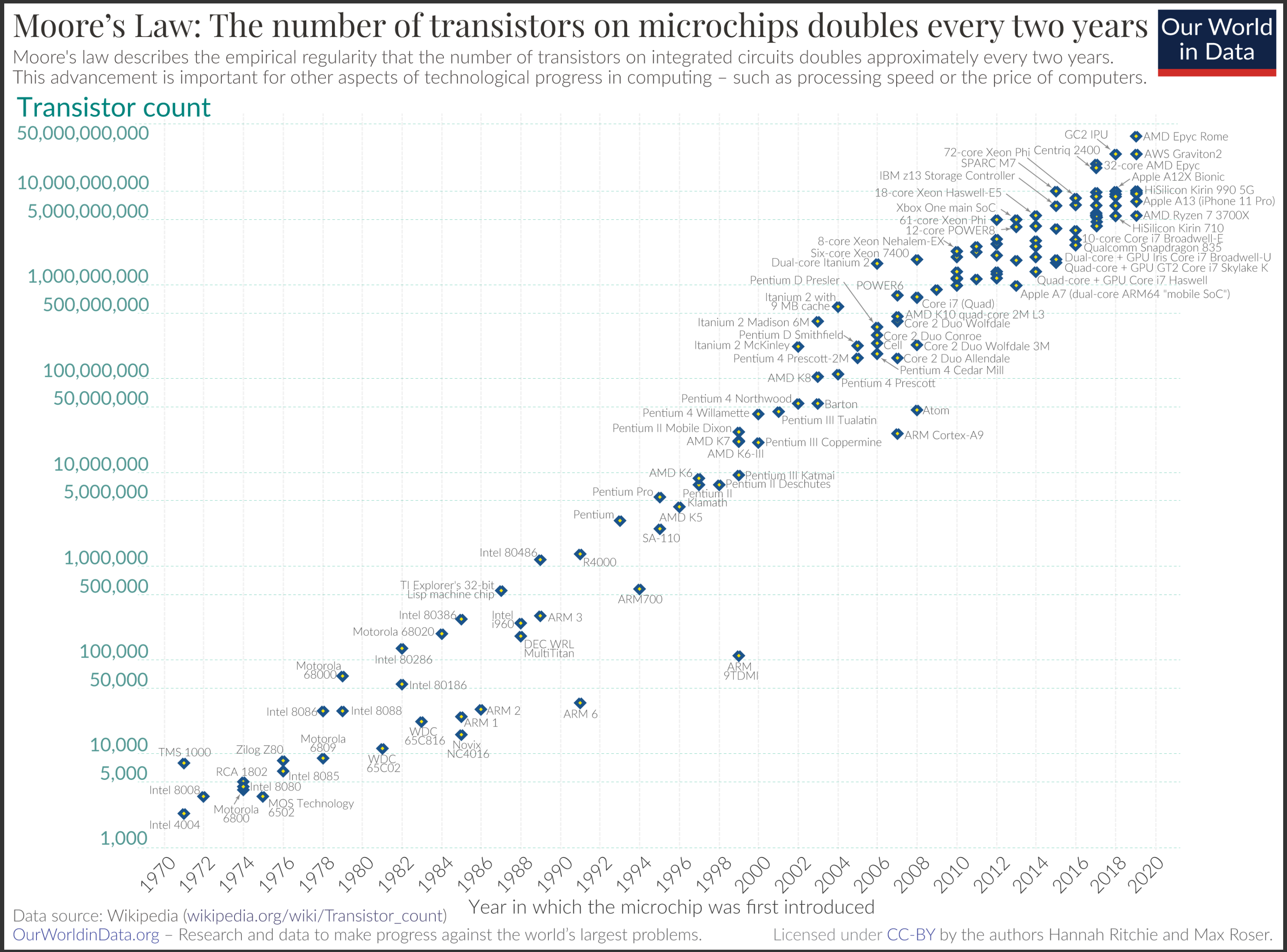
Egy laptoppal
az erősen kölcsönható kvantumrendszerek tengerén

Az atomoktól a csillagokig
2022. december 8.

Lájer Márton

Moore törvény



1996 vs. 2020

CP-PACS (Tsukuba egyetem, Japán)
1996. szeptembertől

“led to global accomplishments in numerical research in particle physics, condensed matter physics, and astrophysics, among others“

2020-ban vásárolt közönséges (gaming) laptop

368.2 GFLOP/s

240 GFLOP/s

L: TOP500.org
https://www.top500.org/resources/top-systems/cp-pacs-university-of-tsukuba/

Lehetőségek

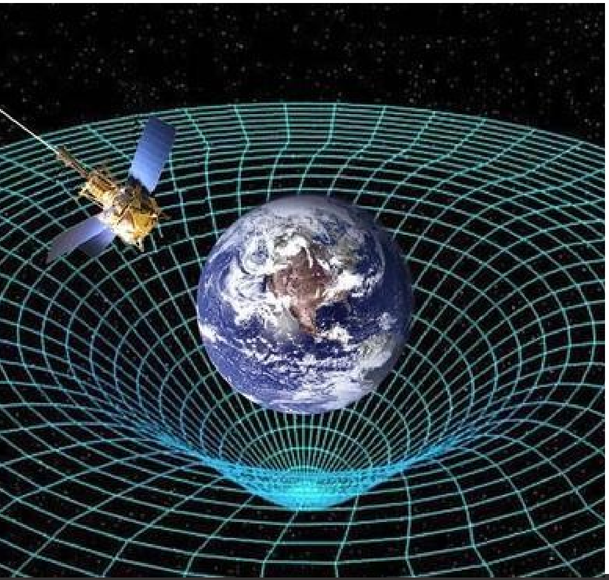
- Óriási számítási kapacitás hullott az ölünkbe.
  - Legfontosabb alkalmazási területek:

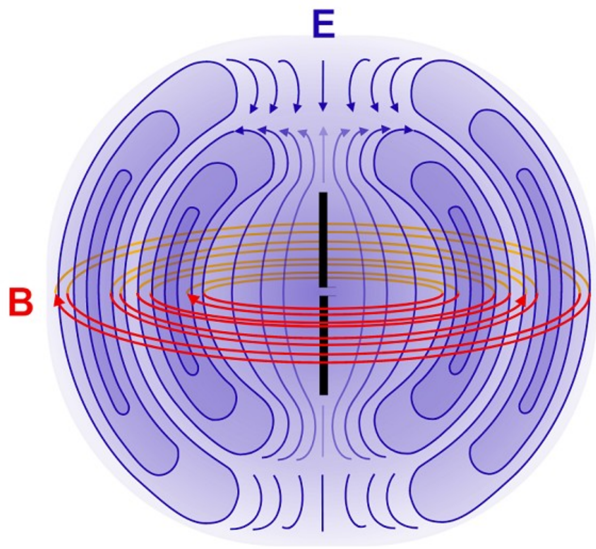
- Egy másik lehetséges alkalmazás:
  - Az Univerzum kutatása

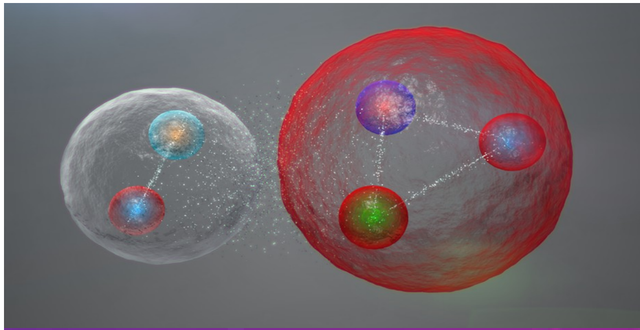
Az Univerzumról dióhéjban

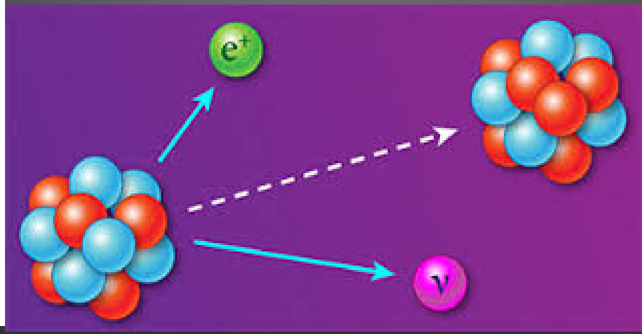
Az Univerzum dióhéjban

- Négy alapvető kölcsönhatás:
    - Gravitáció
    - Elektromágnesség
    - “Erős”
    - “Gyenge”



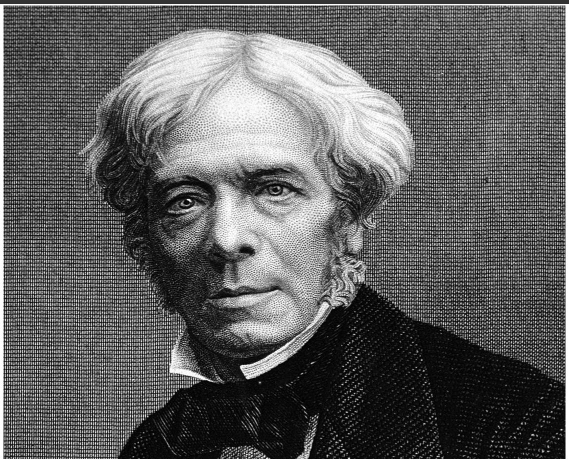




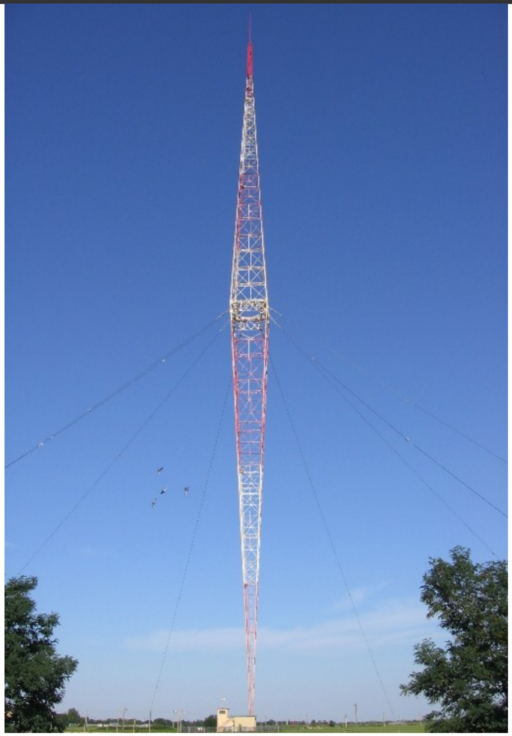


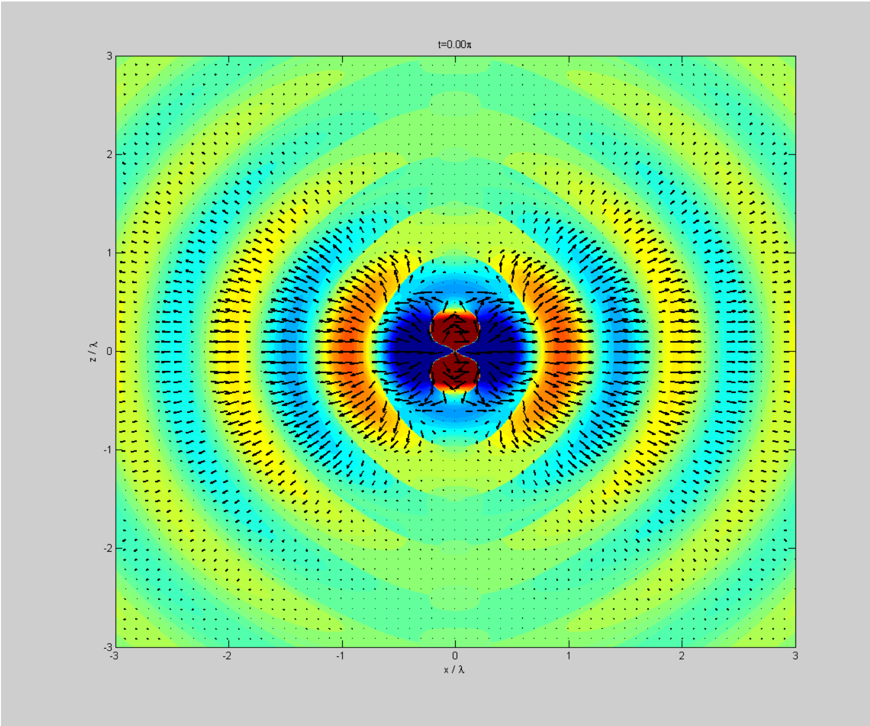
L: NASA, https://www.nasa.gov/mission_pages/gpb/gpb_012.html
M: Creative Commons CC0 1.0 https://en.wikipedia.org/wiki/File:Felder_um_Dipol.svg
UR: CERN/Daniel Dominguez, https://home.cern/news/news/accelerators/discovery-new-class-particles-lhc
LR: APS/Alan Stonebraker, https://physics.aps.org/articles/v7/s106

Elektromágneses *mező*



Michael Faraday



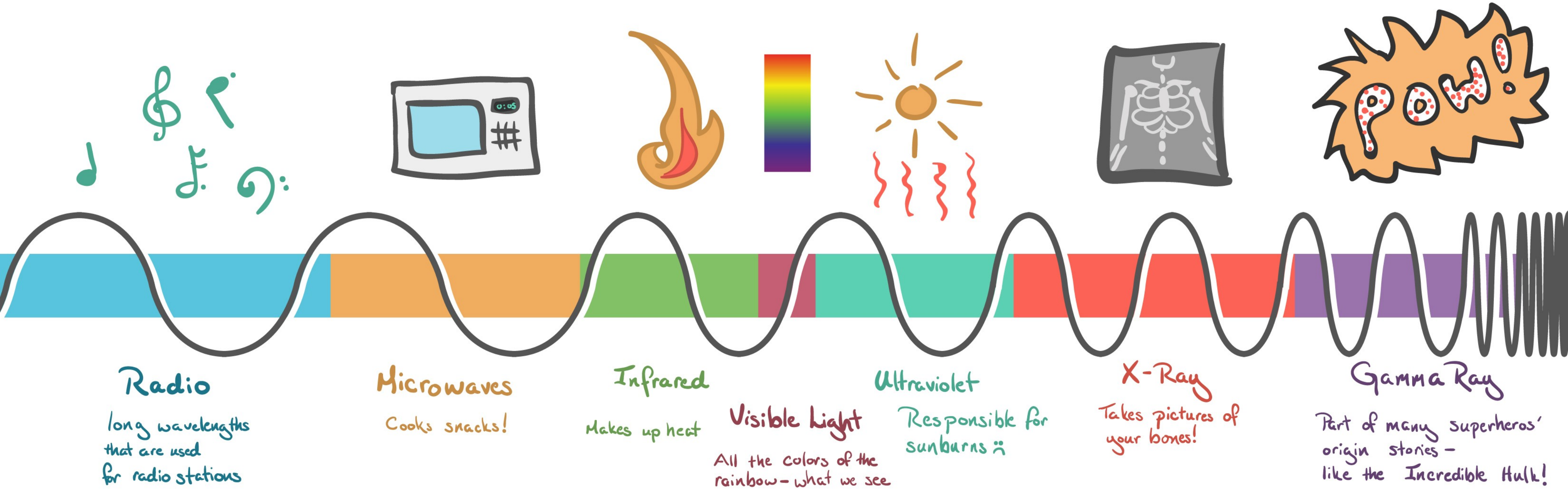


James C. Maxwell

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	(1)	Gauss' Law
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	(2)	Gauss' Law for magnetism
$\nabla \times \mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	(3)	Faraday's Law
$\nabla \times \mathbf{H} = \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$	(4)	Ampère-Maxwell Law

UL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portrait_of_Michael_Faraday_%281791-1867%29_Wellcome_M0002002.jpg
LL: https://en.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell#/media/File:YoungJamesClerkMaxwell.jpg
M: https://hu.wikipedia.org/wiki/Szigetszentmikl%C3%B3s#/media/F%C3%A1jl:Lakihegyi_adotorony_1.jpg
R: https://en.wikipedia.org/wiki/Multipolarity_of_gamma_radiation#/media/File:DipoleRadiation.gif

Elektromágneses spektrum



•**Klasszikus** kép: **E** és **B** vektor*mezők* kitöltik a teret, kölcsönhatnak, a **fény** is ennek a *mezőnek* a hullámzása
•**Kvantummechanika**: adott *frekvenciájú* sugárzást nem lehet tetszőleges (kicsi) *energiával* gerjeszteni. Diszkrét energiacsomagok: **részecskék**. Az EM mező esetén a részecske neve **foton**

Általánosítás: a “Standard Modell”

- Az összes “elemi” részecske valamilyen, kvantumosan viselkedő mező fodrozódása
- A különböző mezők kölcsönhatnak egymással. Szerepük kettős:
  - Ők alkotják az anyagot, ami körülvesz minket, teljes változatosságában
  - Közvetítik az anyag különböző részei által egymásra gyakorolt hatásokat

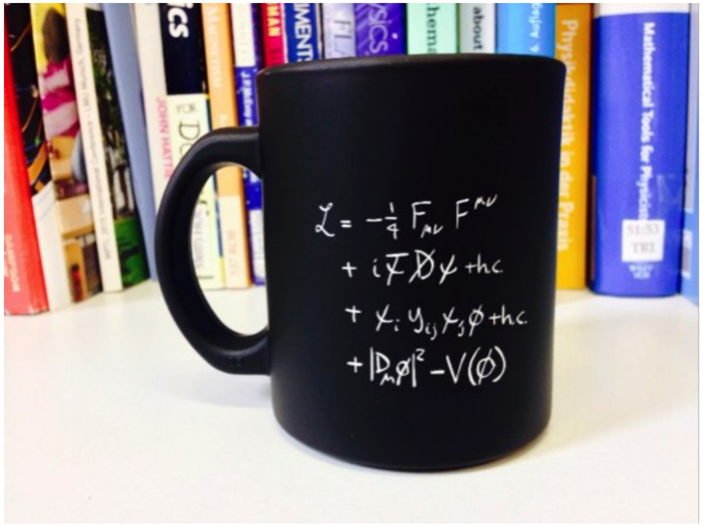


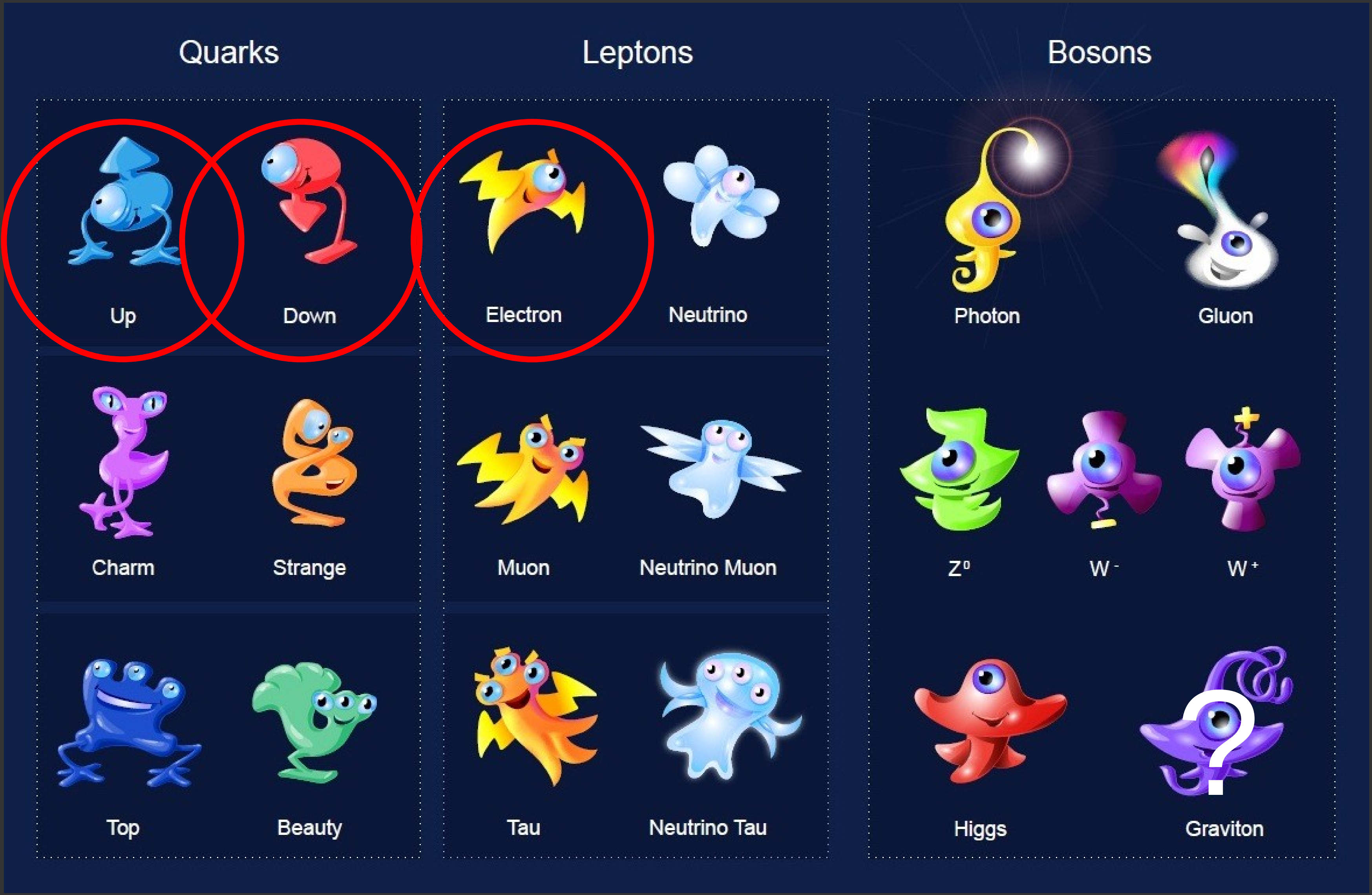
Image: CERN
https://home.cern/news/news/cern/sit-down-coffee-standard-model

$$
\begin{gathered}
\mathcal{L}_{SM} = -\frac{1}{2}\partial_\nu g^a_\mu \partial_\nu g^a_\mu - g_s f^{abc}\partial_\mu g^a_\nu g^b_\mu g^c_\nu - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc}f^{ade} g^b_\mu g^c_\nu g^d_\mu g^e_\nu - \partial_\nu W^+_\mu \partial_\nu W^-_\mu - \\
M^2 W^+_\mu W^-_\mu - \frac{1}{2}\partial_\nu Z^0_\mu \partial_\nu Z^0_\mu - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z^0_\mu Z^0_\mu - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - igc_w(\partial_\nu Z^0_\mu(W^+_\mu W^-_\nu - \\
W^+_\nu W^-_\mu) - Z^0_\nu(W^+_\mu \partial_\nu W^-_\mu - W^-_\mu \partial_\nu W^+_\mu) + Z^0_\mu(W^+_\nu\partial_\nu W^-_\mu - W^-_\nu \partial_\nu W^+_\mu)) - \\
igs_w(\partial_\nu A_\mu(W^+_\mu W^-_\nu - W^+_\nu W^-_\mu) - A_\nu(W^+_\mu \partial_\nu W^-_\mu - W^-_\mu\partial_\nu W^+_\mu) + A_\mu(W^+_\nu \partial_\nu W^-_\mu - \\
W^-_\nu \partial_\nu W^+_\mu)) - \frac{1}{2} g^2 W^+_\mu W^-_\mu W^+_\nu W^-_\nu + \frac{1}{2} g^2 W^+_\mu W^-_\nu W^+_\mu W^-_\nu + g^2 c_w^2 (Z^0_\mu W^+_\mu Z^0_\nu W^-_\nu - \\
Z^0_\mu Z^0_\mu W^+_\nu W^-_\nu) + g^2 s_w^2 (A_\mu W^+_\mu A_\nu W^-_\nu - A_\mu A_\mu W^+_\nu W^-_\nu) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z^0_\nu (W^+_\mu W^-_\nu - \\
W^+_\nu W^-_\mu) - 2A_\mu Z^0_\mu W^+_\nu W^-_\nu) - \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial_\mu H - 2M^2\alpha_h H^2 - \partial_\mu\phi^+\partial_\mu\phi^- - \frac{1}{2} \partial_\mu\phi^0\partial_\mu\phi^0 - \\
\beta_h\left(\frac{2M^2}{g^2} + \frac{2M}{g}H + \frac{1}{2}(H^2+\phi^0\phi^0+2\phi^+\phi^-)\right) + \frac{2M^4}{g^2}\alpha_h - \\
g\alpha_h M\left(H^3 + H\phi^0\phi^0 + 2H\phi^+\phi^-\right) - \\
\frac{1}{8} g^2\alpha_h \left(H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+\phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2\phi^+\phi^- + 4H^2\phi^+\phi^- + 2(\phi^0)^2H^2\right) - \\
gMW^+_\mu W^-_\mu H - \frac{1}{2} g\frac{M}{c_w^2} Z^0_\mu Z^0_\mu H - \\
\frac{1}{2} ig\left(W^+_\mu(\phi^0\partial_\mu\phi^- - \phi^-\partial_\mu\phi^0) - W^-_\mu(\phi^0\partial_\mu\phi^+ - \phi^+\partial_\mu\phi^0)\right) + \\
\frac{1}{2} g\left(W^+_\mu(H\partial_\mu\phi^- - \phi^-\partial_\mu H) + W^-_\mu(H\partial_\mu\phi^+ - \phi^+\partial_\mu H)\right) + \frac{1}{2} g\frac{1}{c_w}(Z^0_\mu(H\partial_\mu\phi^0 - \phi^0\partial_\mu H) + \\
M\left(\frac{1}{c_w}Z^0_\mu\partial_\mu\phi^0 + W^+_\mu\partial_\mu\phi^- + W^-_\mu\partial_\mu\phi^+\right) - ig\frac{s_w^2}{c_w}MZ^0_\mu(W^+_\mu\phi^- - W^-_\mu\phi^+) + igs_wMA_\mu(W^+_\mu\phi^- - \\
W^-_\mu\phi^+) - ig\frac{1-2c_w^2}{2c_w}Z^0_\mu(\phi^+\partial_\mu\phi^- - \phi^-\partial_\mu\phi^+) + igs_wA_\mu(\phi^+\partial_\mu\phi^- - \phi^-\partial_\mu\phi^+) - \\
\frac{1}{4} g^2 W^+_\mu W^-_\mu\left(H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+\phi^-\right) - \frac{1}{8} g^2\frac{1}{c_w^2}Z^0_\mu Z^0_\mu\left(H^2+(\phi^0)^2+2(2s_w^2-1)^2\phi^+\phi^-\right) - \\
\frac{1}{2} g^2\frac{s_w^2}{c_w}Z^0_\mu\phi^0(W^+_\mu\phi^- + W^-_\mu\phi^+) - \frac{1}{2} ig^2\frac{s_w^2}{c_w}Z^0_\mu H(W^+_\mu\phi^- - W^-_\mu\phi^+) + \frac{1}{2} g^2 s_w A_\mu\phi^0(W^+_\mu\phi^- + \\
W^-_\mu\phi^+) + \frac{1}{2} ig^2 s_w A_\mu H(W^+_\mu\phi^- - W^-_\mu\phi^+) - g^2\frac{s_w}{c_w}(2c_w^2-1)Z^0_\mu A_\mu\phi^+\phi^- - \\
g^2 s_w^2 A_\mu A_\mu\phi^+\phi^- + \frac{1}{2} ig_s\,\lambda^a_{ij}(\bar q^\sigma_i\gamma^\mu q^\sigma_j)g^a_\mu - \bar e^\lambda(\gamma\partial + m^\lambda_e)e^\lambda - \bar\nu^\lambda(\gamma\partial+m^\lambda_\nu)\nu^\lambda - \bar u^\lambda_j(\gamma\partial + \\
m^\lambda_u)u^\lambda_j - \bar d^\lambda_j(\gamma\partial + m^\lambda_d)d^\lambda_j + igs_wA_\mu\left(-(\bar e^\lambda\gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar u^\lambda_j\gamma^\mu u^\lambda_j) - \frac{1}{3}(\bar d^\lambda_j\gamma^\mu d^\lambda_j)\right) + \\
\frac{ig}{4c_w}Z^0_\mu\{(\bar\nu^\lambda\gamma^\mu(1+\gamma^5)\nu^\lambda) + (\bar e^\lambda\gamma^\mu(4s_w^2-1-\gamma^5)e^\lambda) + (\bar d^\lambda_j\gamma^\mu(\tfrac{4}{3} s_w^2 - 1 - \gamma^5)d^\lambda_j) + \\
(\bar u^\lambda_j\gamma^\mu(1-\tfrac{8}{3} s_w^2+\gamma^5)u^\lambda_j)\} + \frac{ig}{2\sqrt{2}}W^+_\mu\left((\bar\nu^\lambda\gamma^\mu(1+\gamma^5)U^{lep}{}_{\lambda\kappa}e^\kappa) + (\bar u^\lambda_j\gamma^\mu(1+\gamma^5)C_{\lambda\kappa}d^\kappa_j)\right) + \\
\frac{ig}{2\sqrt{2}}W^-_\mu\left((\bar e^\kappa U^{lep\dagger}{}_{\kappa\lambda}\gamma^\mu(1+\gamma^5)\nu^\lambda) + (\bar d^\kappa_j C^\dagger_{\kappa\lambda}\gamma^\mu(1+\gamma^5)u^\lambda_j)\right) + \\
\frac{ig}{2M\sqrt{2}}\phi^+\left(-m^\kappa_e(\bar\nu^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}(1-\gamma^5)e^\kappa) + m^\lambda_\nu(\bar\nu^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}(1+\gamma^5)e^\kappa\right) + \\
\frac{ig}{2M\sqrt{2}}\phi^-\left(m^\lambda_e(\bar e^\lambda U^{lep\dagger}{}_{\lambda\kappa}(1+\gamma^5)\nu^\kappa) - m^\kappa_\nu(\bar e^\lambda U^{lep\dagger}{}_{\lambda\kappa}(1-\gamma^5)\nu^\kappa\right) - \frac{g}{2}\frac{m^\lambda_\nu}{M}H(\bar\nu^\lambda\nu^\lambda) - \\
\frac{g}{2}\frac{m^\lambda_e}{M}H(\bar e^\lambda e^\lambda) + \frac{ig}{2}\frac{m^\lambda_\nu}{M}\phi^0(\bar\nu^\lambda\gamma^5\nu^\lambda) - \frac{ig}{2}\frac{m^\lambda_e}{M}\phi^0(\bar e^\lambda\gamma^5 e^\lambda) - \frac{1}{4}\,\bar\nu_\lambda\, M^R_{\lambda\kappa}\,(1-\gamma_5)\hat\nu_\kappa - \\
\frac{1}{4}\,\bar\nu_\lambda\, M^R_{\lambda\kappa}\,(1-\gamma_5)\hat\nu_\kappa + \frac{ig}{2M\sqrt{2}}\phi^+\left(-m^\kappa_d(\bar u^\lambda_j C_{\lambda\kappa}(1-\gamma^5)d^\kappa_j) + m^\lambda_u(\bar u^\lambda_j C_{\lambda\kappa}(1+\gamma^5)d^\kappa_j\right) + \\
\frac{ig}{2M\sqrt{2}}\phi^-\left(m^\lambda_d(\bar d^\lambda_j C^\dagger_{\lambda\kappa}(1+\gamma^5)u^\kappa_j) - m^\kappa_u(\bar d^\lambda_j C^\dagger_{\lambda\kappa}(1-\gamma^5)u^\kappa_j\right) - \frac{g}{2}\frac{m^\lambda_u}{M}H(\bar u^\lambda_j u^\lambda_j) - \\
\frac{g}{2}\frac{m^\lambda_d}{M}H(\bar d^\lambda_j d^\lambda_j) + \frac{ig}{2}\frac{m^\lambda_u}{M}\phi^0(\bar u^\lambda_j\gamma^5u^\lambda_j) - \frac{ig}{2}\frac{m^\lambda_d}{M}\phi^0(\bar d^\lambda_j\gamma^5 d^\lambda_j) + \bar G^a\partial^2G^a + g_sf^{abc}\partial_\mu\bar G^a G^b g^c_\mu + \\
\bar X^+(\partial^2-M^2)X^+ + \bar X^-(\partial^2-M^2)X^- + \bar X^0(\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2})X^0 + \bar Y\partial^2 Y + igc_wW^+_\mu(\partial_\mu\bar X^0X^- - \\
\partial_\mu\bar X^+X^0) + igs_wW^+_\mu(\partial_\mu\bar YX^- - \partial_\mu\bar X^+Y) + igc_wW^-_\mu(\partial_\mu\bar X^-X^0 - \\
\partial_\mu\bar X^0X^+) + igs_wW^-_\mu(\partial_\mu\bar X^-Y - \partial_\mu\bar YX^+) + igc_wZ^0_\mu(\partial_\mu\bar X^+X^+ - \\
\partial_\mu\bar X^-X^-) + igs_wA_\mu(\partial_\mu\bar X^+X^+ - \\
\partial_\mu\bar X^-X^-) - \frac{1}{2} gM\left(\bar X^+X^+H + \bar X^-X^-H + \frac{1}{c_w^2}\bar X^0X^0H\right) + \frac{1-2c_w^2}{2c_w}igM\left(\bar X^+X^0\phi^+ - \bar X^-X^0\phi^-\right) + \\
\frac{1}{2c_w}igM\left(\bar X^0X^-\phi^+ - \bar X^0X^+\phi^-\right) + igMs_w\left(\bar X^0X^-\phi^+ - \bar X^0X^+\phi^-\right) + \\
\frac{1}{2}igM\left(\bar X^+X^+\phi^0 - \bar X^-X^-\phi^0\right) .
\end{gathered}
$$

A Standard Modell mezői

Particle quest sprites. Source: André-Pierre Olivier,
https://cds.cern.ch/record/1473657

A Standard Modell mezői



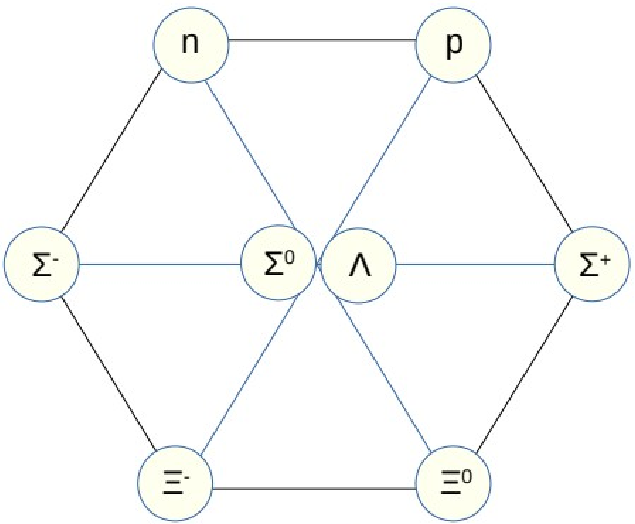
Particle quest sprites. Source: André-Pierre Olivier, https://cds.cern.ch/record/1473657

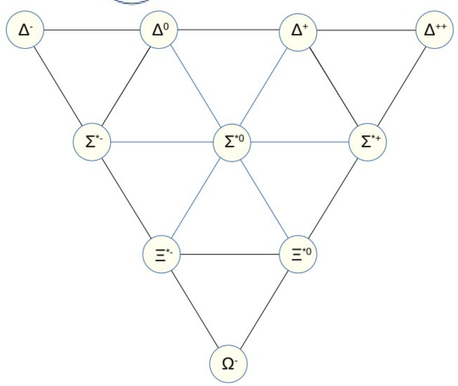
Kvarkokból álló részecskék

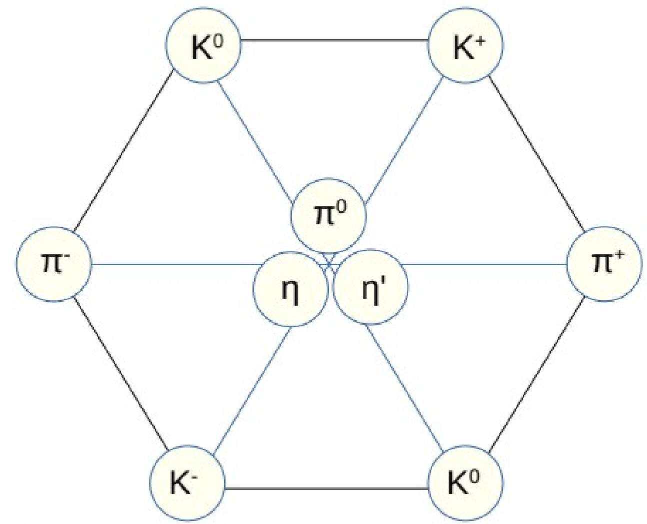
Hadronok: kvarkok vannak benne

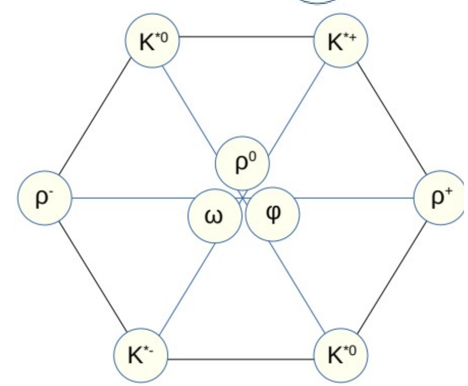
Barionok: kvark-kvark-kvark

Mezonok: kvark-antikvark



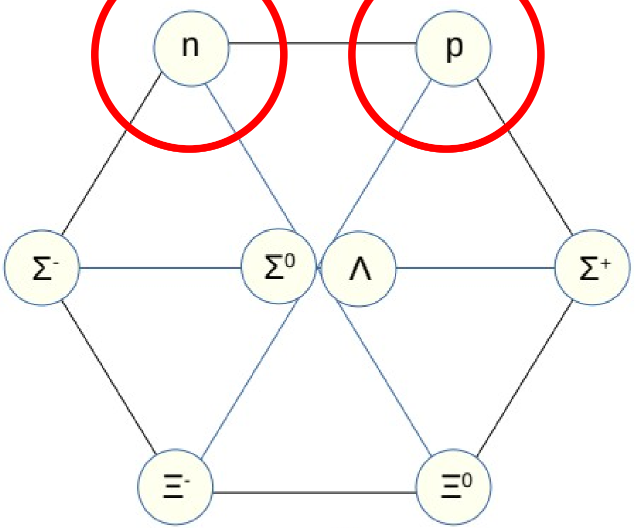


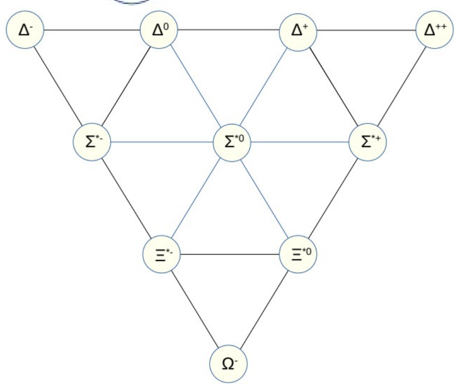




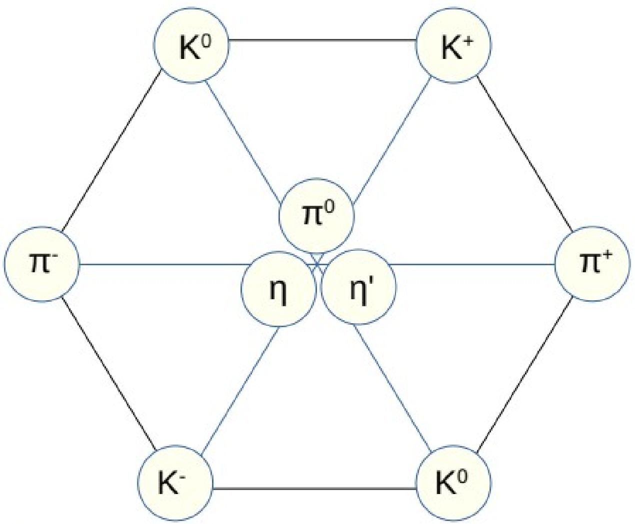
Hadronok: kvarkok vannak benne

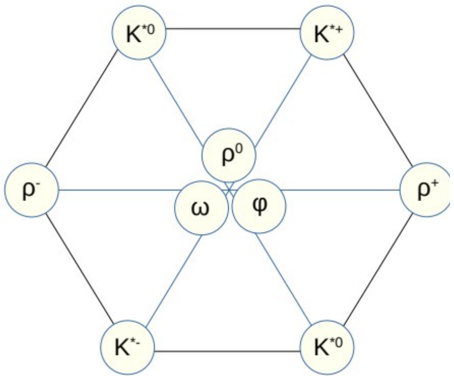
Barionok: kvark-kvark-kvark





Mezonok: kvark-antikvark



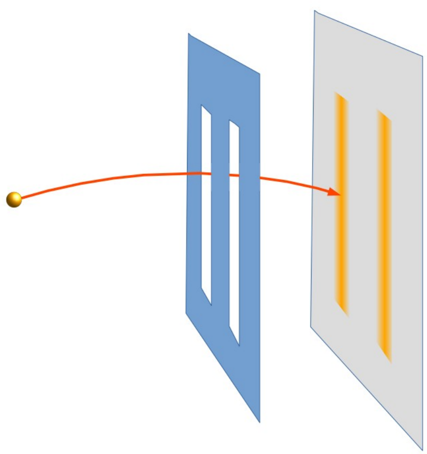


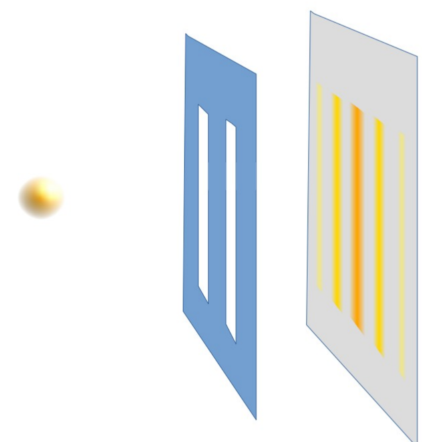
Periódusos rendszer

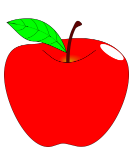
Group → / Period ↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H																	2 He
2	3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6	55 Cs	56 Ba	* 71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7	87 Fr	88 Ra	** 103 Lr	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Nh	114 Fl	115 Mc	116 Lv	117 Ts	118 Og
			* 57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb		
			** 89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No		

Kvantummechanika

- Az egészen parányi dolgok gyökeresen másként viselkednek, mint ahogy azt várnánk
  - A klasszikus mechanikában a mozgó testeknek van pályája
  - A kvantummechanikában ez legfeljebb közelítés. Helyette a hullámfüggvény írja le a megtalálás valószínűségét.







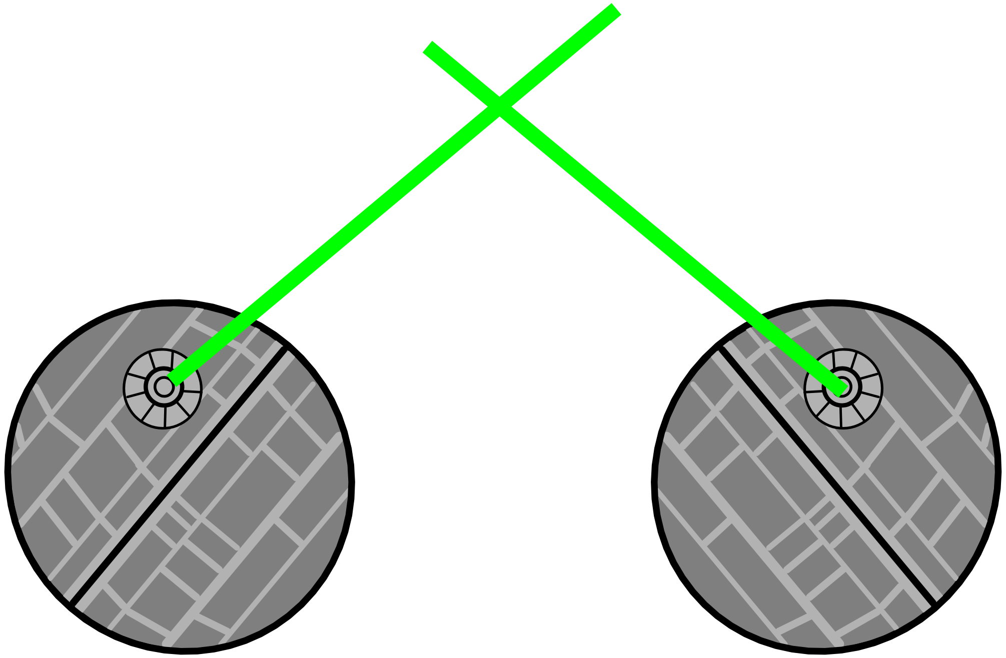
$$m \frac{\Delta \vec{v}(t)}{\Delta t} = \vec{F}$$

$$i\hbar \frac{\Delta \psi(\vec{r},t)}{\Delta t} = \hat{H}\, \psi(\vec{r},t)$$

Szabad mezők

“Szabad” mezők elmélete

- Mi történik, ha két Halálcsillag sugara keresztezi egymást?

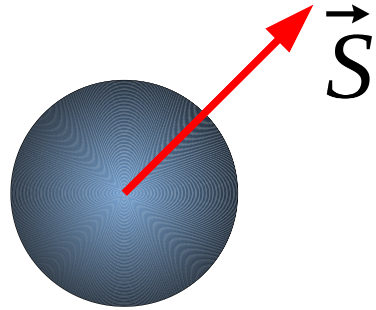


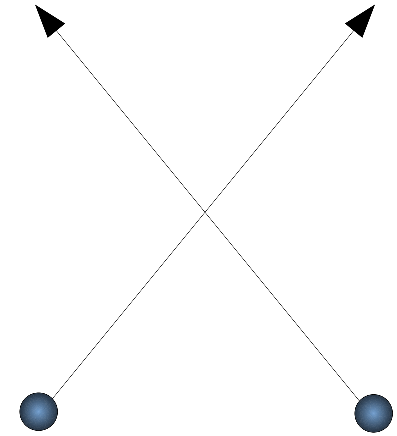
Ha közönséges fényből áll a sugár, gyakorlatilag semmi!

A fotonok egyszerűen átrepülnek egymáson

Majdnem szabad mezők

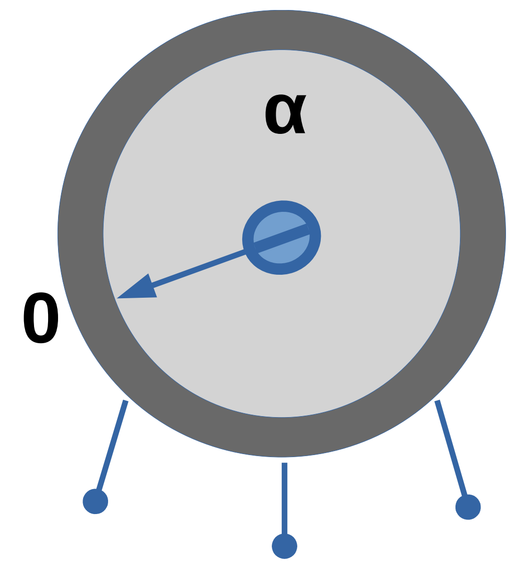
$$\vec{M} = g\,\mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$





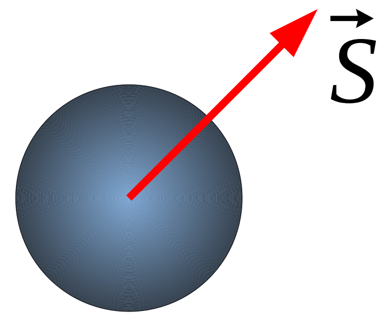
Csatolási állandó: $\alpha = 0:$

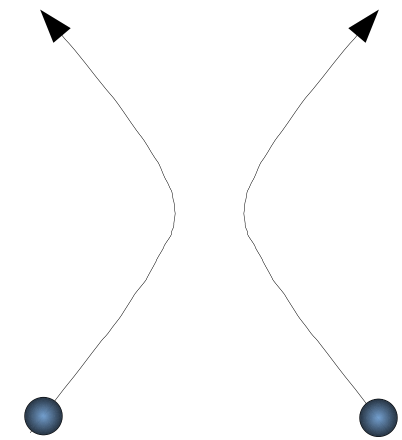
$$g = 2.00000000000000$$



Majdnem szabad mezők

$$\vec{M} = g\,\mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$





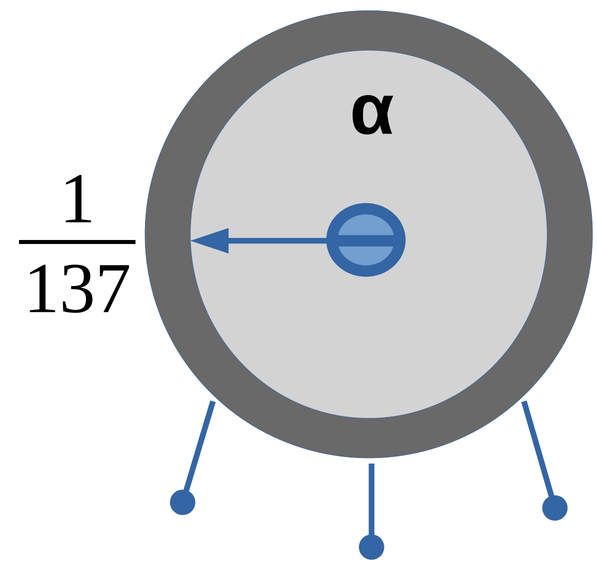
Csatolási állandó: $\alpha = \dfrac{1}{137.035\ldots}$:

Perturbációszámítás

$$g = 2.00231930436328(153)$$

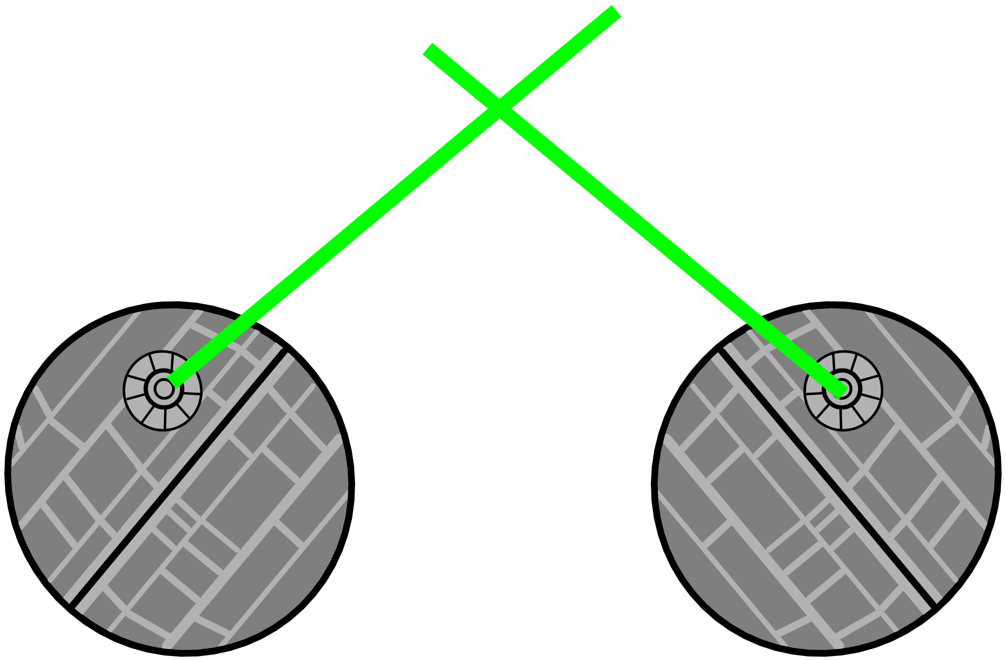
$$g = 2.00231930436146(56)$$

Kísérlet



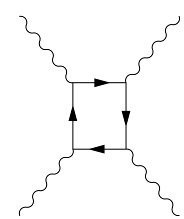
Majdnem szabad mezők

- Mi történik, ha két Halálcsillag sugara keresztezi egymást?



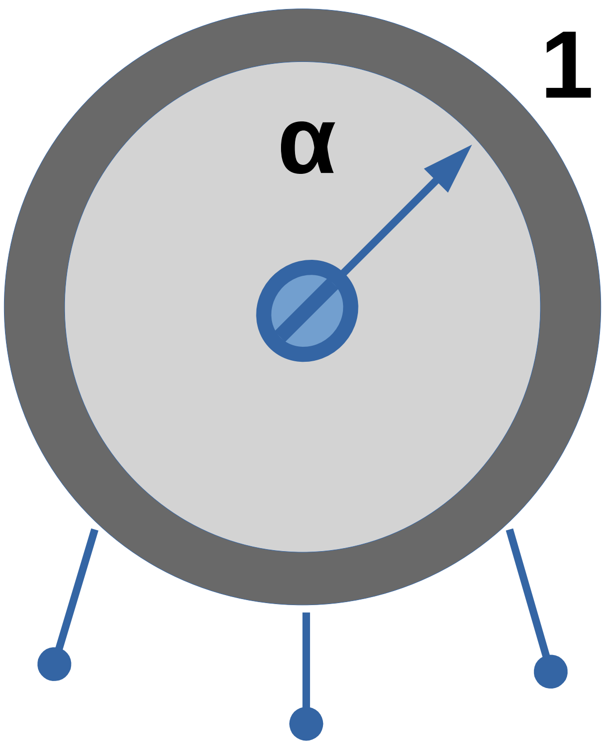
Ha közönséges fényből áll a sugár, gyakorlatilag semmi!

A fotonok egyszerűen átrepülnek egymáson



$E=2*10^{32}$ J,
t=1 s, d=1 km,
$\lambda=550$ nm

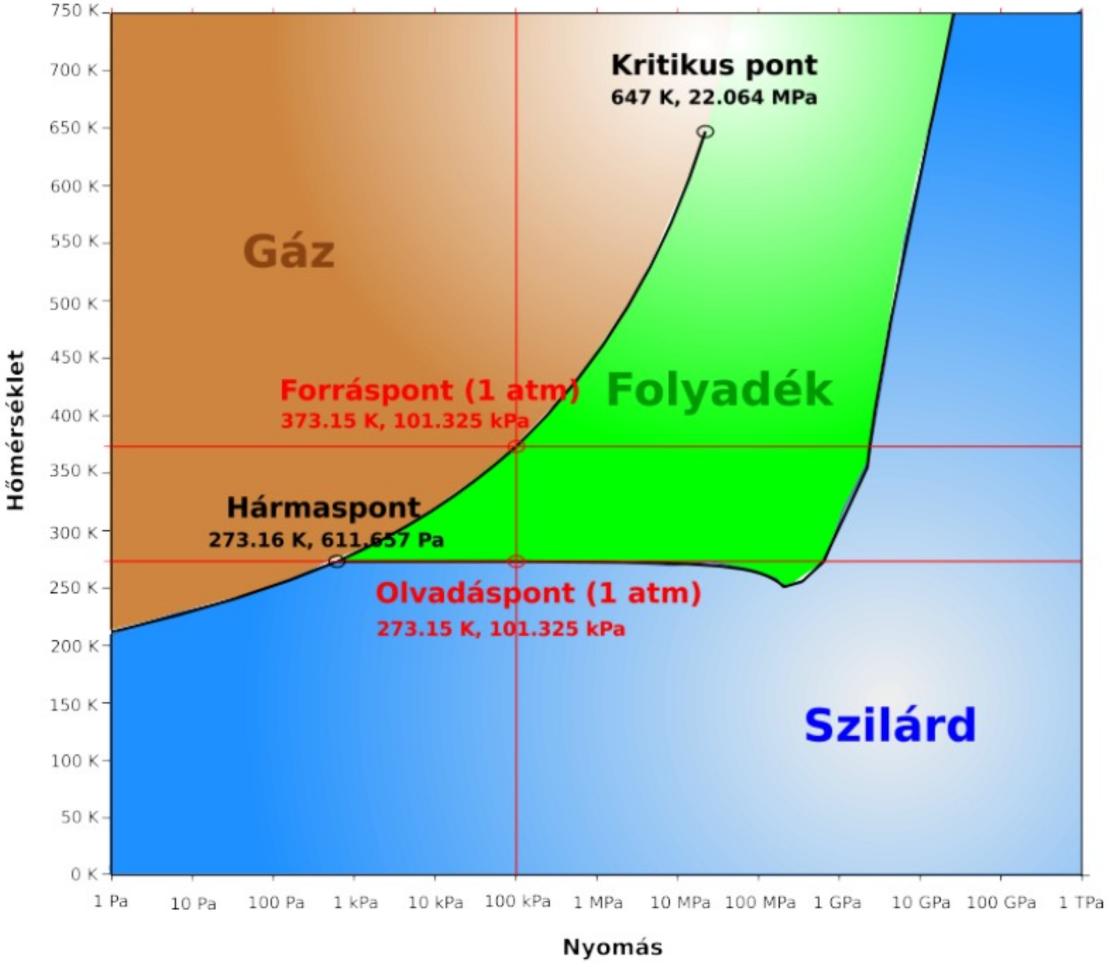
$N\sim10^{51}$ db
$N_{kh}/N\sim4*10^{-27}$


α
1

Víz

Fázisdiagram: víz

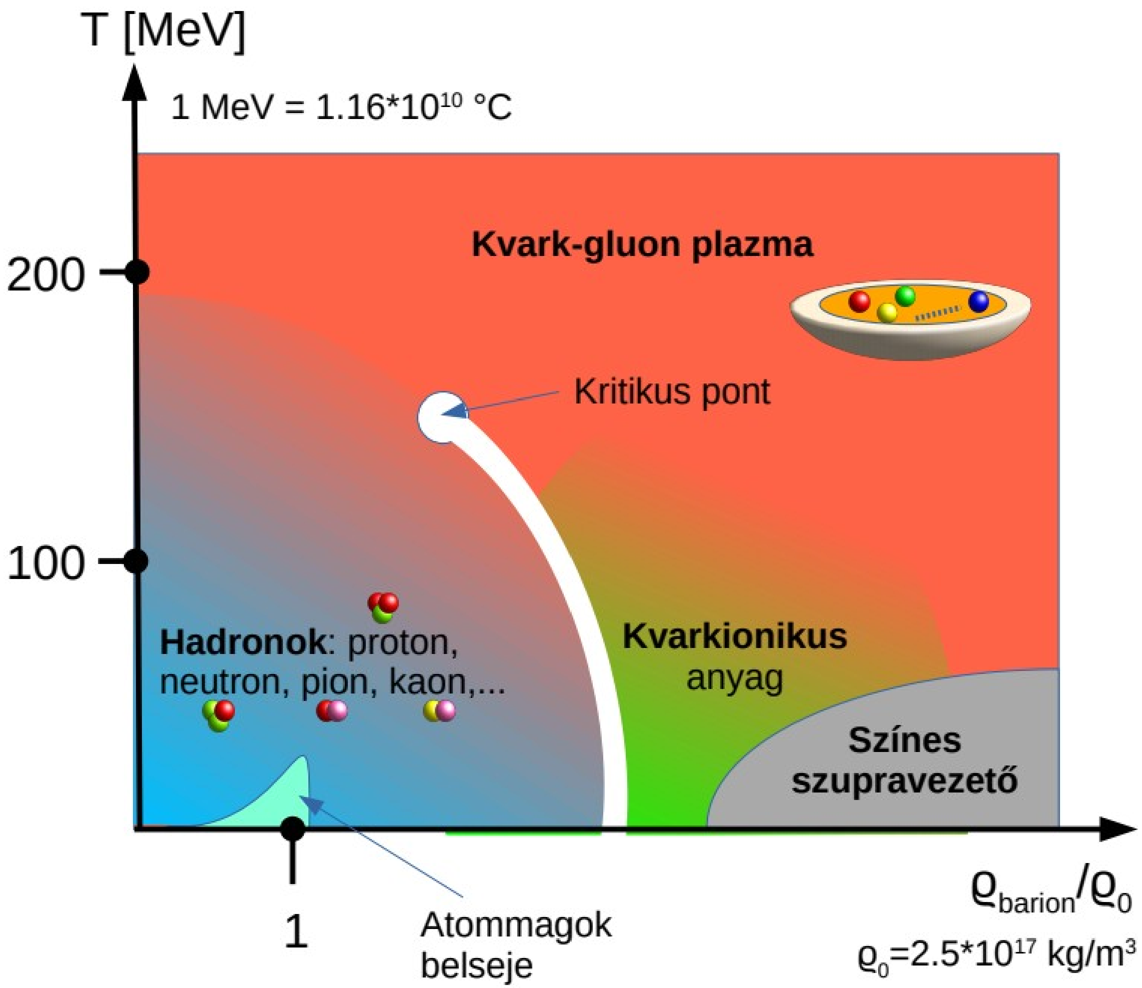
- Víz



Erős kölcsönhatás

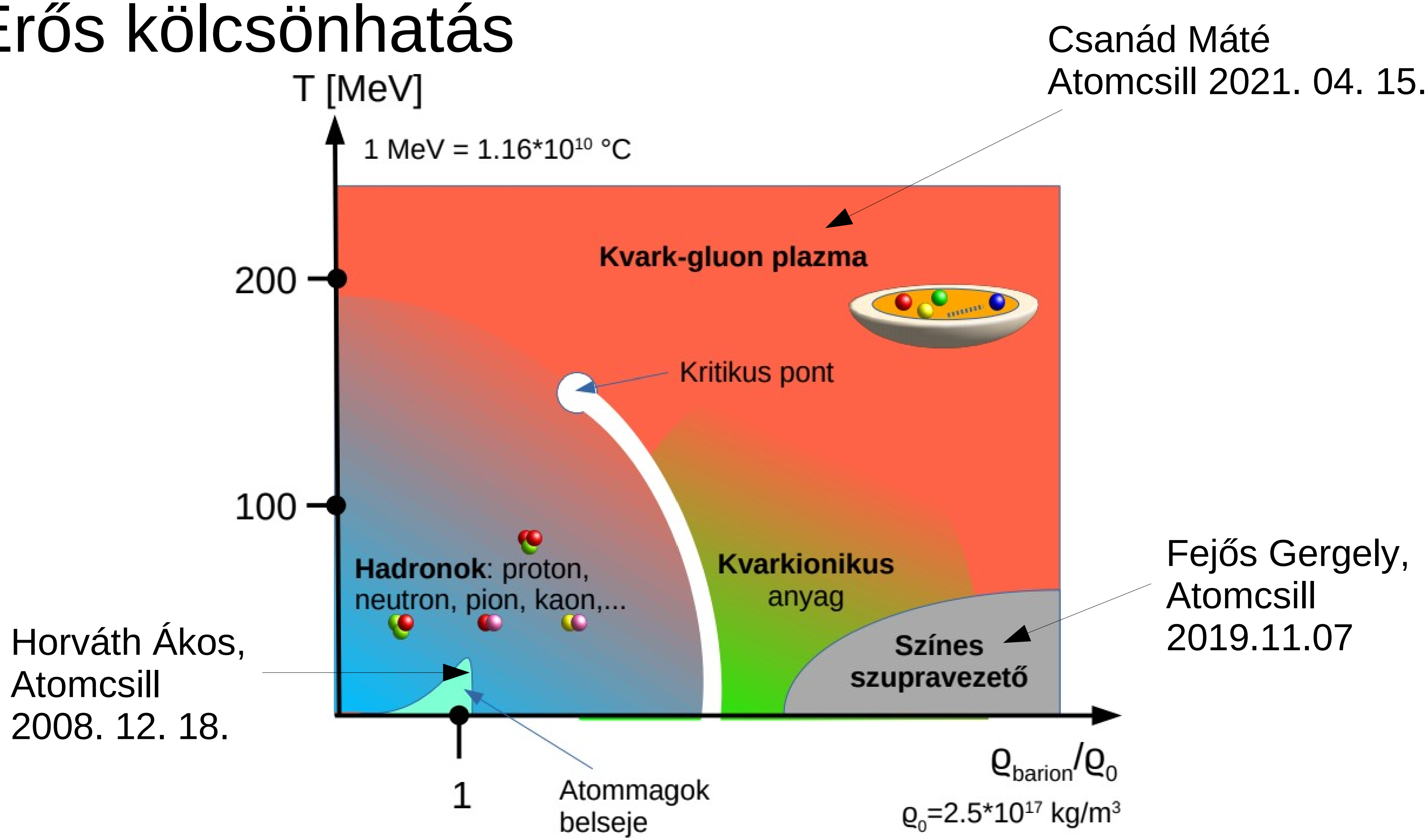
Fázisdiagram: QCD

- Erős kölcsönhatás

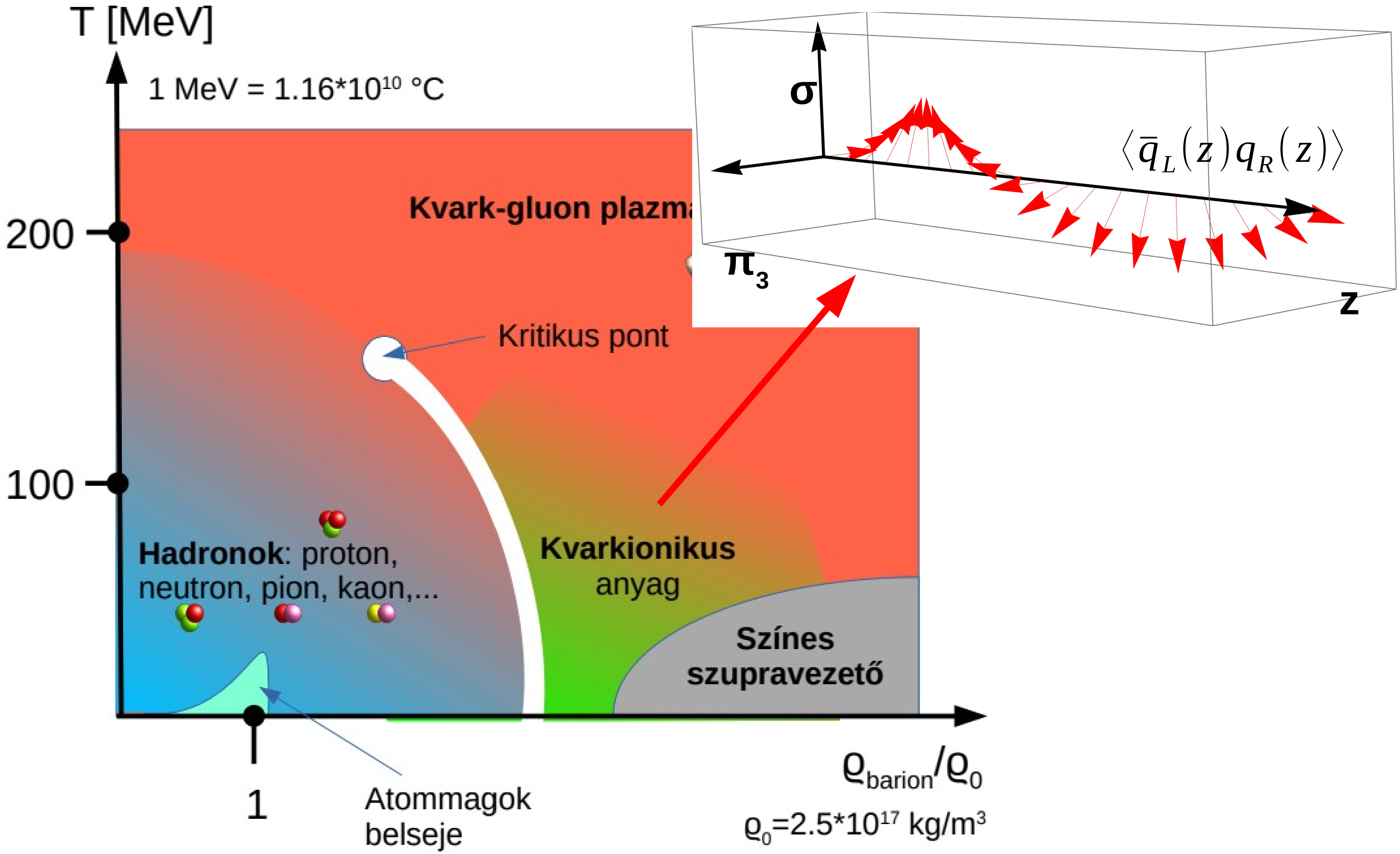


Fázisdiagram: QCD

- Erős kölcsönhatás



- Erős kölcsönhatás

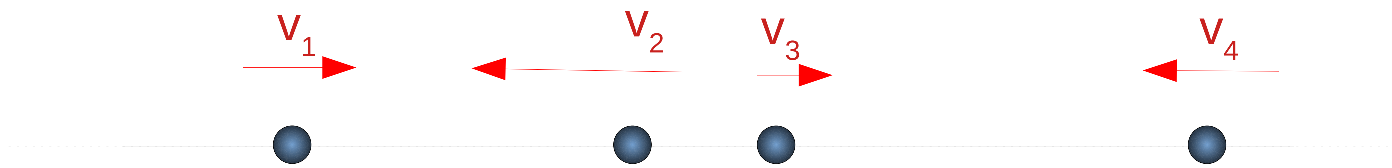


Játékmodell

φ^4 modell

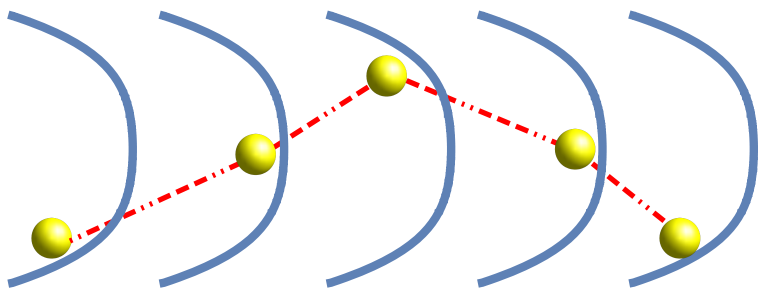
Egyszerű játékmodell

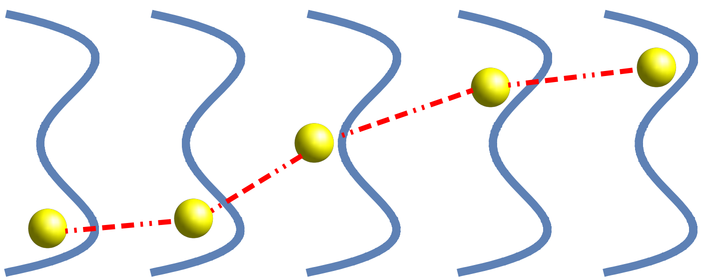
Játék-Univerzum:



Két változat

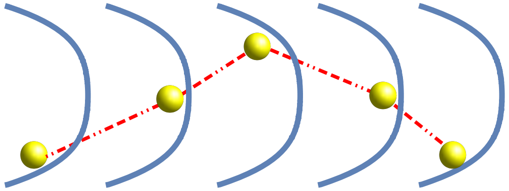
$$(\hbar = c = 1)$$



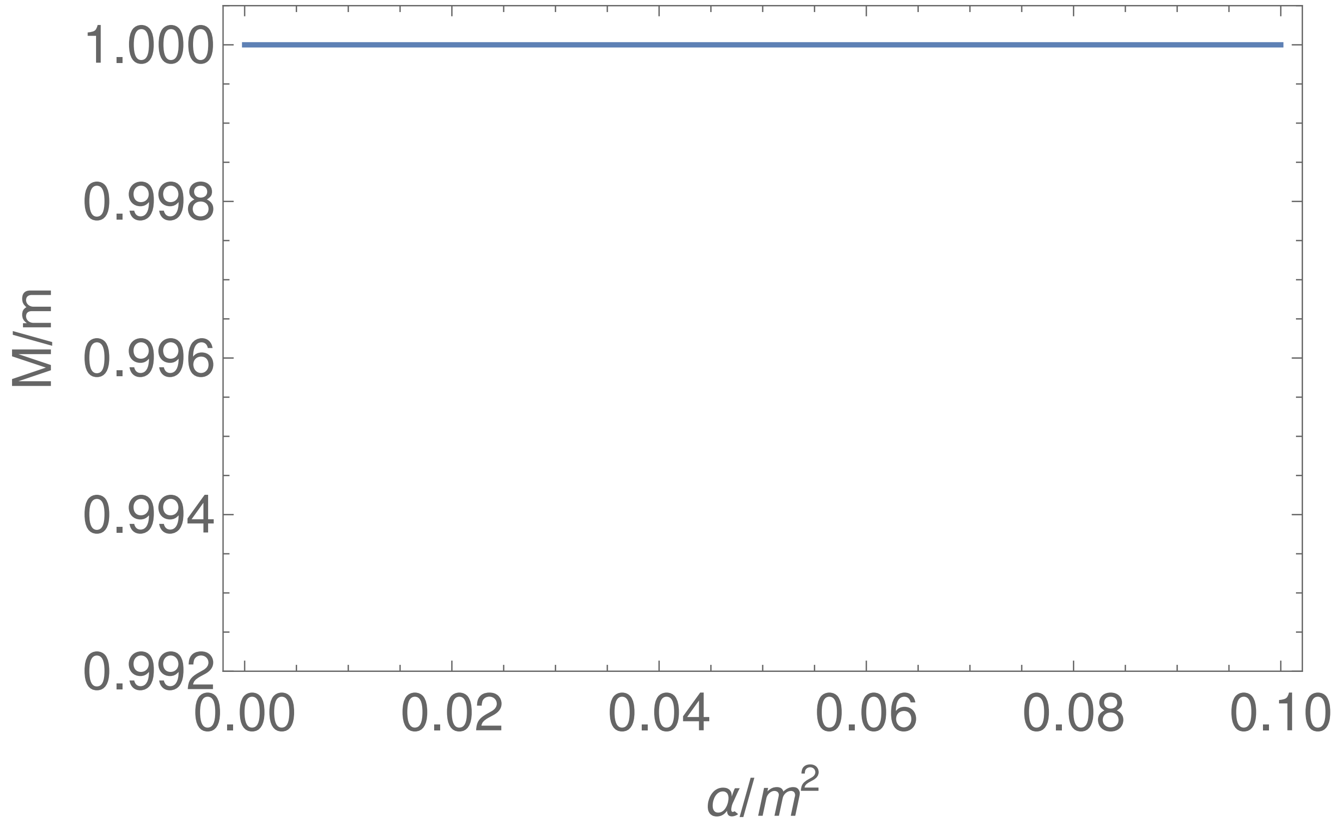


$$\hat{H} = \hat{H}_{kin} + \Delta x \sum_x \frac{m^2}{2} \varphi_x^2 + \alpha \varphi_x^4$$

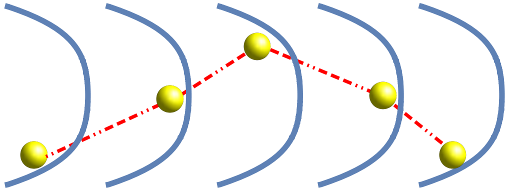
$$\hat{H} = \hat{H}_{kin} + \Delta x \sum_x \left(- \frac{m^2}{4} \right) \varphi_x^2 + \alpha \varphi_x^4$$



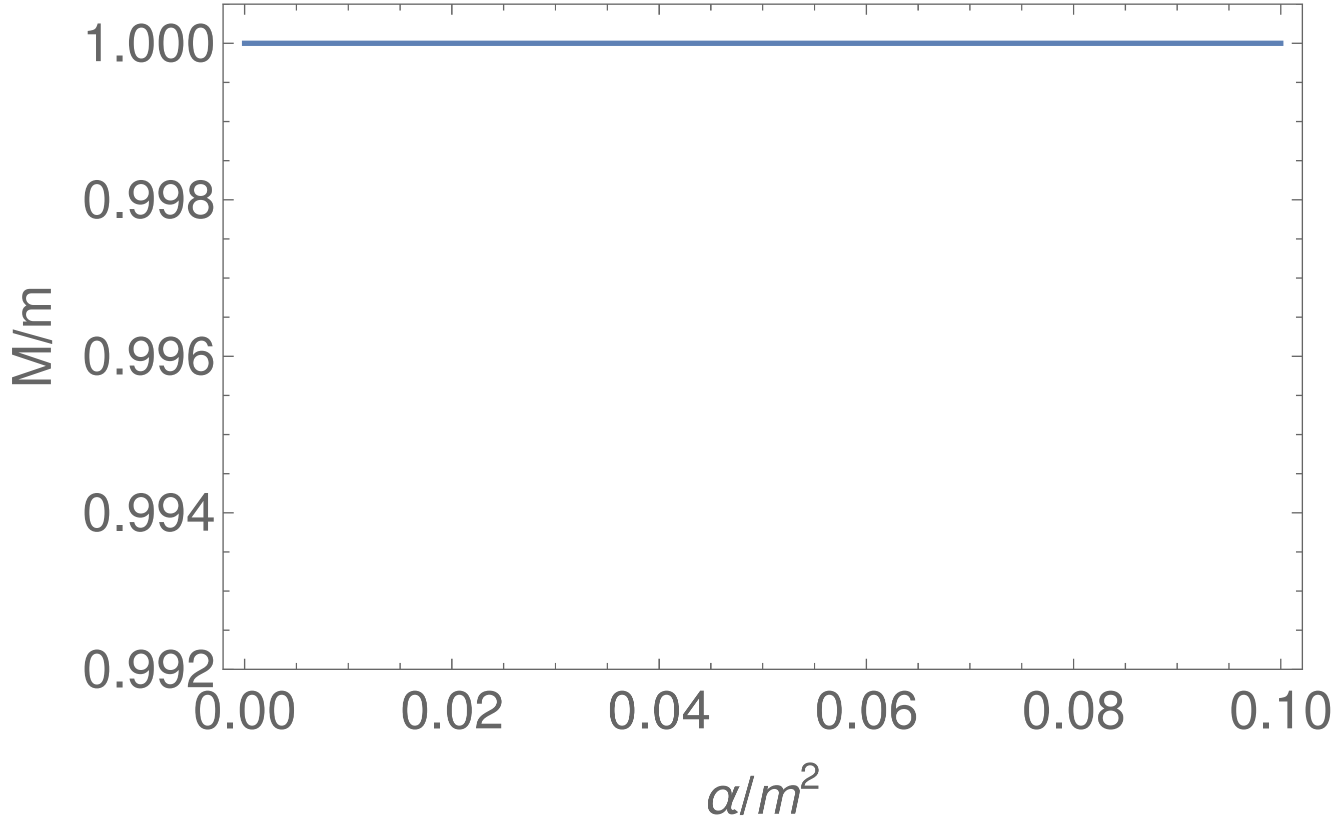
Egyfajta részecske, M tömeg



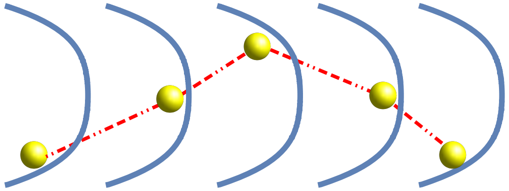
$$\frac{M}{m} = 1 + \ldots$$



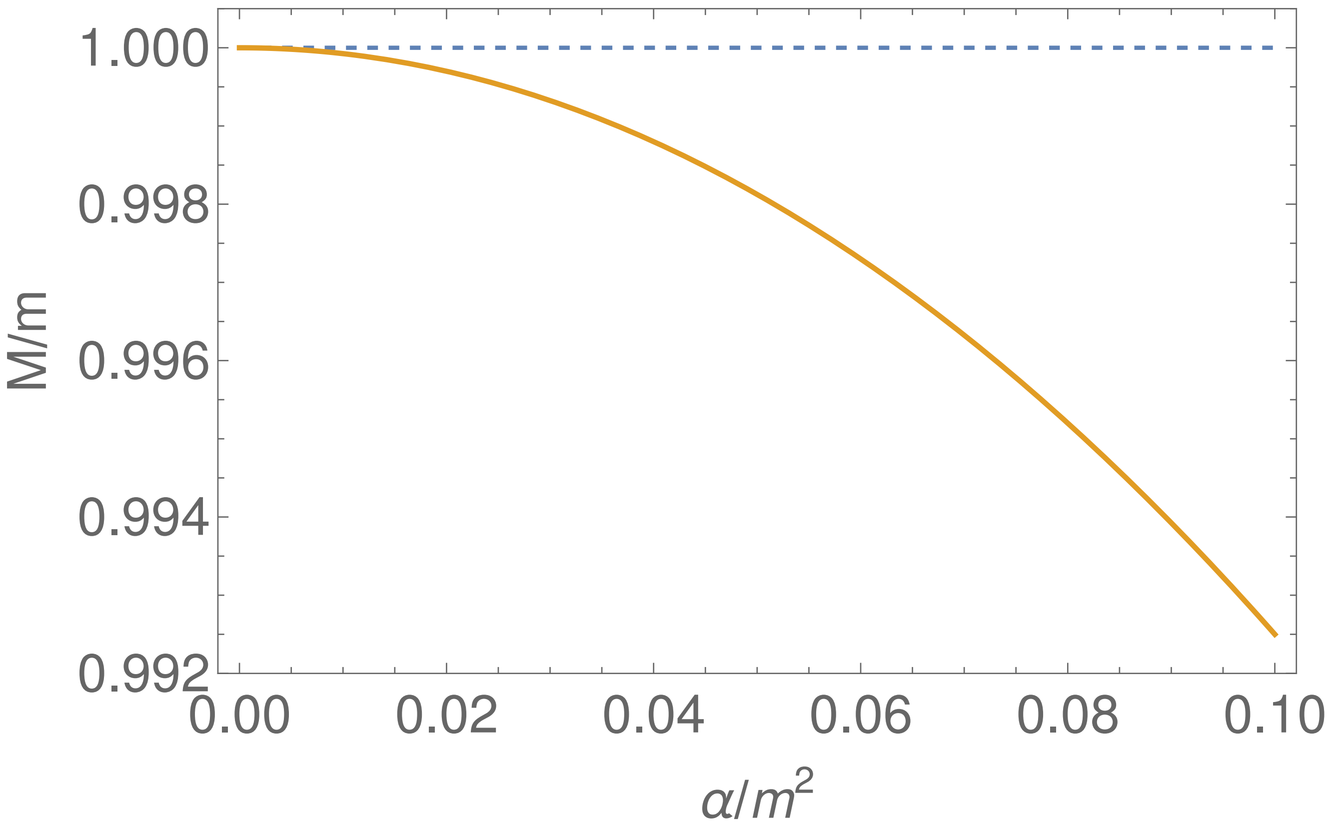
Egyfajta részecske, M tömeg



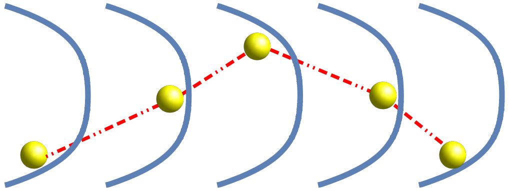
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha + \ldots$$



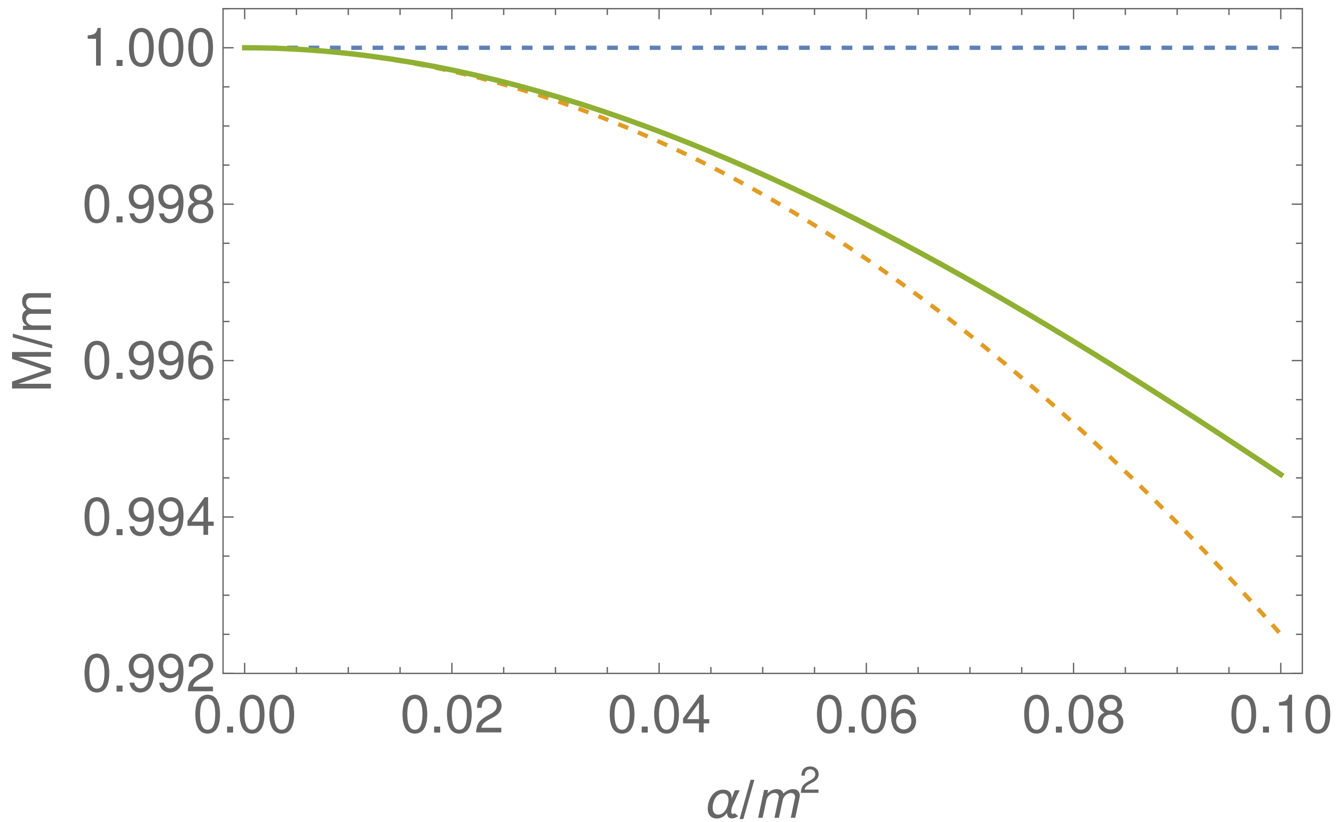
Egyfajta részecske, M tömeg



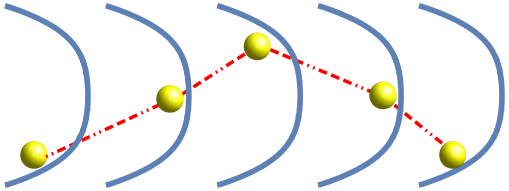
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + \ldots$$



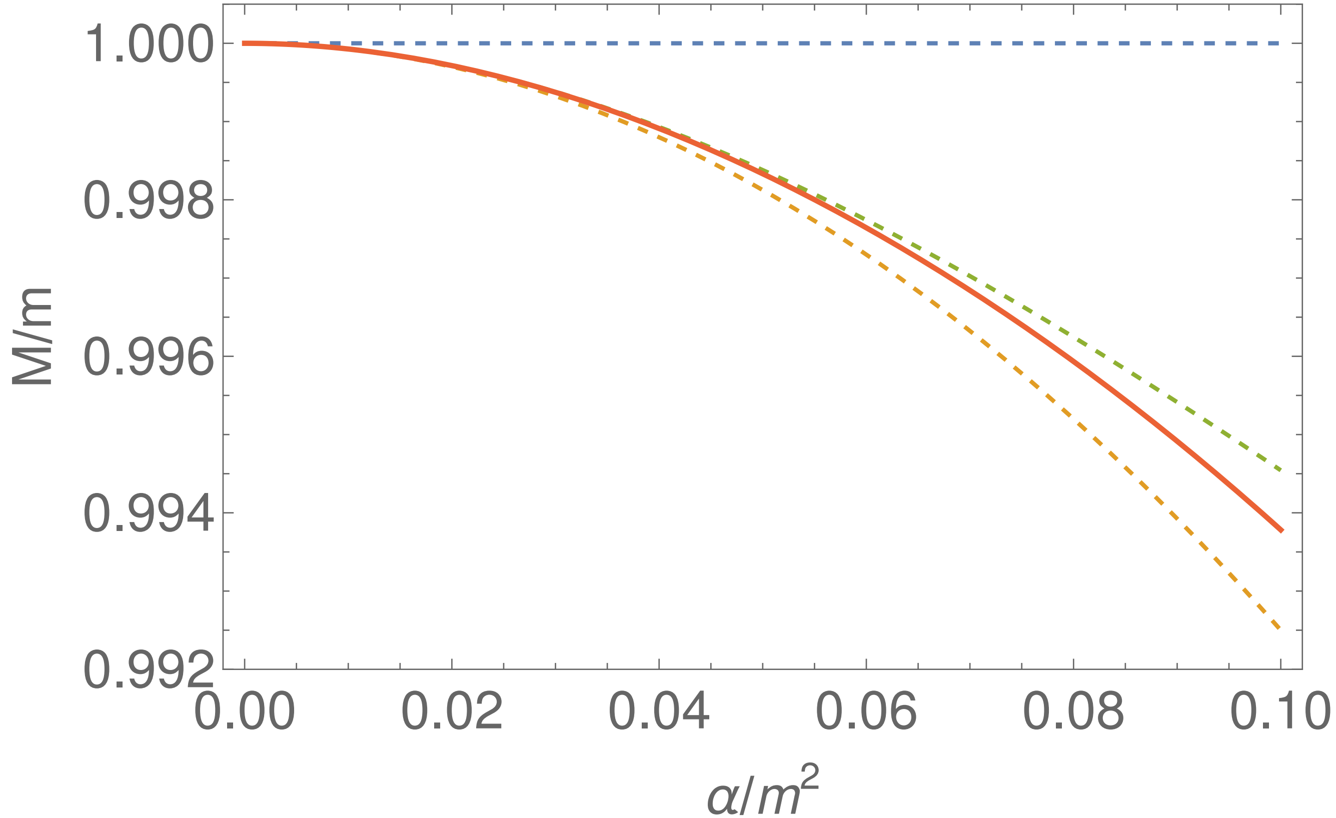
Egyfajta részecske, M tömeg



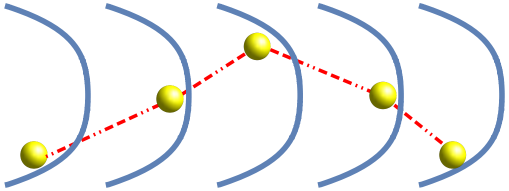
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 + \ldots$$



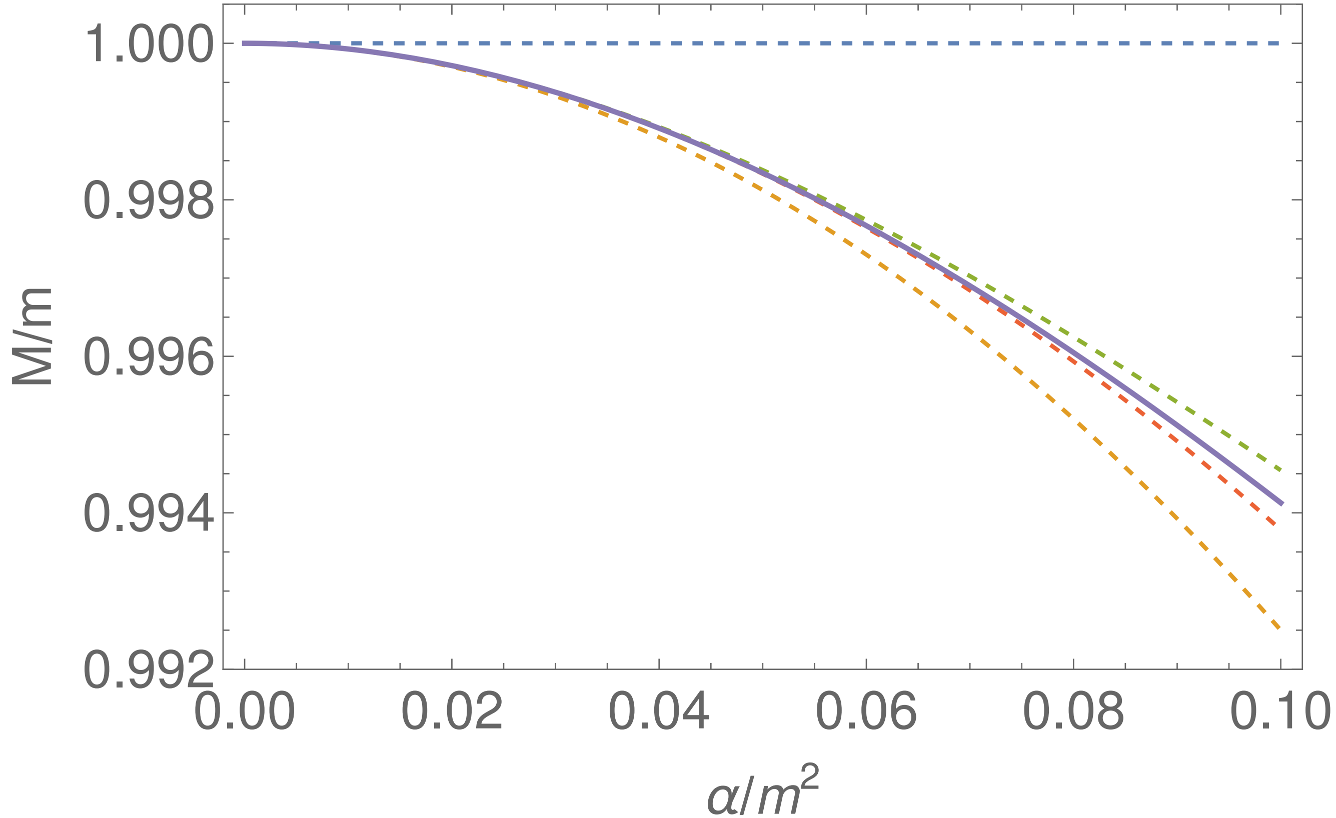
Egyfajta részecske, M tömeg



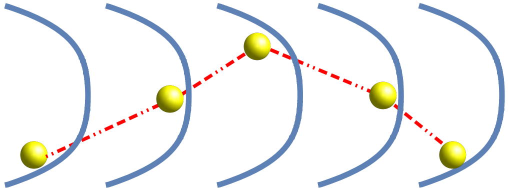
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 - 7.61\,\alpha^4 + \ldots$$



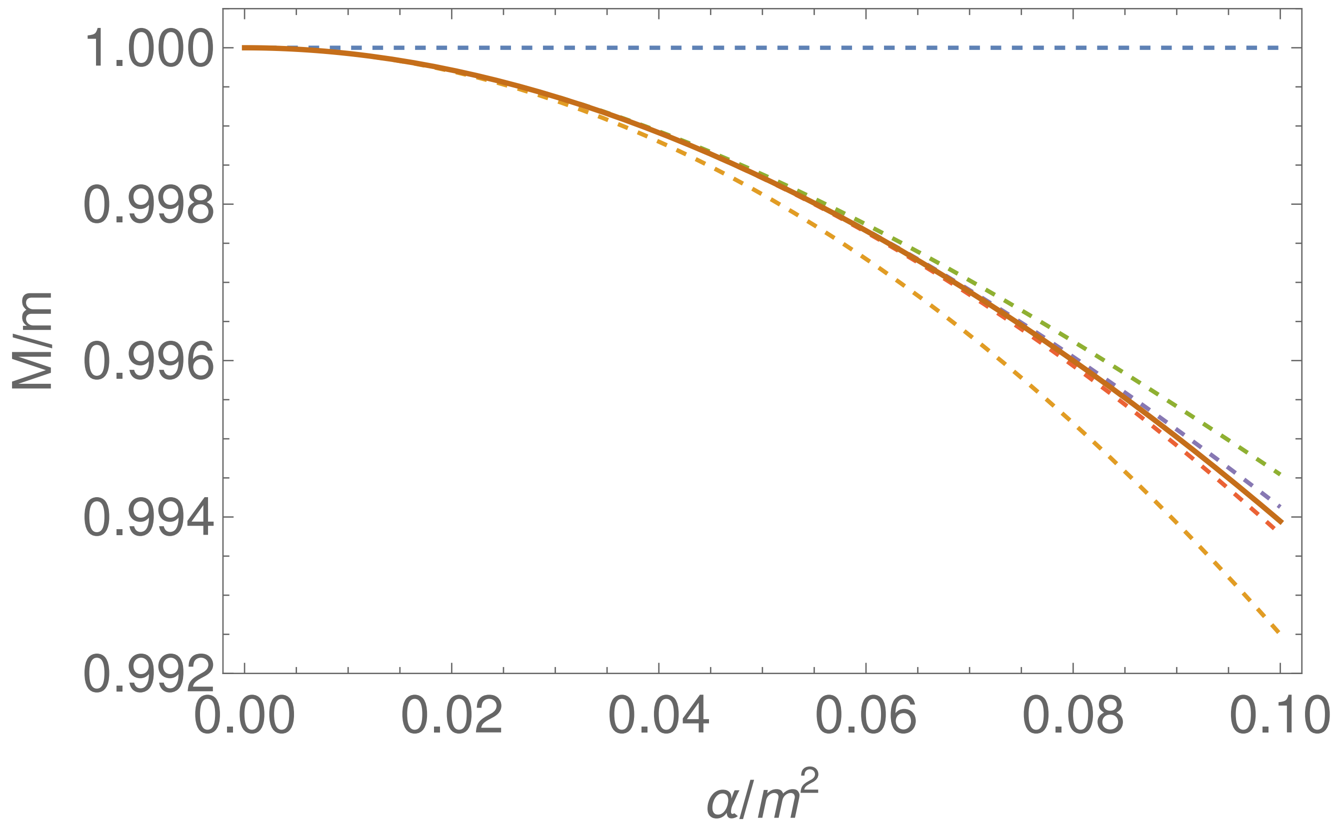
Egyfajta részecske, M tömeg



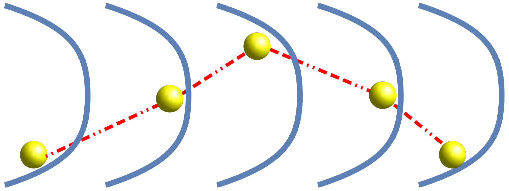
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 - 7.61\,\alpha^4 + 34.52\,\alpha^5 + \ldots$$



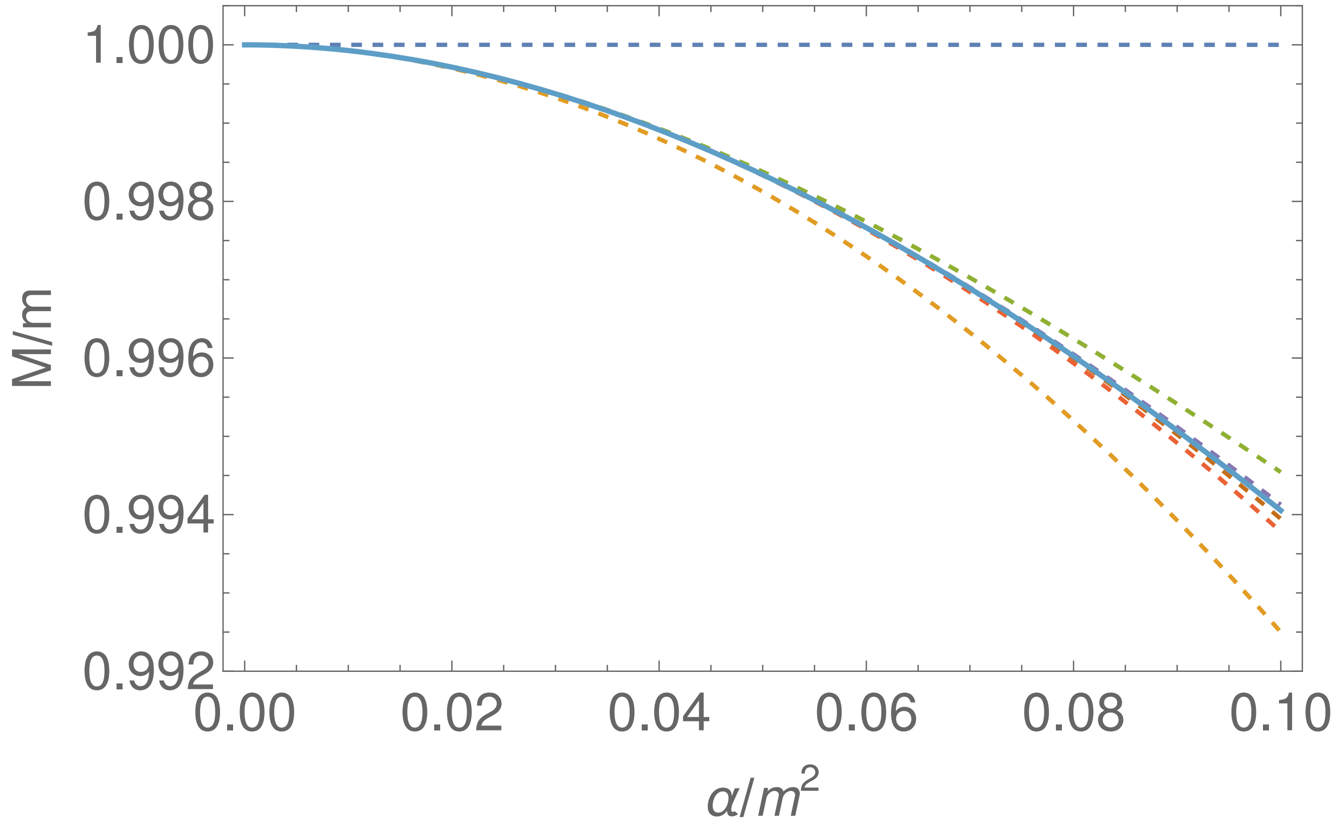
Egyfajta részecske, M tömeg



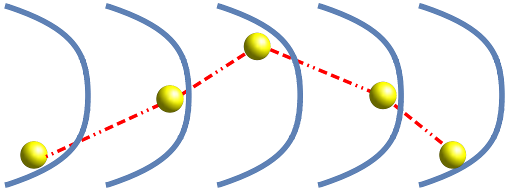
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 - 7.61\,\alpha^4 + 34.52\,\alpha^5 - 181.74\,\alpha^6 + \ldots$$



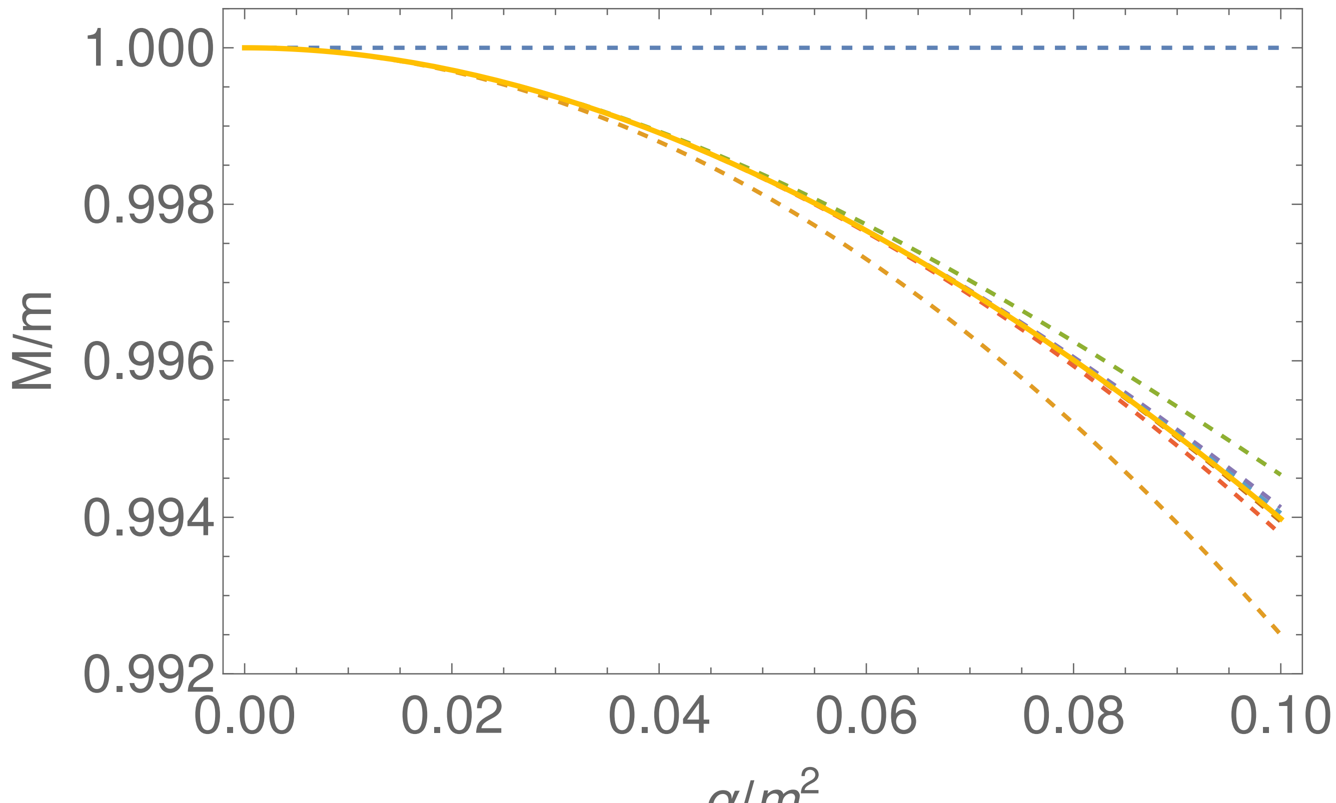
Egyfajta részecske, M tömeg



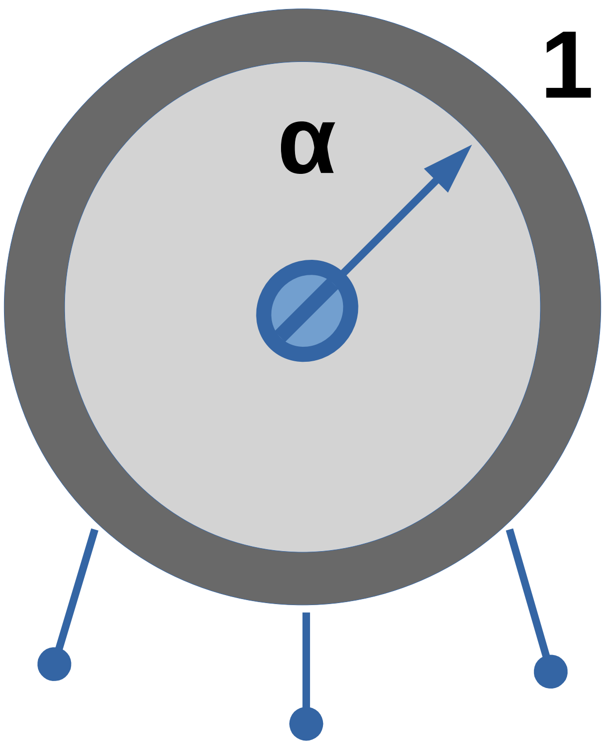
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 - 7.61\,\alpha^4 + 34.52\,\alpha^5 - 181.74\,\alpha^6 + 1080.29\,\alpha^7 + \ldots$$

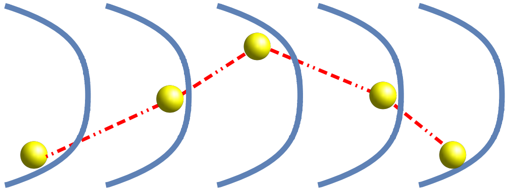


Egyfajta részecske, M tömeg

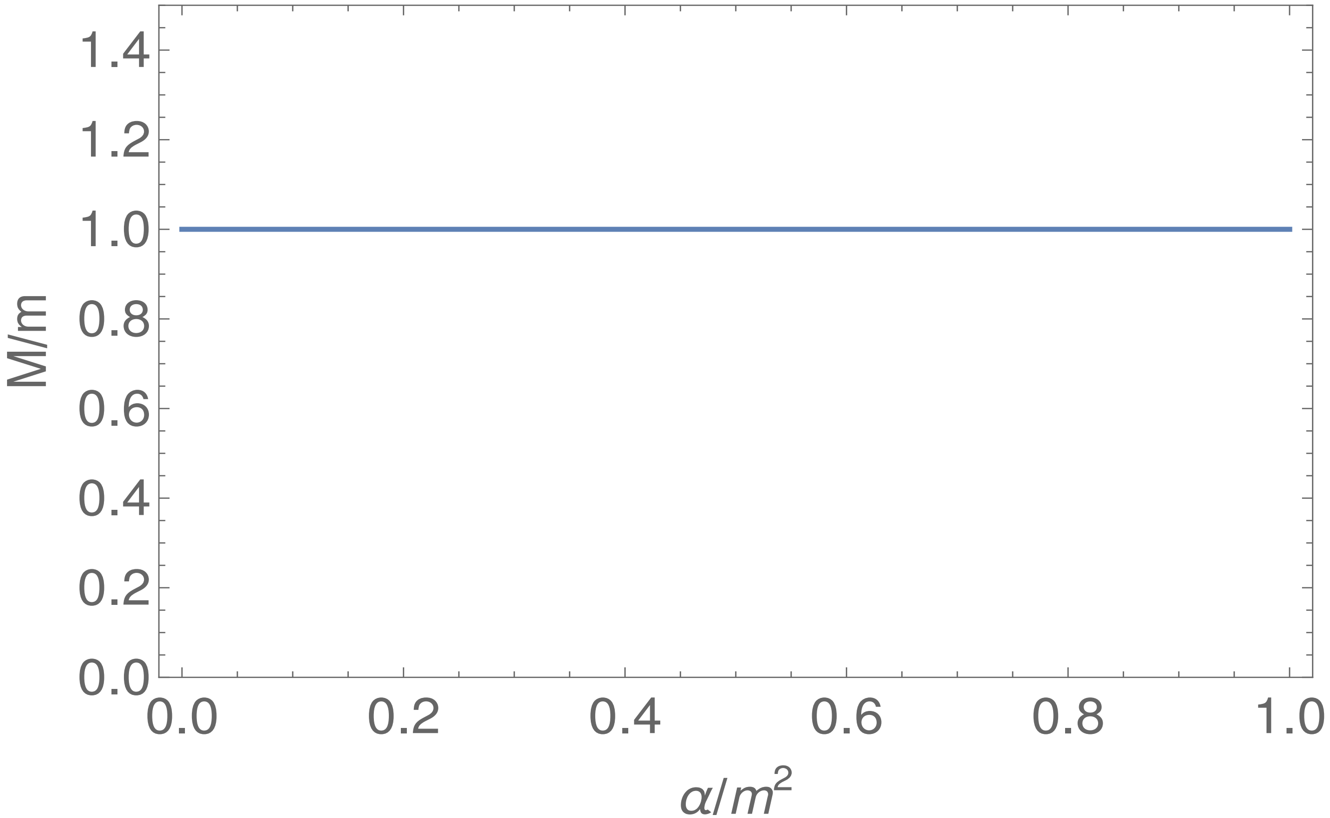


$$\frac{M}{m}=1+0\,\alpha-0.75\,\alpha^2+2.04\,\alpha^3-7.61\,\alpha^4+34.52\,\alpha^5-181.74\,\alpha^6+1080.29\,\alpha^7-7121.29\,\alpha^8+\ldots$$

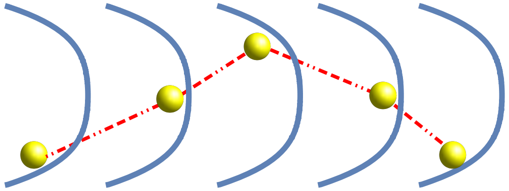

1
α



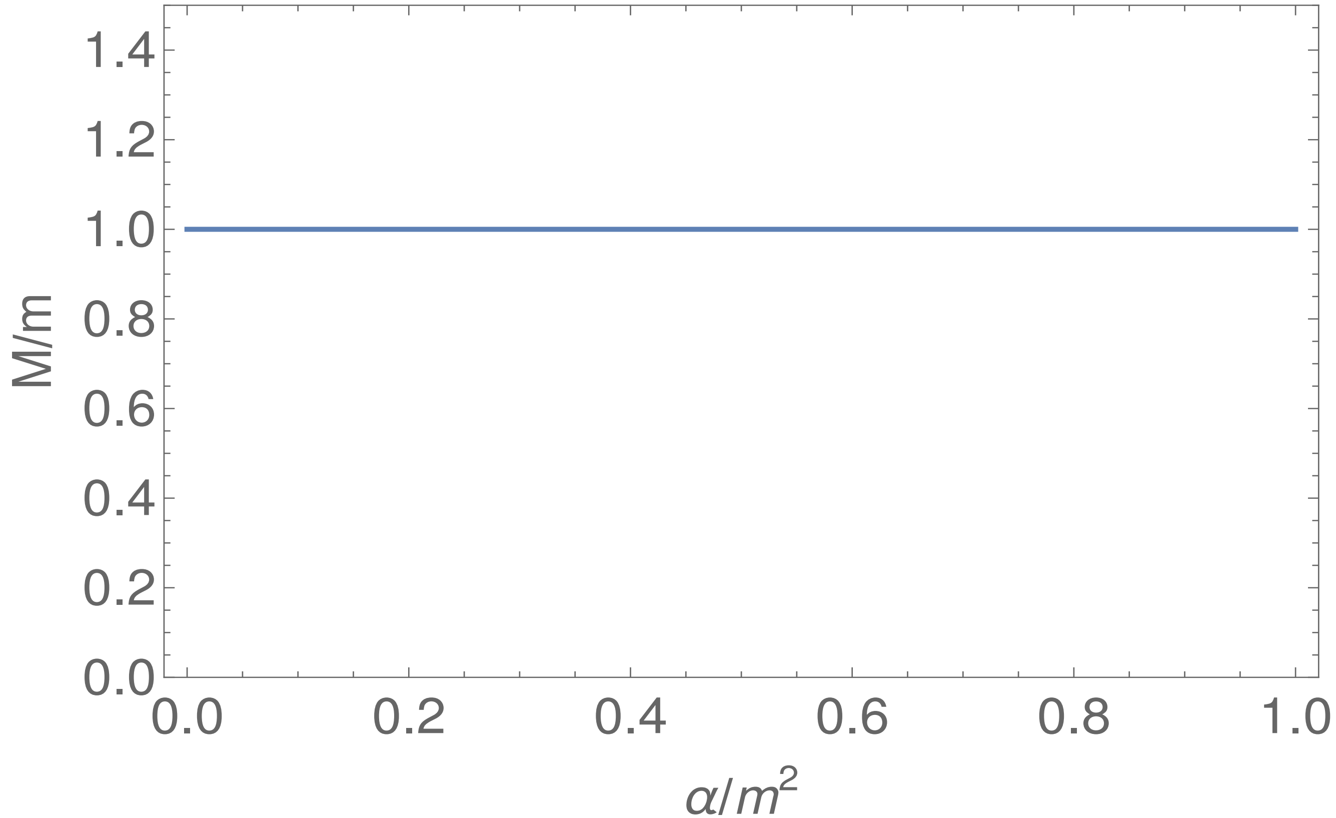
Egyfajta részecske, M tömeg



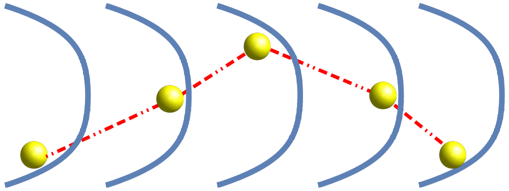
$$\frac{M}{m} = 1 + \ldots$$



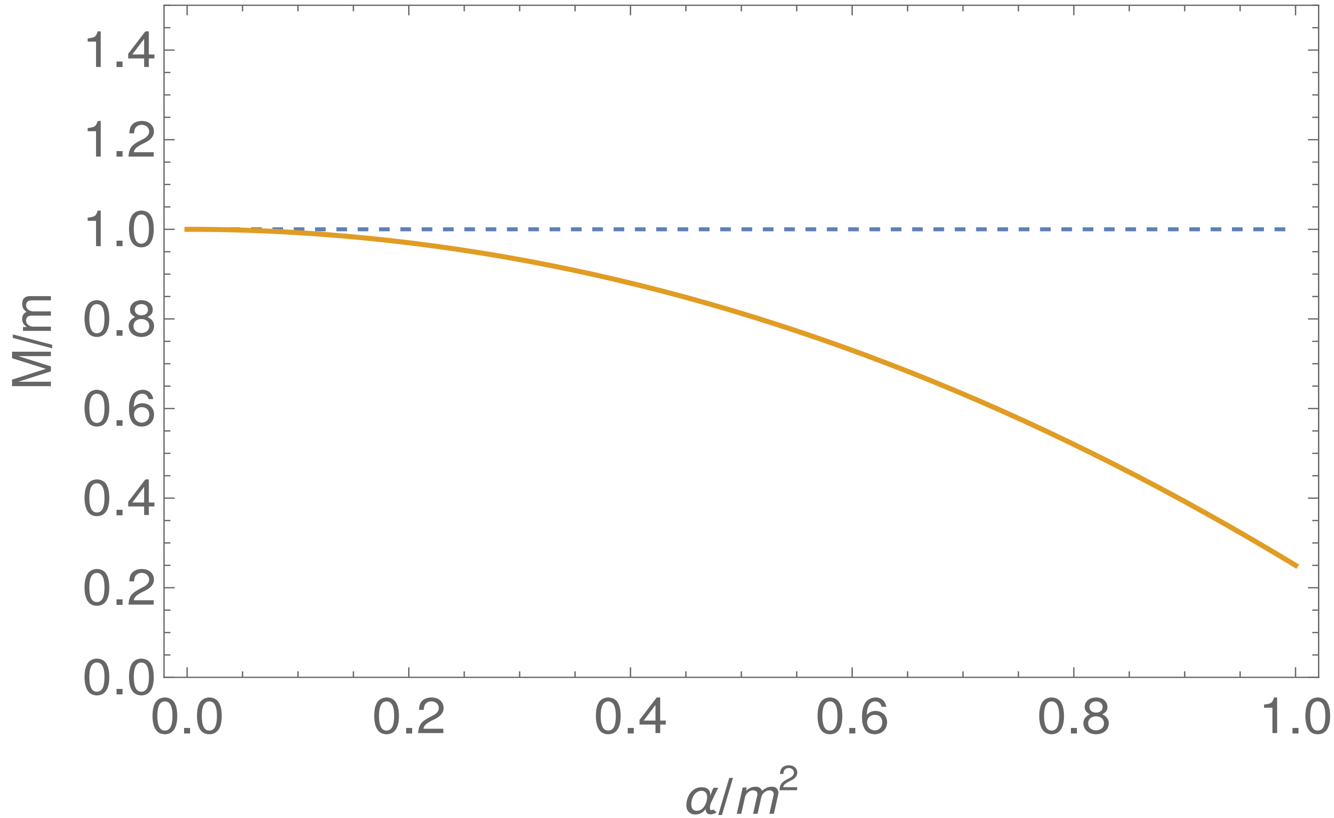
Egyfajta részecske, M tömeg



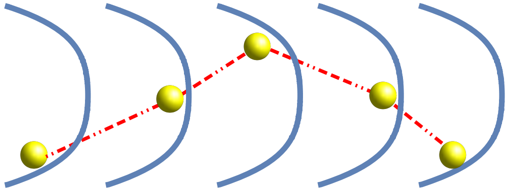
$$\frac{M}{m}=1+0\,\alpha+\ldots$$



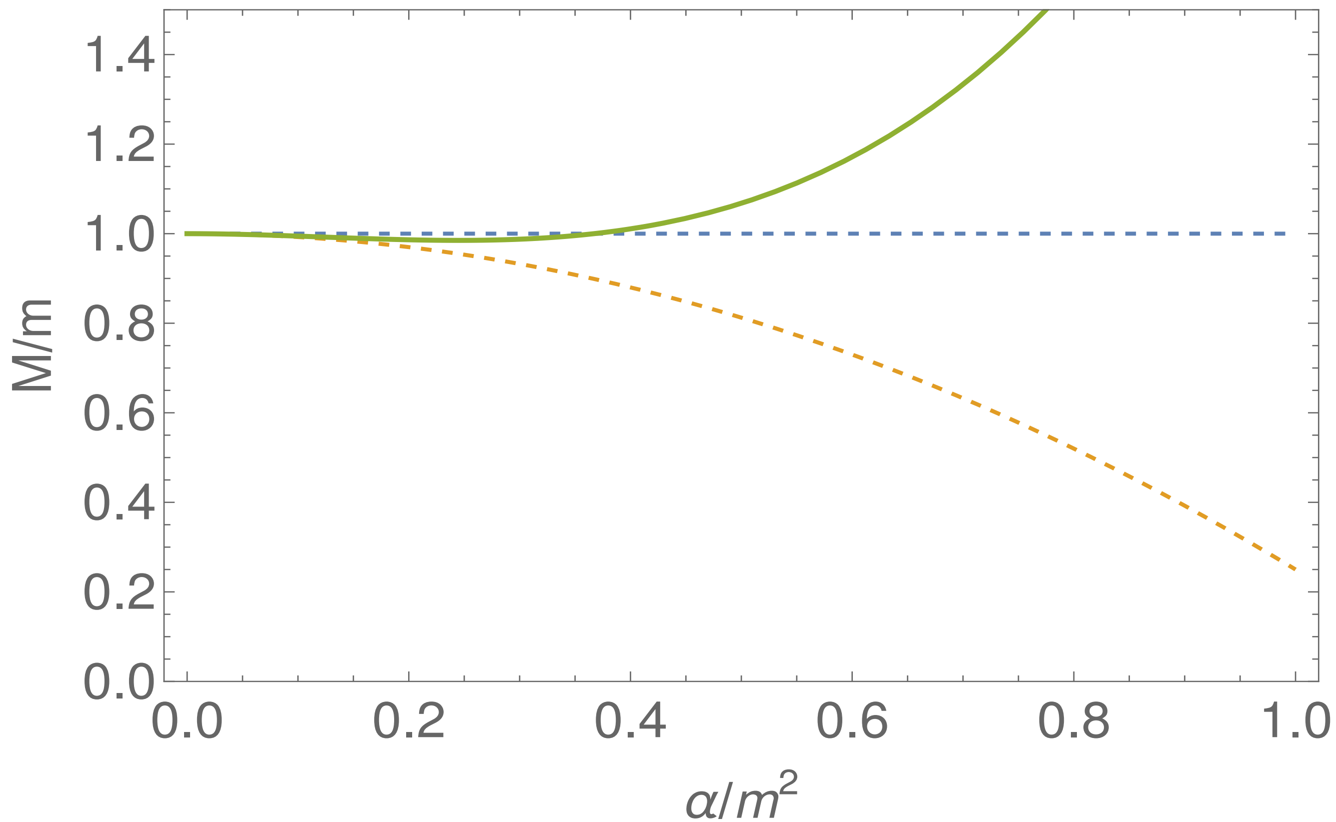
Egyfajta részecske, M tömeg



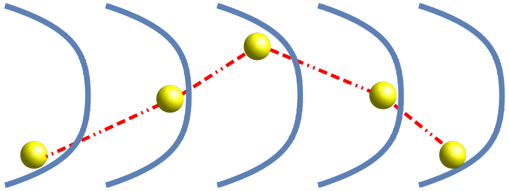
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + \ldots$$



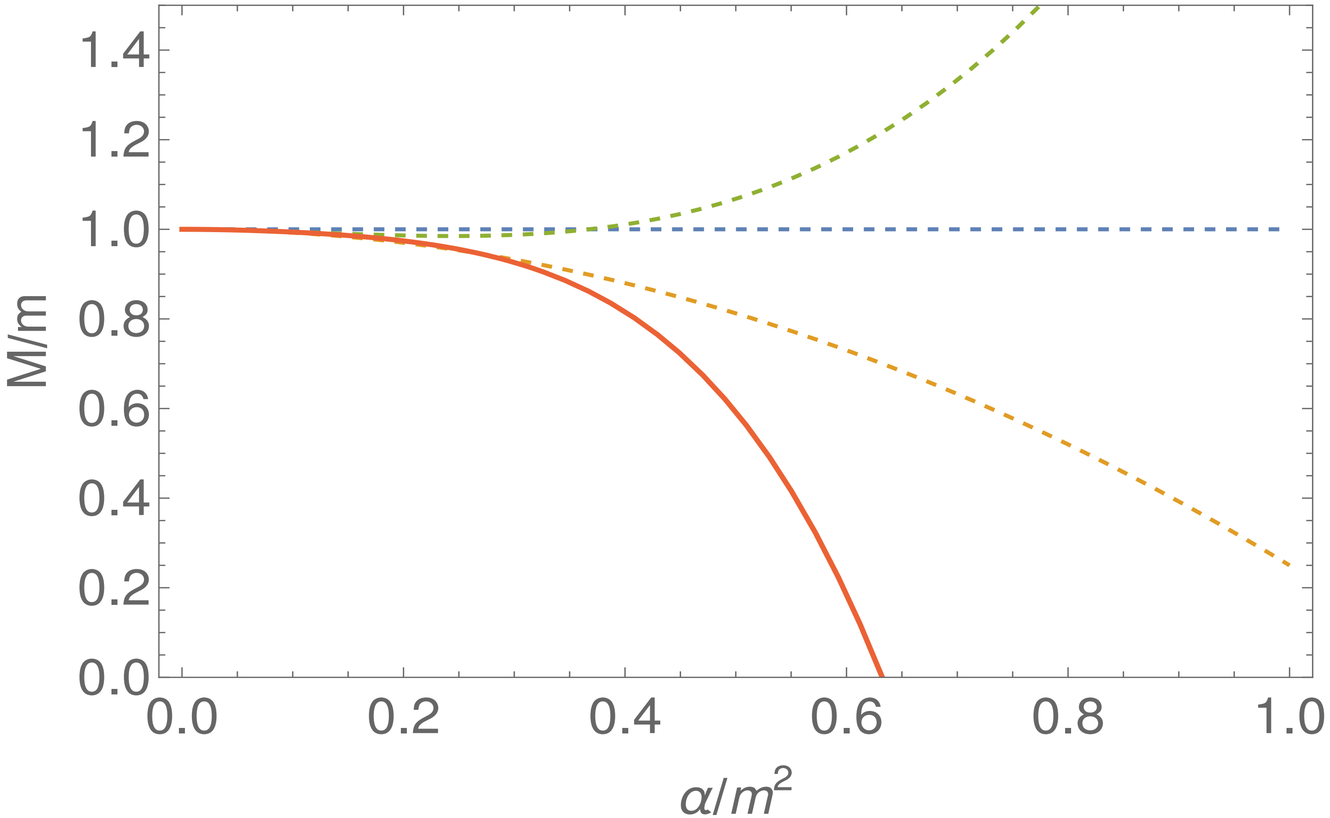
Egyfajta részecske, M tömeg



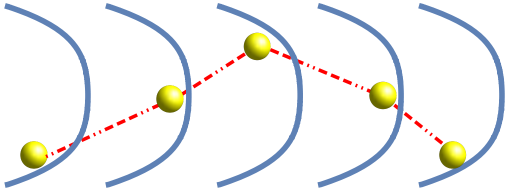
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 + \ldots$$



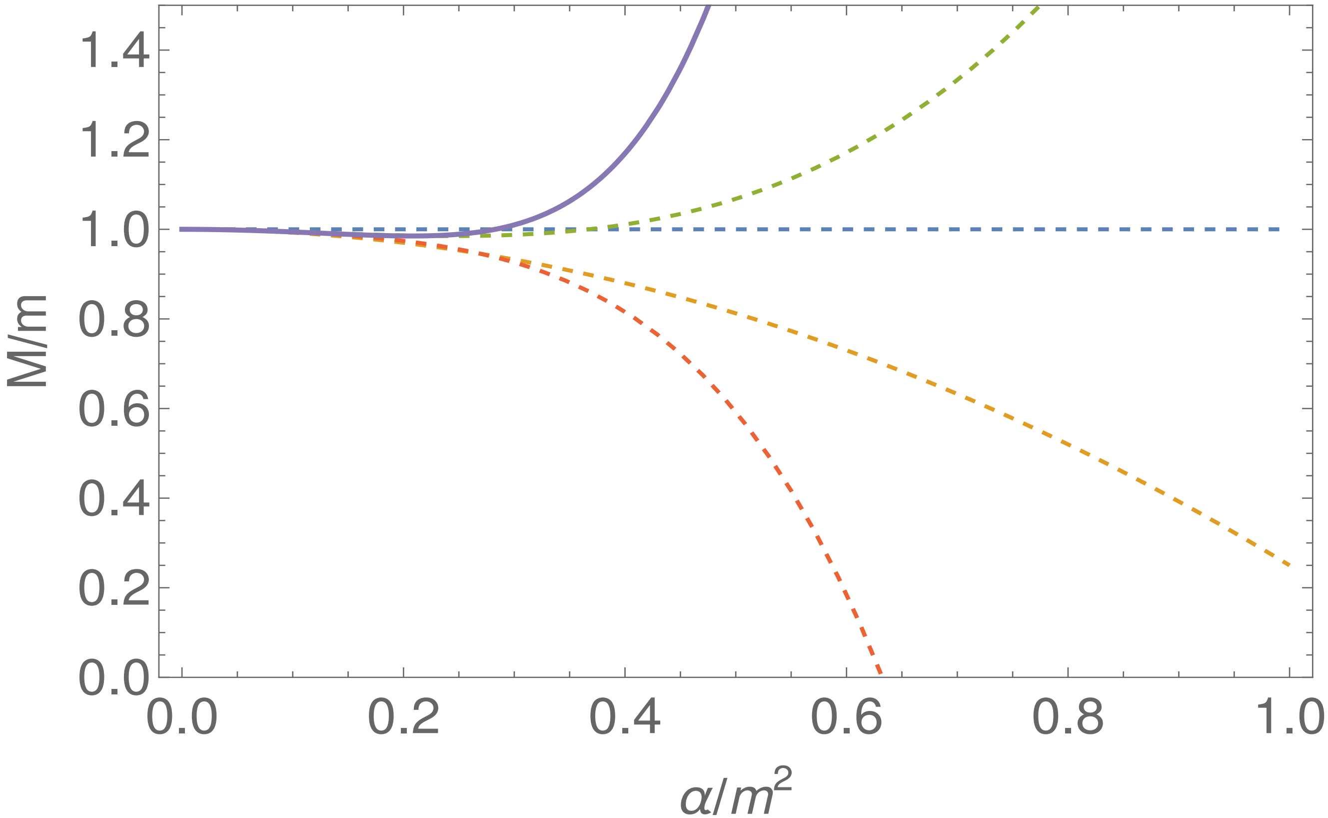
Egyfajta részecske, M tömeg



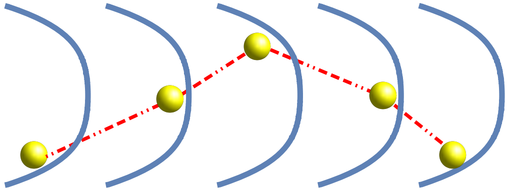
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 - 7.61\,\alpha^4 + \ldots$$



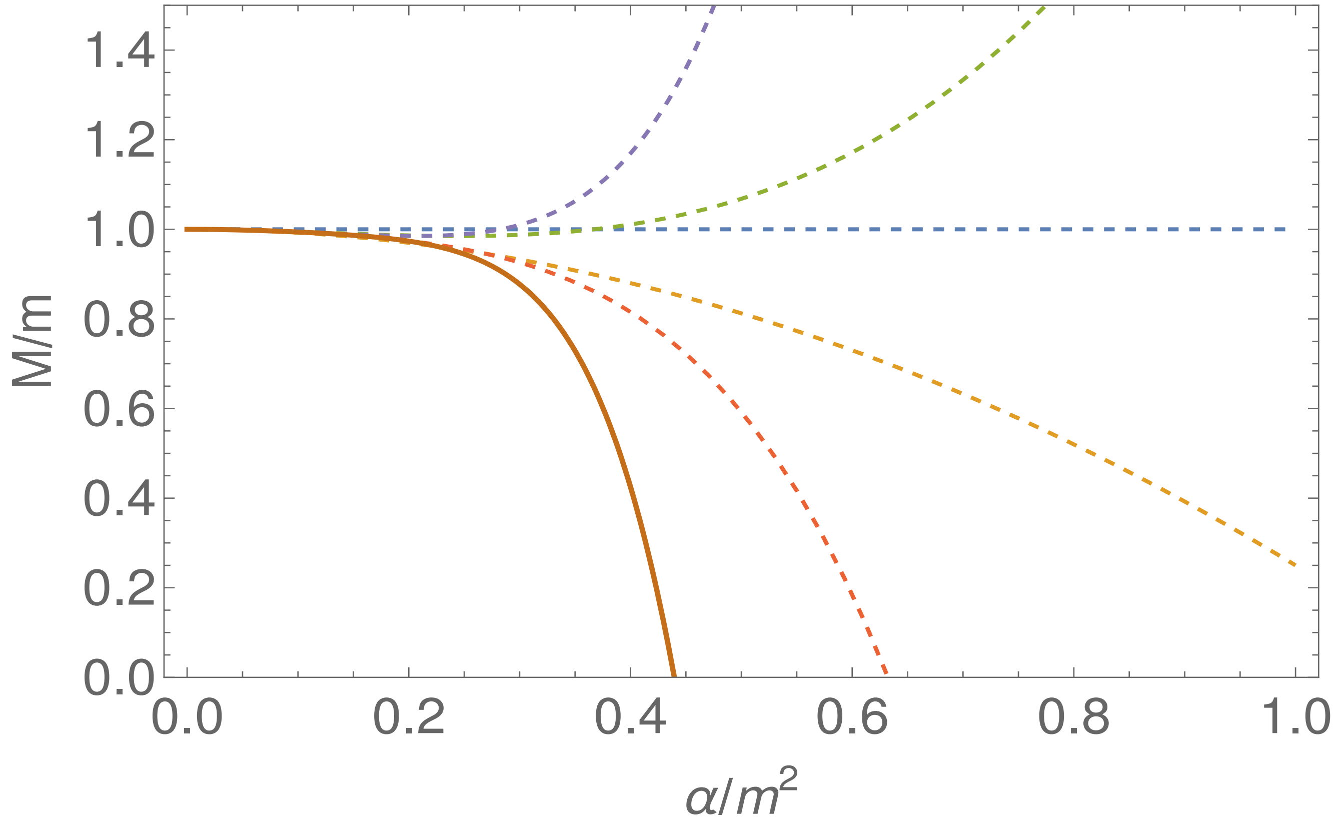
Egyfajta részecske, M tömeg



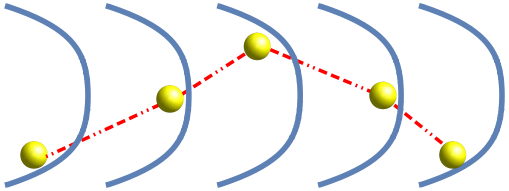
$$\frac{M}{m}=1+0\,\alpha-0.75\,\alpha^2+2.04\,\alpha^3-7.61\,\alpha^4+34.52\,\alpha^5+\ldots$$



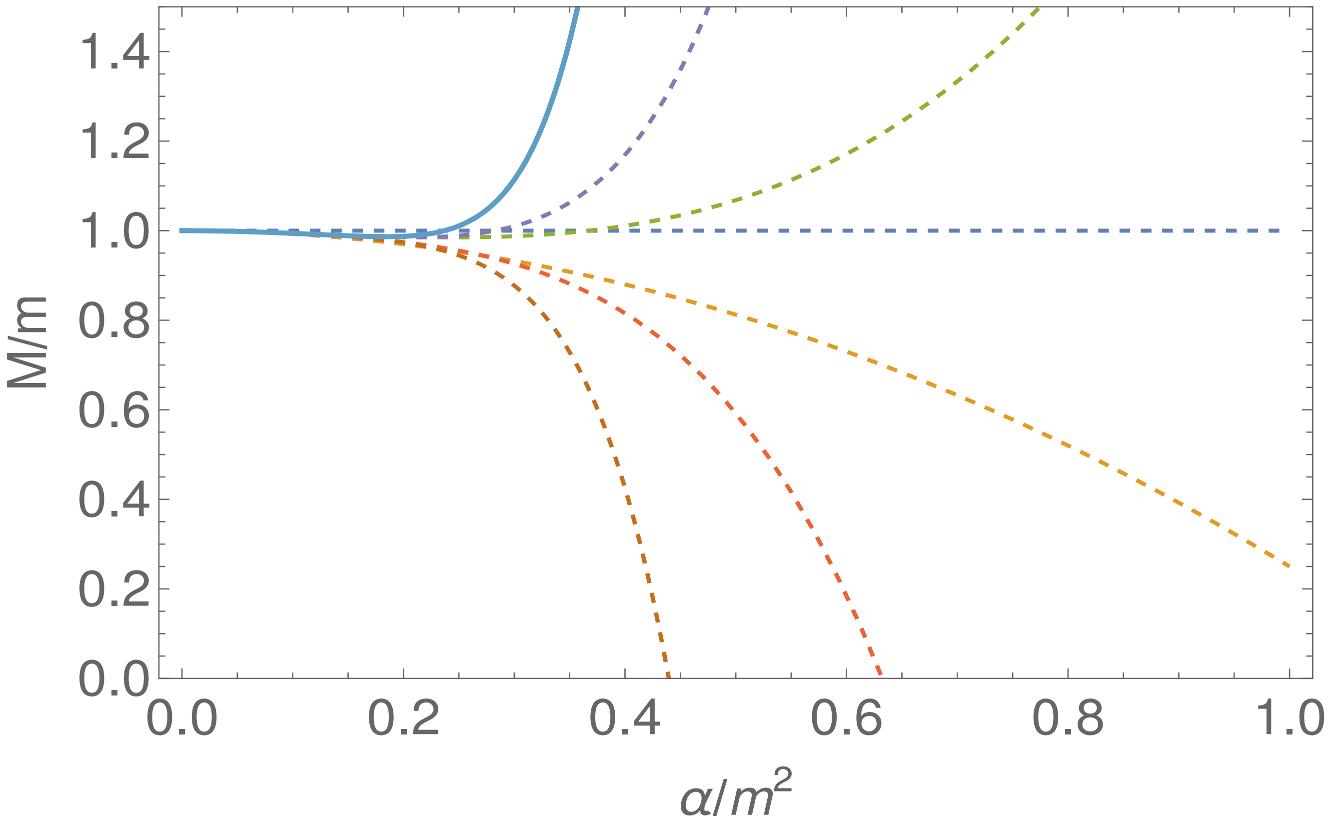
Egyfajta részecske, M tömeg



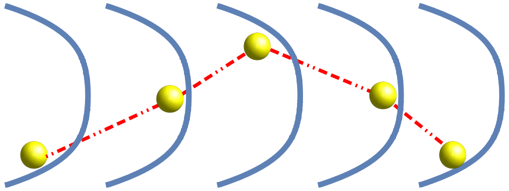
$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 - 7.61\,\alpha^4 + 34.52\,\alpha^5 - 181.74\,\alpha^6 + \ldots$$



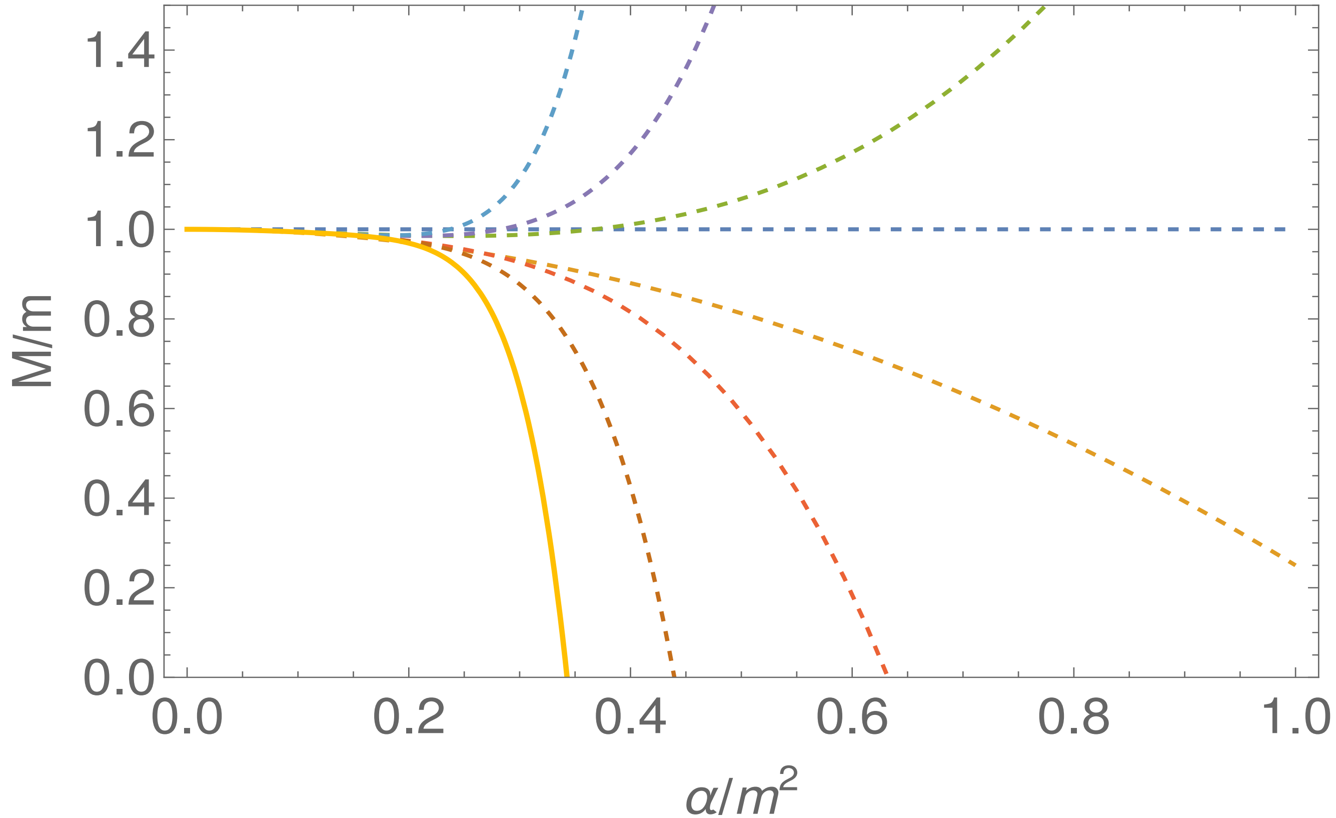
Egyfajta részecske, M tömeg



$$\frac{M}{m} = 1 + 0\,\alpha - 0.75\,\alpha^2 + 2.04\,\alpha^3 - 7.61\,\alpha^4 + 34.52\,\alpha^5 - 181.74\,\alpha^6 + 1080.29\,\alpha^7 + \ldots$$



Egyfajta részecske, M tömeg



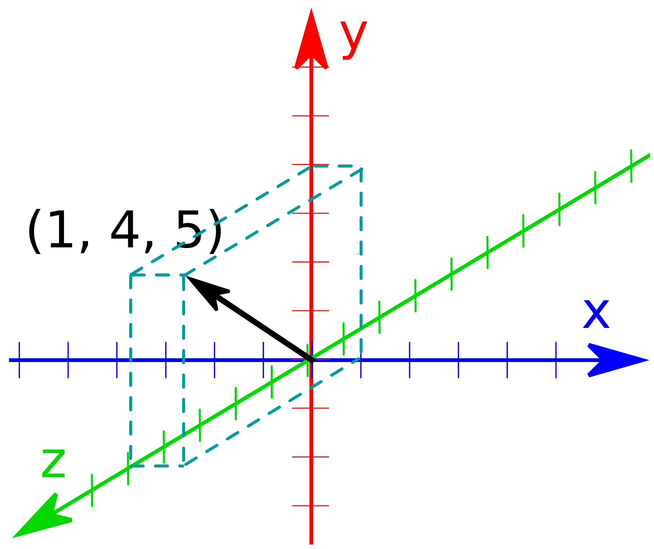
$$\frac{M}{m}=1+0\,\alpha-0.75\,\alpha^2+2.04\,\alpha^3-7.61\,\alpha^4+34.52\,\alpha^5-181.74\,\alpha^6+1080.29\,\alpha^7-7121.29\,\alpha^8+\ldots$$

Mit segít ezen a laptop?

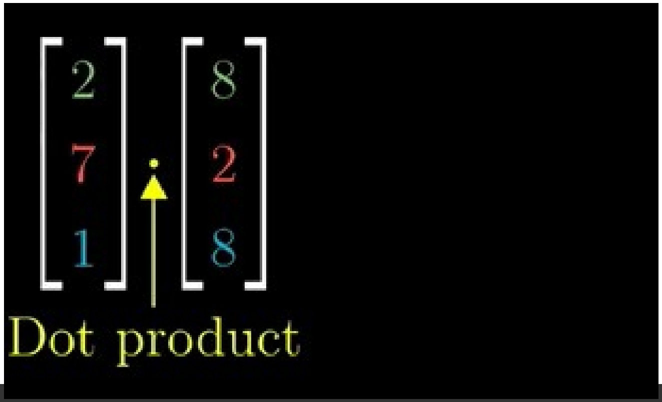
Miben erős egy számítógép?

- Alapműveletek racionális számokkal
  - Összeadás 1.5+2.5=4
  - Kivonás 1.5-2.5=-1
  - Szorzás 1.5*2.5=3.75
  - Osztás 1.5/2.5=0.6
- Maradékos osztás
- Logikai kifejezések kiértékelése: 2+2<5? IGAZ
- Elágazások, ciklusok
- Adatmozgatás

Vektorok

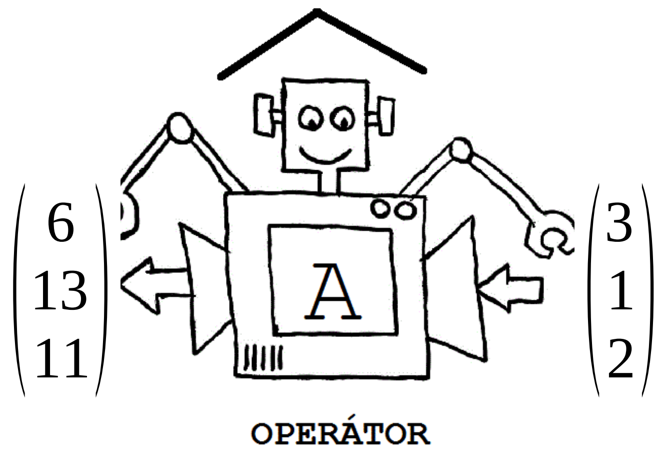


- Nagysága és iránya van
- Koordinátákkal jellemezhető
- Általánosítás akárhány dimenzióba egyszerű
- Vektorok összege, vektor szorzása számmal: tagonként
- Két vektor (skaláris) szorzata:



n dimenzió: $\left(a_1, a_{2,} \ldots, a_n\right)$

- Az operátorok **hatnak** a vektorokra
- **Mátrix-vektor szorzás:** skaláris szorzásokból épül fel (könnyebb, mint a sudoku...)



$$\hat{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 1\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot 3+1\cdot 1+1\cdot 2\\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

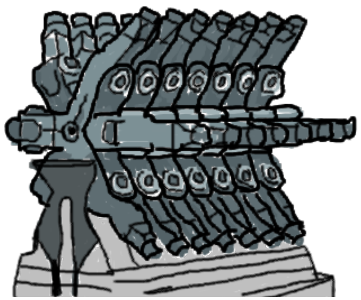
First row,

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 1\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot 3+1\cdot 1+1\cdot 2\\ 2\cdot 3+1\cdot 1+3\cdot 2\\ \\ \end{pmatrix}$$

next row,

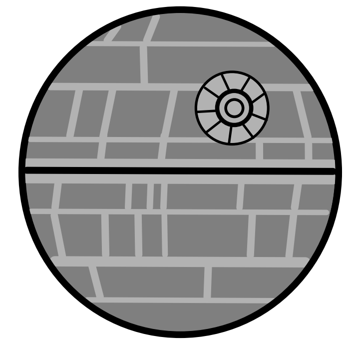
$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 1\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot 3+1\cdot 1+1\cdot 2\\ 2\cdot 3+1\cdot 1+3\cdot 2\\ 1\cdot 3+4\cdot 1+2\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\ 13\\ 11\end{pmatrix}$$

last row, then do the addition.



?

Krilov altér
Lánczos-algoritmus
Jacobi-Davidson módszer



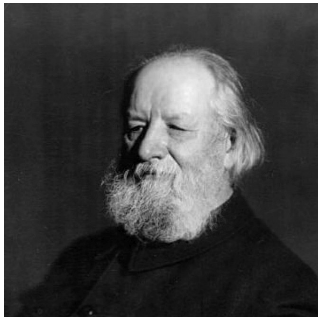
Mátrix-vektor szorzás

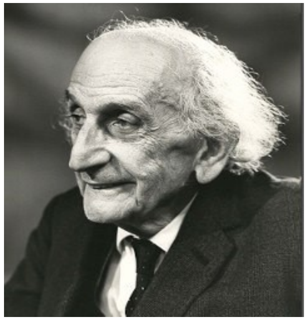
$$x \rightarrow \hat{H}\, x$$

Schrödinger egyenlet

$$\hat{H}\, x = E\, x$$

sajátérték-probléma

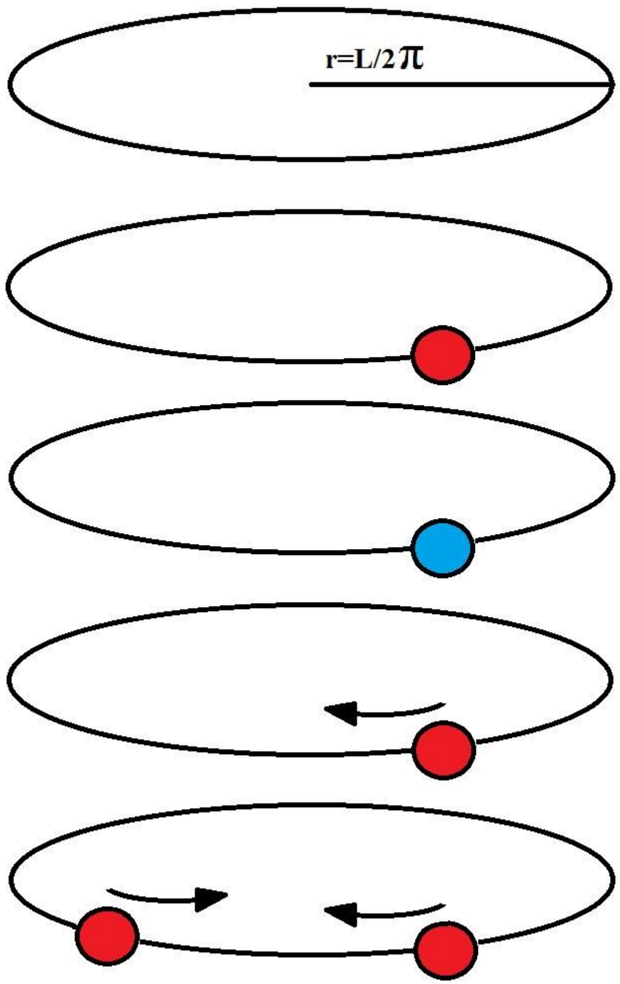




Alekszej Krilov (1863-1945) Lánczos Kornél (1893-1974) Ernest Davidson (1936-)

BL: Public domain; https://en.wikipedia.org/wiki/Aleksey_Krylov#/media/File:Alexey_Krylov_Old.JPG
BM: Cornelius Lanczos, November 1972. University of Manchester/UMIST Audio Visual Service Photographc Unit negative number 22/89.
https://www.maths.manchester.ac.uk/~higham/photos/lanczos/lanczos01.htm
BR: https://www.iaqms.org/members/davidson.php

Mezők kvantálása



Vákuum: nincs részecske $E = E_0$

Egy álló részecske $E = E_0 + m$

Más fajta álló részecske $E = E_0 + m_2$

Egy mozgó részecske $E = E_0 + \sqrt{m^2 + p^2}$

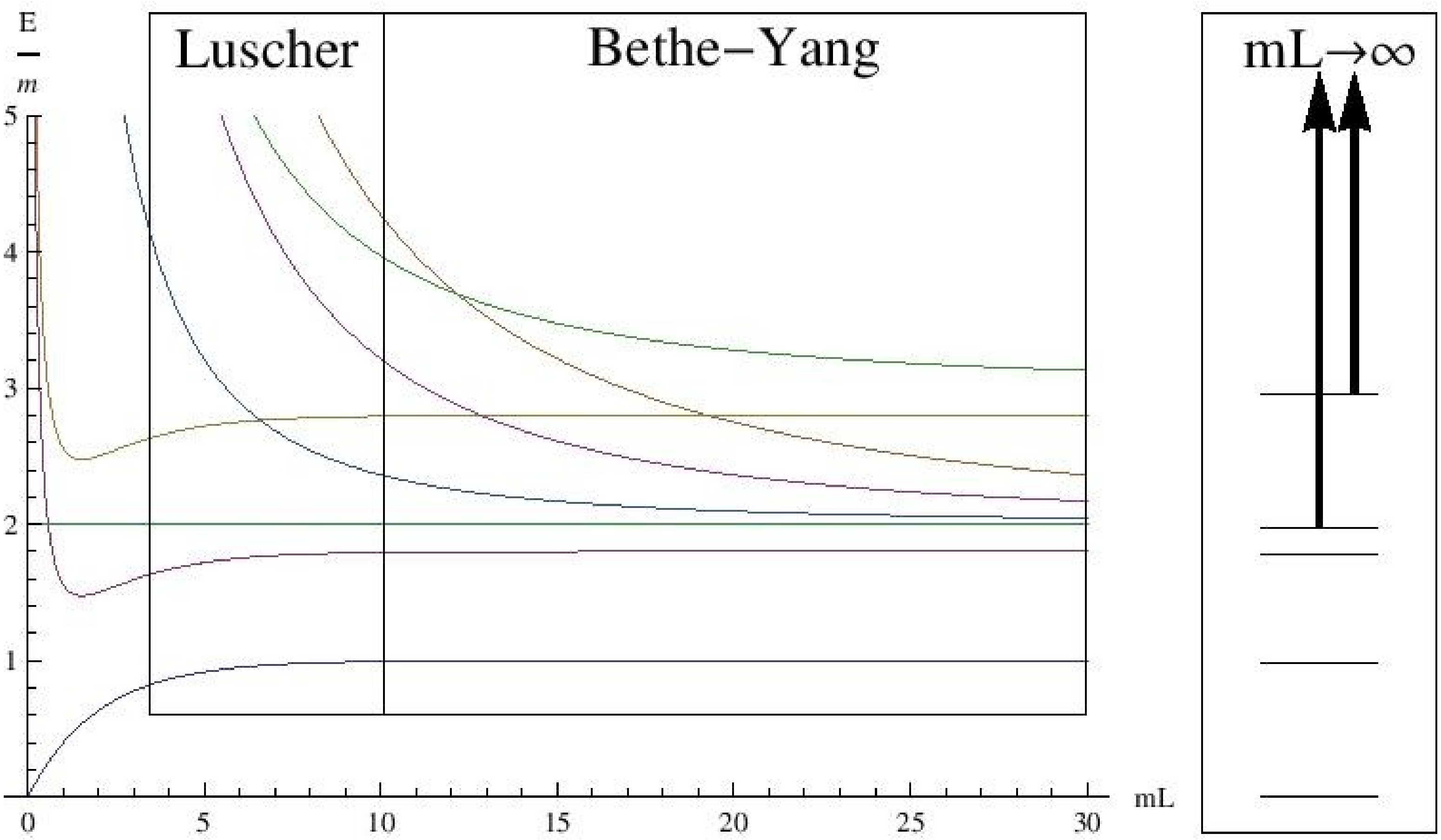
Két részecske, stb.

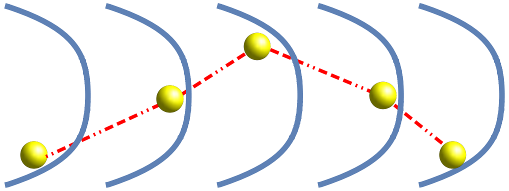
$$E = E_0 + \sqrt{m^2 + p_1^2} + \sqrt{m^2 + p_2^2} + \Delta$$

Érdekes kérdések

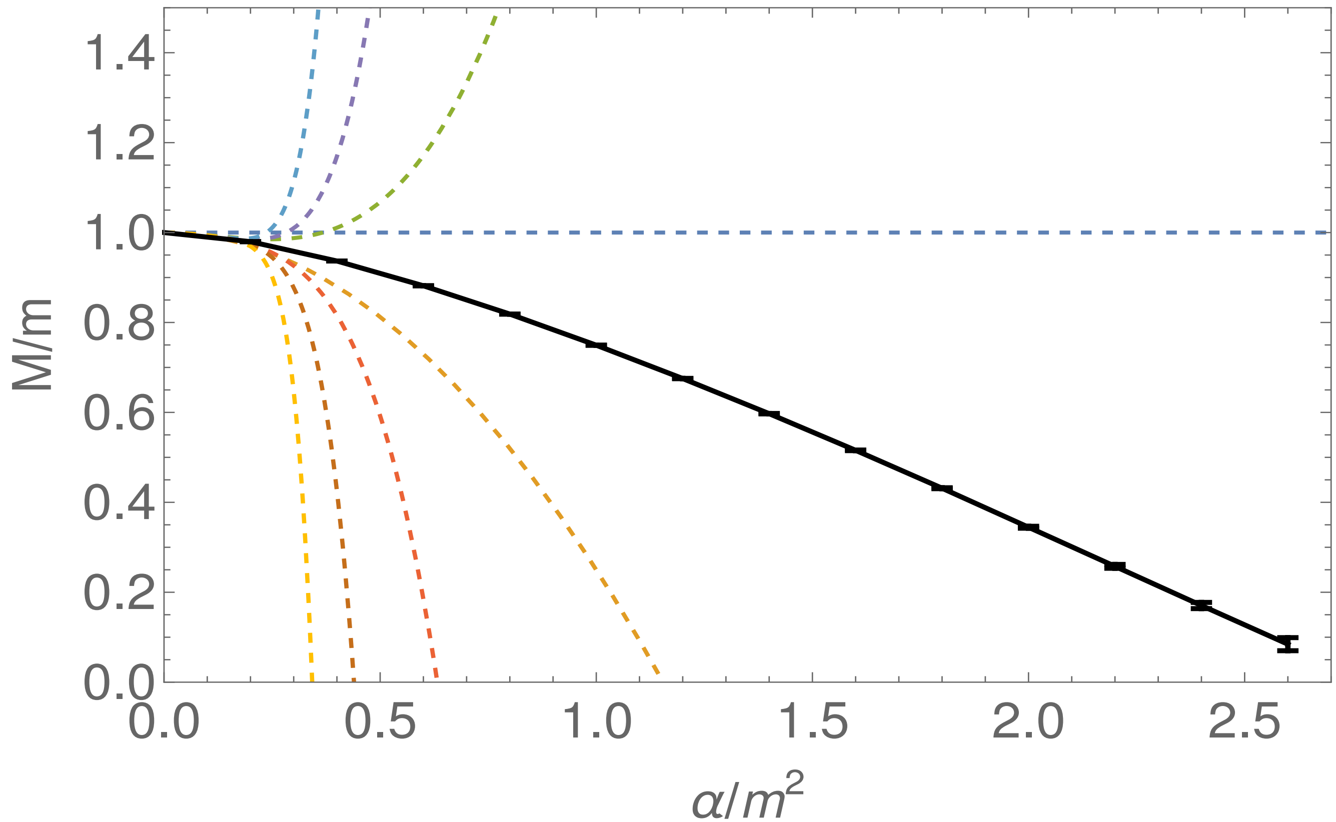
- Kvantumtérelmélet H Hamilton-operátorral:
  - Milyen részecskék léteznek a világban?
  - Mi a tömege ezeknek?
  - Van-e olyan részecske, amelyik elbomlik? Mennyi a felezési ideje?
  - Milyen szórási folyamatokban vesznek részt a részecskék?
  - Hogy változnak az előbbi kérdésekre adott válaszok, ahogy H paramétereit változtatjuk? Van-e fázisátalakulás?

Véges térfogati spektrum



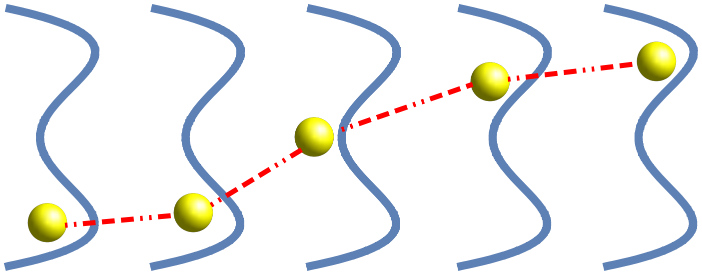


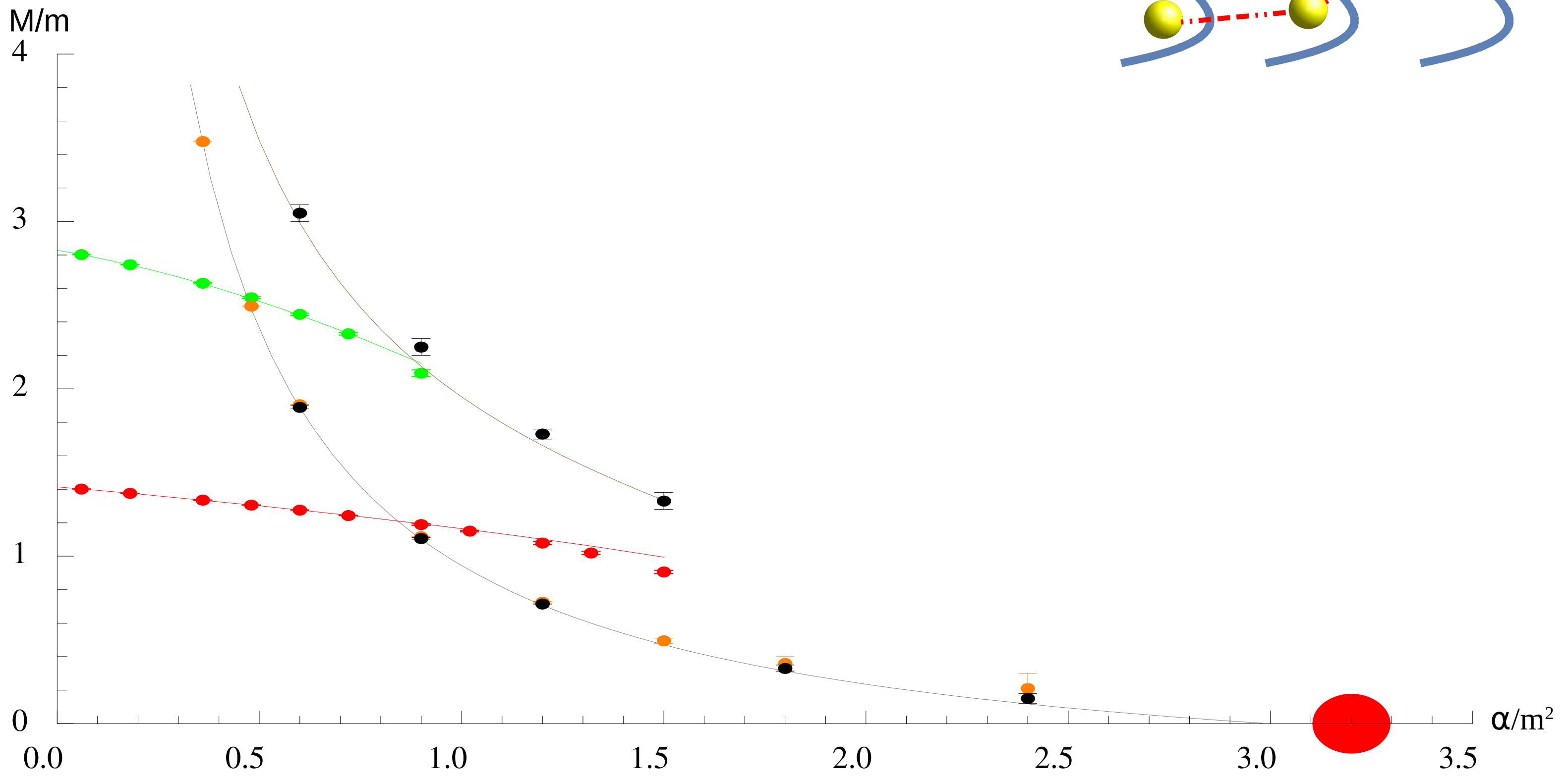
Egyfajta részecske, M tömeg



TSM data from Elias-Miró, Rychkov, Vitale
PHYSICAL REVIEW D 96, 065024 (2017)

Egy példa: φ⁴ modell





TSM data from Bajnok, Lájer, JHEP 10 (2016) 050

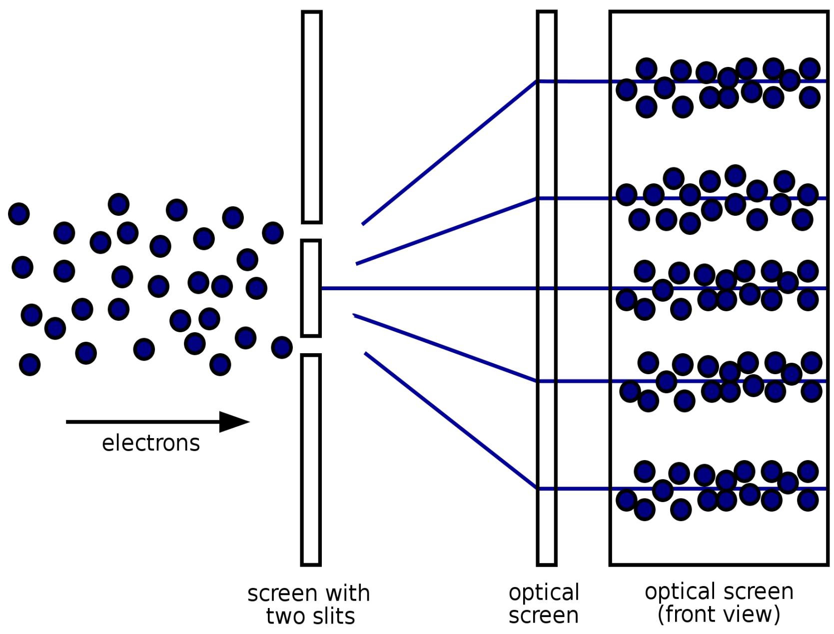
Összefoglalás

- Nagy számítási kapacitás
- A “világ működése”: mezők+kvantummechanika
- Erős csatolás
- Ezt vizsgáltuk meg alacsony (1+1) dimenzióban
- Ami érdekes, mert egzotikus dolgok történnek
- A még nem vizsgált modellek sokasága olyan, mint egy felfedezésre váró óceán

Köszönöm a figyelmet

Mérés a kvantummechanikában

- Vegyünk egy részecskét (példa kedvéért)
  - A részecskét egy adott állapotban **preparáljuk** a kísérlet kezdetén. Az állapotot egyértelműen jellemzi a hullámfüggvény
  - A hullámfüggvény időbeli változását a kvantummechanika matematikailag **precízen követi** a preparálástól a mérés pillanatáig.
  - A mérés pillanatában a részecske állapota **hirtelen** megváltozik. Adott állapotban való megtalálás **valószínűsége** kinyerhető a hullámfüggvényből.



Sajátérték-probléma

- Vannak olyan vektorok (irányok), amiket egy adott A operátor különösen “szeret”.
- Az ilyen kedvelt irányokba mutató v vektorok megőrzik az irányukat az operátor hatása után.
- Az ilyen vektorok hossza egy határozott, csak az iránytól függő λ faktorral szorzódik. Formálisan:

$$\hat{A} \cdot v = \lambda \cdot v$$

Az egyenletet teljesítő v vektorok az A operátor **sajátvektorai**, a hozzájuk tartozó λ szorzófaktorok pedig A **sajátértékei**.

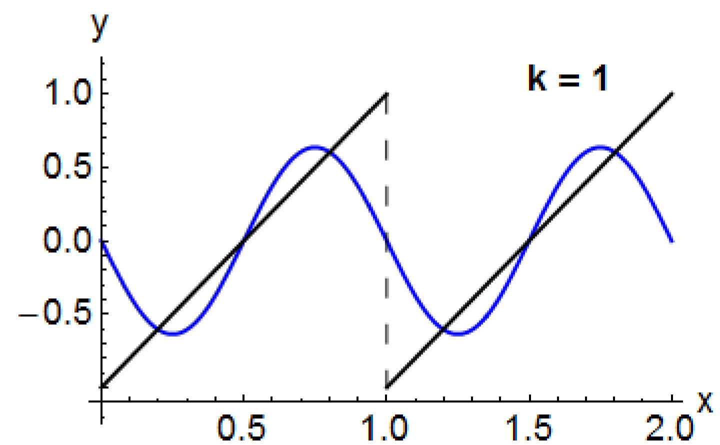
Függvények, mint vektorok

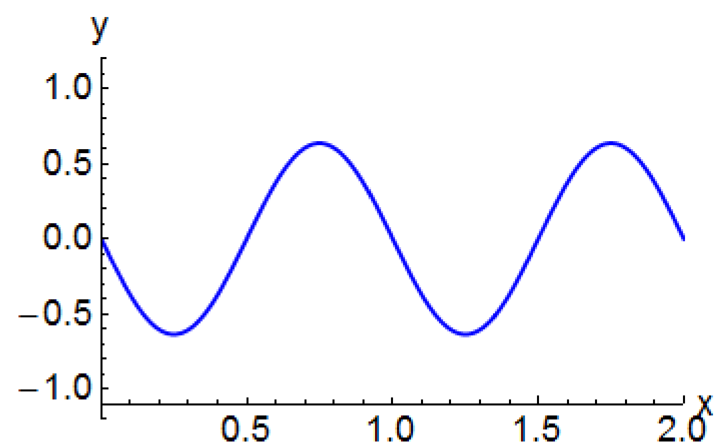
- Ésszerű megszorításokkal a függvények is megadhatók, mint vektorok:

$$f(x)=c_1\cos(x)+c_2\cos(2x)+\ldots+c_n\cos(nx)+\ldots$$

$$\Updownarrow$$

$$(c_1, c_2, \ldots, c_n, \ldots)$$





Tehát a **hullámfüggvénynek** is megfeleltethető egy (végtelen dimenziós) vektor!

Kvantummechanika

- A kvantummechanikában a fizikai mennyiségek az **operátorok**,
- az operátorok **sajátértékei** a lehetséges mérési eredmények,
- és az operátorok **sajátvektorai** azok az állapotok, amelyekben mérve a fenti mennyiséget, egész biztosan a sajátértéket kapjuk mérési eredményként.
- Általában egy megmérendő ψ állapotra a λ mérési eredmény **valószínűségét** a

$$|\psi \cdot v_\lambda|^2$$

mennyiség adja meg, ahol v a λ-hoz tartozó sajátvektor.

Schrödinger-egyenlet

- A legfontosabb operátor az energiát méri. Ezt **Hamilton-operátor**nak hívják, és a megadásával definiálható a vizsgált fizikai rendszer.
- A sajátérték-egyenletét időfüggetlen Schrödinger-egyenletnek hívják:

$$\hat{H}\,\psi = E\,\psi$$

- Ezt az egyenletet számolja a laptop