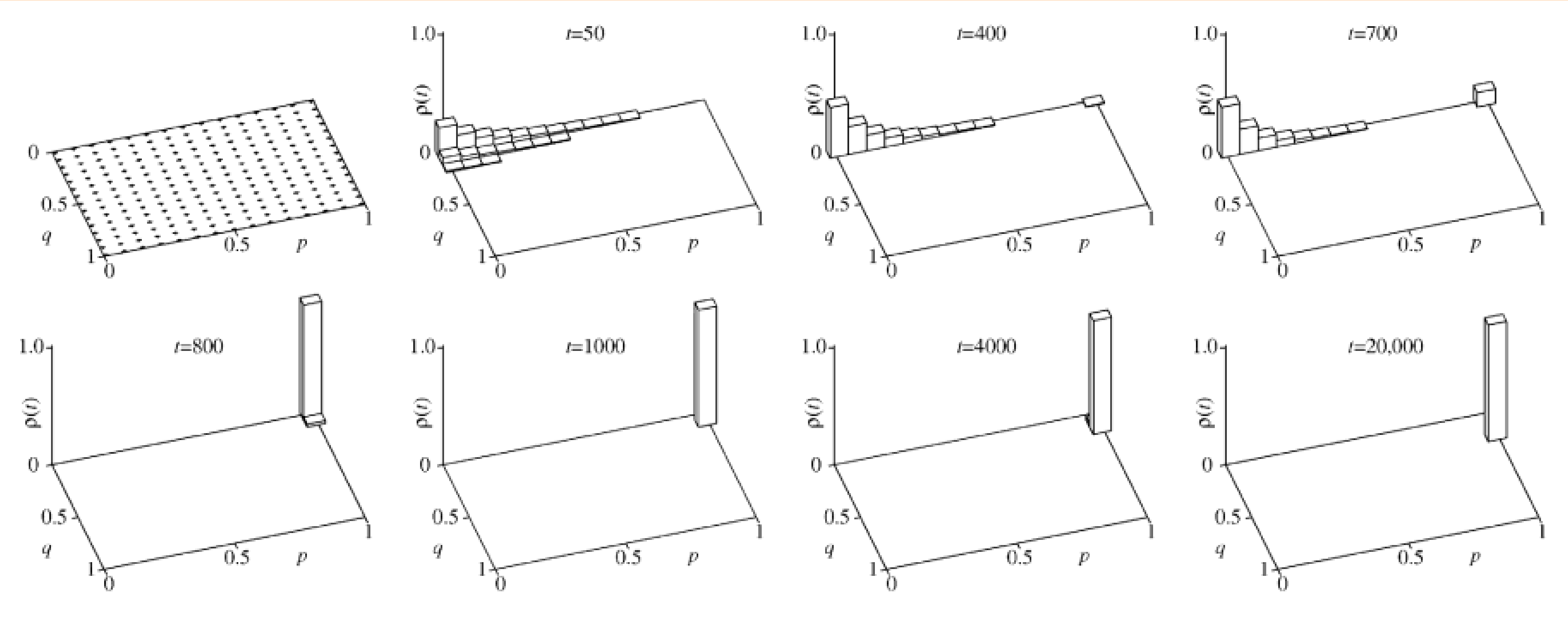
A lehetséges stratégiák egyenletesen oszlanak el a stratégiatérben

Kezdetben mindegyik stratégiát azonos számú játékos használja

A (*t=0, 1, 2, …*) körmérkőzések után meghatározzuk a játékosok nyereményét

t+1 időpontban változtatjuk a stratégiák gyakoriságát
a sikeres szaporodik, a sikertelen ritkul

$$\rho_i(t+1) = \frac{\rho_i(t)U_i(t)}{\sum_k \rho_k(t)U_k(t)}$$



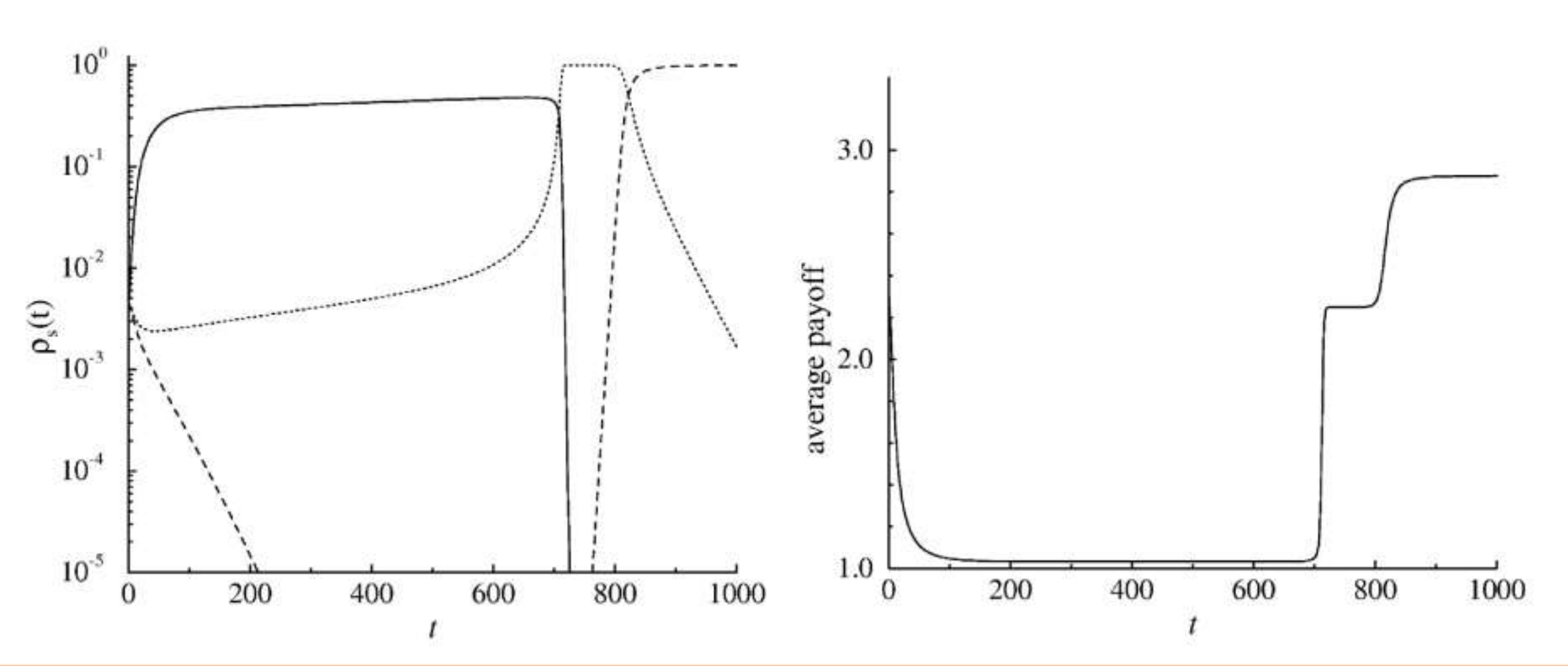
A legfontosabb stratégiák gyakoriságának időfüggése

AllD: (folytonos vonal) kezdeti fellendülés után nagy bukás

AllC: (szaggatott vonal) kipusztul, mert AllD felzabálja

TFT: (pontozott vonal) feléled, amikor AllD felélte a környezetét

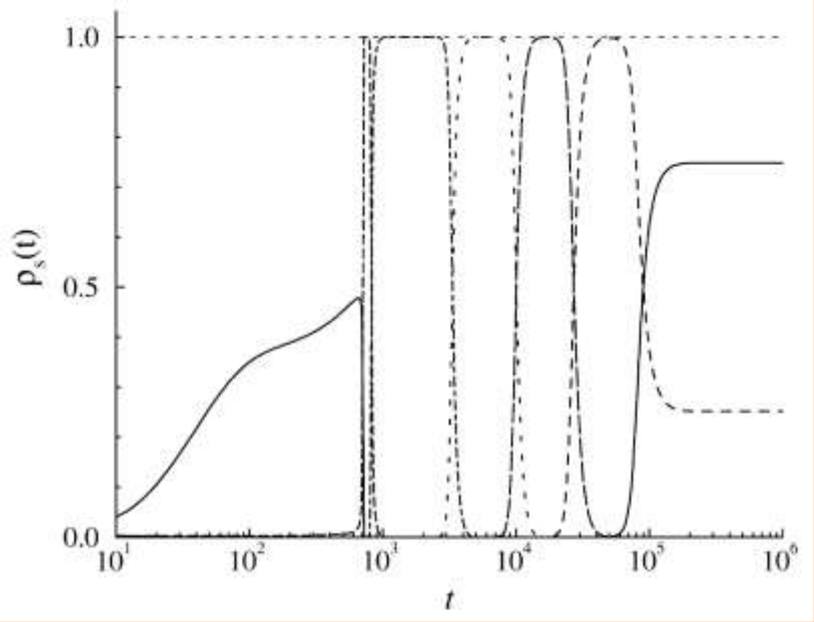
GTFT: a végén az egyre megbocsátóbb TFT-k veszik át az uralmat egymástól



A megbocsátási folyamat leáll.

Miért?

Analitikus számolás

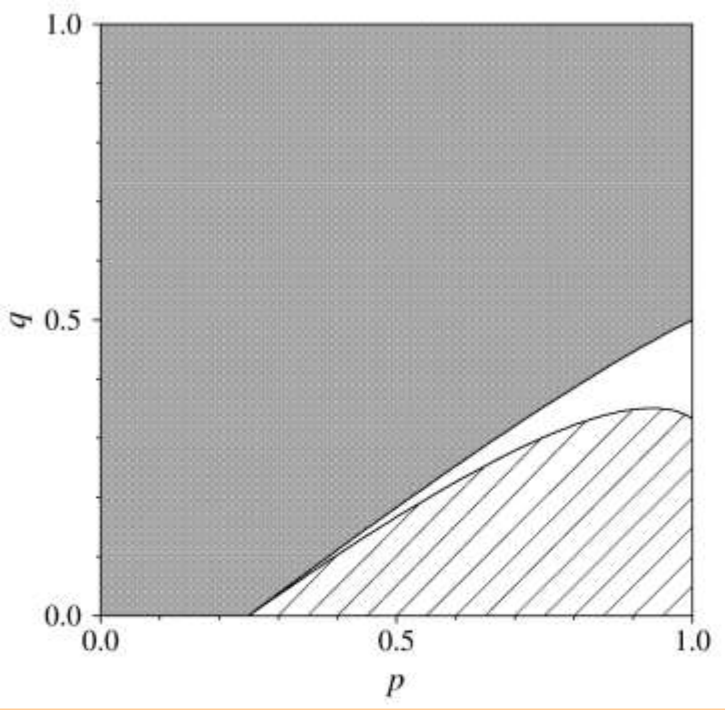


AllD meghódíthatja a homogén

populációt a sötét területen.

A vonalkázott területen mutációkon keresztül felfelé és jobbra tolódik el a nyertes stratégia.

ha $S = 0, \quad P = 1, \quad R = 3$, és $T = 5$



Optimális megbocsátás kis zajnál:

$$q_{opt} \cong \min\left(1 - \frac{T-R}{R-S}, \frac{R-P}{T-P}\right)$$

Oszcillálás is lehetséges

(Confucius, i.e.~1000)

A tisztességes magatartást fenntartó folyamatok

„Alapszabály”: Fogolydilemma helyzetekben a tisztességes magatartást a büntetés vagy a büntetéstől való félelem tartja fenn.

Változatok a büntetésre:

- Közvetlen büntetés és jutalmazás (viszonzás) [Axelrod]

  „kölcsönkenyér visszajár” stratégia alkalmazása

- Közvetett büntetés [Fehr]

  önzetlen (egyéni érdek nélküli) büntetés

- Rokoni [Hamilton] vagy csoportos [Traulsen] kiválasztás

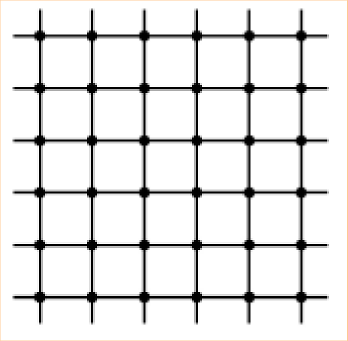
  a darwini kiválasztásnál előnyös, ha a rokonok vagy barátok segítik egymást

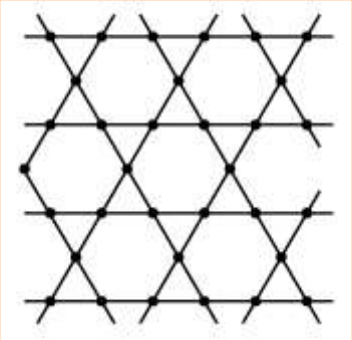
- Térbeliség és rövid távú kölcsönhatás

- Kapcsolatrendszer megfelelő változtatása

- Egyéni tulajdonságok különbözősége, etc.

Evolúciós Fogolydilemma játék rácson





N azonos játékos egy rács x pontjain (periodikus határfeltétel)

Mindegyik játékos a két lehetőség valamelyikét választja:

$$s_x = D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{(defector)} \quad \text{or} \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{(cooperator)}$$

A játékosok nyereménye a szomszédoktól (x+δ) származik, azaz

$$U_x = \sum_{\delta} s_x^+ A s_{x+\delta}$$

A játék egységes és szimmetrikus,

$$s_x^+ A s_y = (s_{x1} \quad s_{x2}) \begin{pmatrix} P & T \\ S & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{y1} \\ s_{y2} \end{pmatrix} \quad \text{ahol } T > R > P > S \quad \text{és} \quad T + S < 2R$$

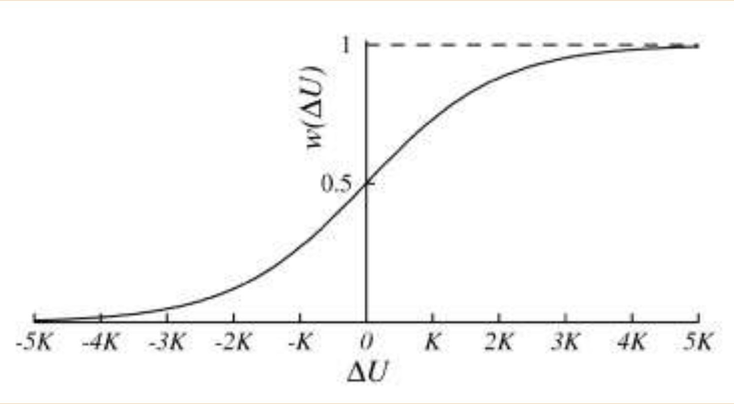
Nash-egyensúly a Fogolydilemma helyzetekben: DD

Sztochasztikus evolúciós szabály (darwini kiválasztás zajjal)

Szomszédos párok összehasonlítása:

1. véletlenül kiválasztunk két szomszédos rácspontot (x,y)
2. meghatározzuk a szomszédoktól származó nyereményt (U_x és U_y)
3. x átveszi y stratégiáját egy $w(s_x \to s_y)$ valószínűséggel:

$$w(s_x \to s_y) = \frac{1}{1 + \exp[(U_x - U_y)/K]}$$



K: a zaj átlagos amplitúdója (hőmérséklet)

a jobb stratégia választása előnyben,

de irracionális választás is lehetséges

Véletlen kezdőállapotból indulva ismételjük az 1.-3. lépéseket,

Az állandósult állapotot vizsgáljuk, ha R=1; T=b; P=0; S=-0; 1 < b < 2

Átlagtér-közelítés

Átlagos nyeremény a *C* és *D* stratégiáknál:

$$U_C = z\rho, \quad U_D = z\rho b,$$

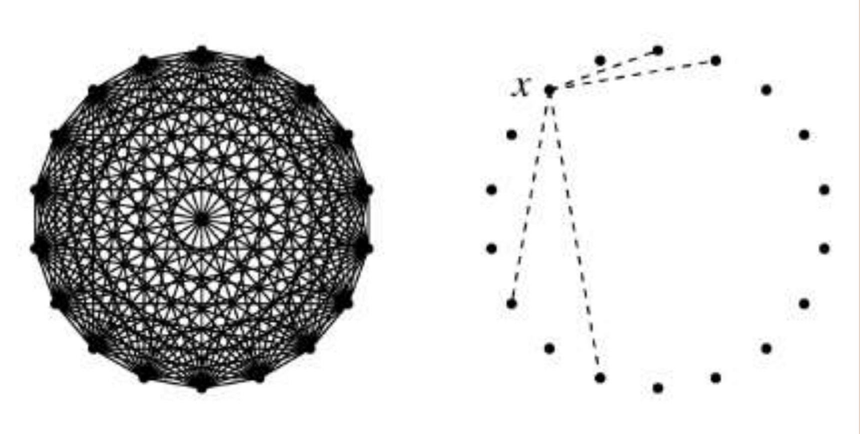
ahol ρ a C stratégia gyakorisága (aránya) és z a szomszédok száma.

C gyakoriságának változását leíró differenciálegyenlet:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \rho(1-\rho)[w(s_D \to s_C) - w(s_C \to s_D)] = -\rho(1-\rho)\tanh\left(\frac{U_D - U_C}{2T}\right)$$

$$\rho(t) \to 0\,, \quad \text{mivel} \quad U_D > U_C\,.$$

Végtelen hatótáv, véletlen partnerek



Kipusztul a *C* stratégia!!!

A társadalmi össznyeremény minimális

Változó szomszédszám hatása Santos et al., PRL (2005)

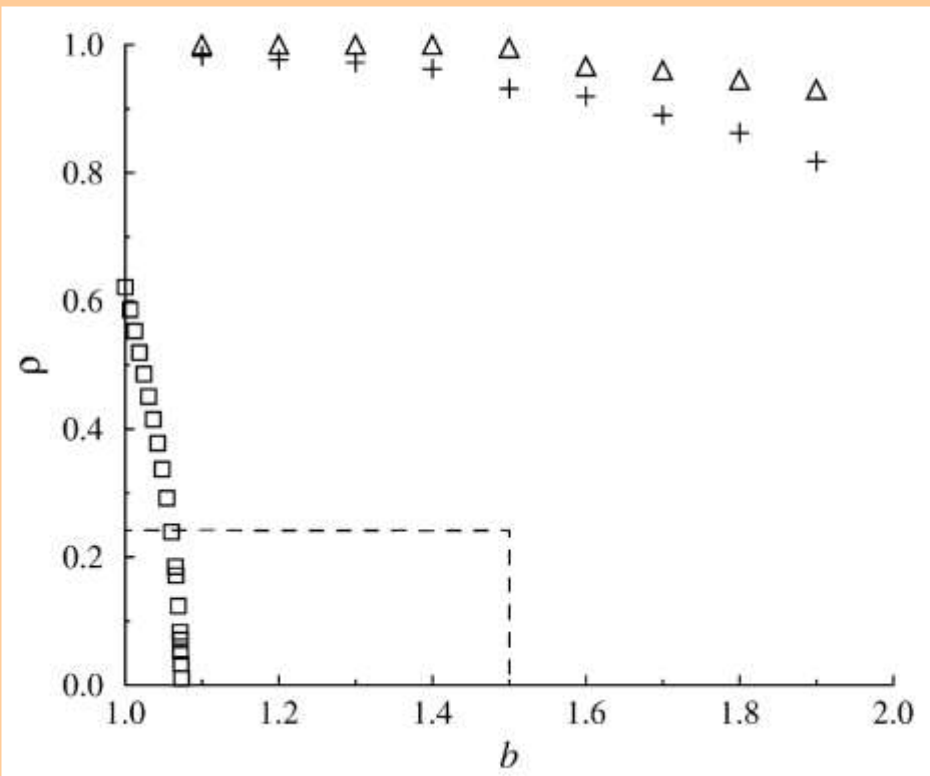
a valósághű társadalmi kapcsolatrendszerekben z helyről helyre változhat

skálamentes hálózat [$f(z) \sim z^{-3}$] (e.g., BA and DMS models)

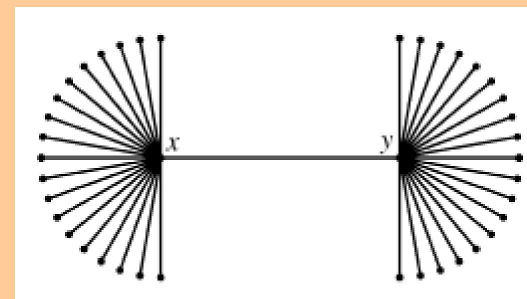
Ha stratégia-átvétel valószínűsége a teljes nyeremény különbségétől függ,

akkor ez a szabály a sokszomszédos játékosoknak kedvez

MC eredmények összehasonlítása (átlagos szomszédszám: <z>=4)



sim1



sim2

sim3

DMS modell: Δ

Barabási-Albert modell: +

Kagome-rács (K=0): - - - - -

négyzetrács: □ (K=0.4 optimum)

Fogolydilemma játék három stratégiával

önkéntes fogolydilemma játék

$$s_x = D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{(defector)}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{(cooperator)}, \quad T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{(TFT)}$$

Tóth Estilla Zsófia

Nyereménymátrix:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -q & 1-q & 1-q \end{pmatrix}, \quad 1 < b < 2, \quad q > 0$$

q: figyelés költsége

Márkus Bence

A három stratégia ciklikusan dominálja egymást:

C legyőzi T-t

T legyőzi D-t

D legyőzi C-t

Simon Dávid

10 %-os vsz-gel más társat választunk

Szimuláció 2d rácson

Szimuláció:

Zárszó

A gének között is lehet együttműködés (pl. kromoszómákat alkotnak)

A gén analógiájára született meg a mém fogalma

mém: - egy gondolat, ami az egyik emberi agyból a másikra terjed

- változhat és a sikeresebb terjed tovább
- segítheti önmaga terjedését, ha gazdáját sikeresebbé teszi
- a mémek között is lehetséges az együttműködés

Evolúciós játékelmélet = olyan mémek társulása, amelyek az egész társadalom sikeresebbé tételén keresztül javítják saját túlélési esélyüket.

Kérésem: Segítsétek a játékelmélet és az evolúciós játékelmélet elterjedését,

vagyis az emberek és a játékelmélet együttműködését.

Köszönöm!