Cserti József

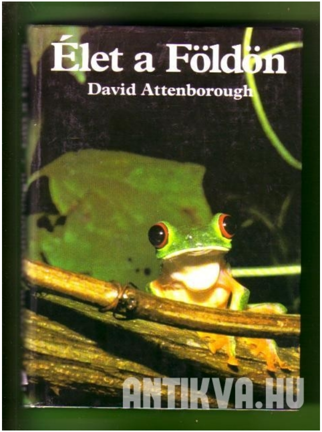
ELTE TTK, Komplex rendszerek Fizikája Tanszék

Milyen lenne az élet Laposföldön?

Cserti József és Dávid Gyula: Élet a Laposföldön,
Fizikai Szemle, 2022. augusztus, 235-243.

http://fizikaiszemle.hu/szemle/107

Élet a Földön



David Attenborough: Élet a Földön. A természet története

Élet a Földön

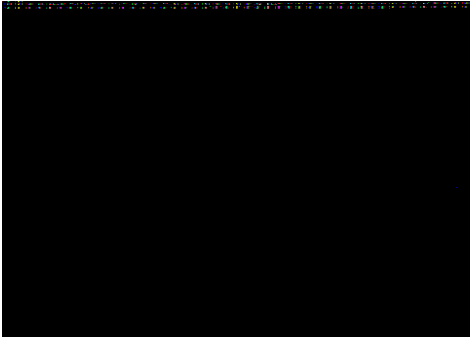
Élet a Földön

Ludwig van Beethoven 9. szimfóniájának negyedik (záró) tételéből

Az Örömódát az Európa Tanács tette meg Európa himnuszává 1972-ben

Élet a Földön

Kaszás Attila: Fényév távolság
(A padlás c. musicalből)



„Lehet számtalan hely, ami szebb és jobb a mi Földünknél.”

Élet a Földön

„Lehet számtalan hely, ami szebb és jobb a mi Földünknél.”

Élet a Földön

„Lehet számtalan hely, ami szebb és jobb a mi Földünknél.”

Élet a Földön

War in Ukraine, February 25, 2022, Washington Post Live

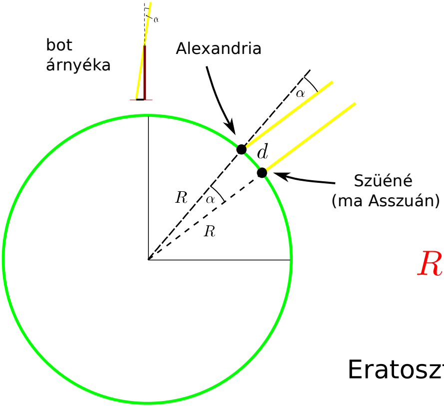
„Lehet számtalan hely, ami szebb és jobb a mi Földünknél.”

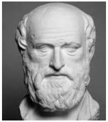
Élet a Földön

Turkey–Syria earthquakes 2023

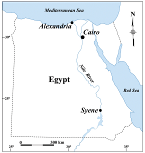
„Lehet számtalan hely, ami szebb és jobb a mi Földünknél.”

A Föld gömbölyű???





Eratoszthenész Pentatlosz
(i. e. 276 - i. e. 194)



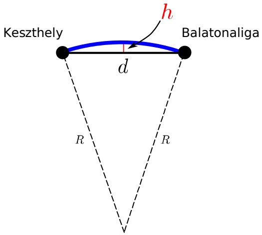
$$R\alpha = d$$

Eratoszthenész $R = 6269 \text{ km}$

Mai mérés $R = 6372 \text{ km}$

A Föld gömbölyű???

Mennyit lógna be a Balaton két vége között kifeszített kötél?

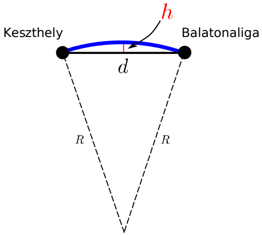


$$d = 78 \text{ km}$$

$$R = 6372 \text{ km}$$

A Föld gömbölyű???

Mennyit lógna be a Balaton két vége között kifeszített kötél?



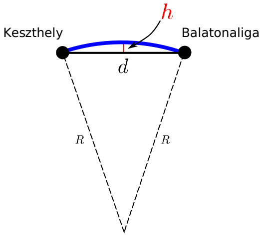
$$d = 78 \text{ km}$$

$$R = 6372 \text{ km}$$

$$h = \frac{d^2}{8R} = 119 \text{ m}$$

A Föld gömbölyű???

Mennyit lógna be a Balaton két vége között kifeszített kötél?

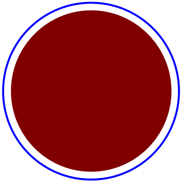


$$d = 78 \text{ km}$$

$$R = 6372 \text{ km}$$

$$h = \frac{d^2}{8R} = 119 \text{ m}$$

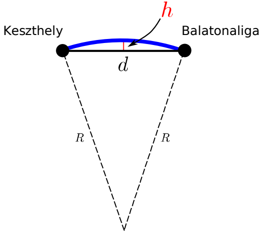
A Földet körülvesszük egy 1 m-el hosszabb kötéllel.



Átfér-e alatta Schrödinger macskája?

A Föld gömbölyű???

Mennyit lógna be a Balaton két vége között kifeszített kötél?

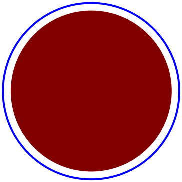


$$d = 78\ \mathrm{km}$$

$$R = 6372\ \mathrm{km}$$

$$h = \frac{d^2}{8R} = 119\ \mathrm{m}$$

A Földet körülvesszük egy
1 m-el hosszabb kötéllel.



Átfér-e alatta Schrödinger macskája?

$$h = \frac{1\ \mathrm{m}}{2\pi} = 16\ \mathrm{cm}$$

A Föld gömbölyű???

Korábbi, kapcsolódó Atomcsill előadások:

Timár Gábor

tanszékvezető egyetemi tanár

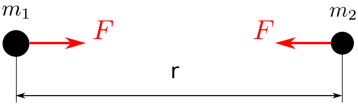
(ELTE TTK Geofizikai és Űrtudományi Tanszék)

- A Föld alakja - és annak ismerettörténete a görögöktől Eötvös Lorándon át a műholdas gravimetriáig (ünnepi előadás) (2010.03.25.)
- Mérhetetlen lassú, felfoghatatlan sokáig tart (2014.03.27.)
- Földmérés, geofizika és gravitáció: a Föld alakjától az űrgeodéziáig (2017.12.14.)
- Eötvös Loránd mérései a geodéziában és adaléka a Föld alakjához (2019.09.26.)

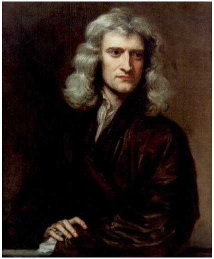
Newton-féle gravitációs törvény

Két pontszerű test közötti erő:

$$F = -f\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



$$f = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$$ gravitációs állandó



Sir Isaac Newton
(Woolsthorpe Manor, 1642-1727)
by Godfrey Kneller

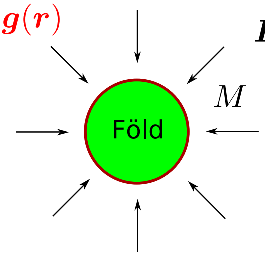
Newton az almafa alatt

by Alexander Borek, Wikimedia Commons, the free media repository

A Föld gravitációs tere

Térben kiterjedt testek: pontszerű testekre bontás és összegzés, integrálás

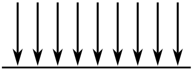
Közelítés: a Föld homogén gömb $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = -f \, \dfrac{M}{|\boldsymbol{r}|^2} \, \hat{\boldsymbol{r}}$



$\boldsymbol{F} = m \, \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$

helytől függ
és gömbszimmetrikus

Kis skálán jó közelítéssel
állandó a gravitációs tér

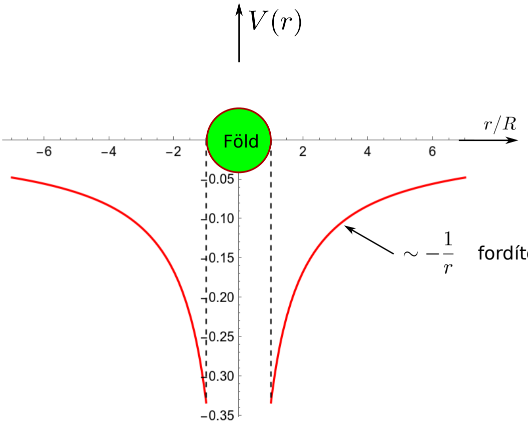


$\boldsymbol{F} = m \, \boldsymbol{g}$

A Föld gravitációs potenciálja

Közelítés: a Föld homogén gömb $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = -f\,\dfrac{M}{|\boldsymbol{r}|^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}$

$$F = -\frac{\Delta V}{\Delta r} \rightarrow -\frac{dV(r)}{dr}$$

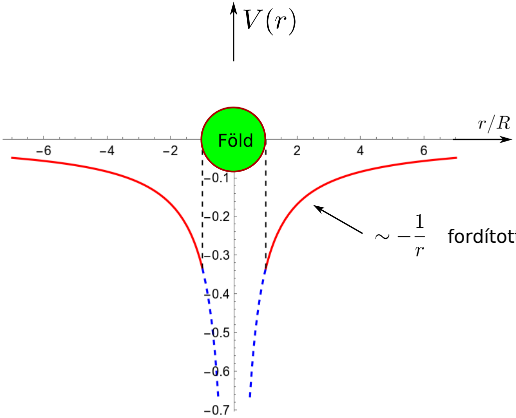


$\sim -\dfrac{1}{r}$ fordított hiperbola

A Föld gravitációs potenciálja

Közelítés: a Föld homogén gömb $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = -f \, \dfrac{M}{|\boldsymbol{r}|^2} \, \hat{\boldsymbol{r}}$

$$F = -\frac{\Delta V}{\Delta r} \to -\frac{dV(r)}{dr}$$

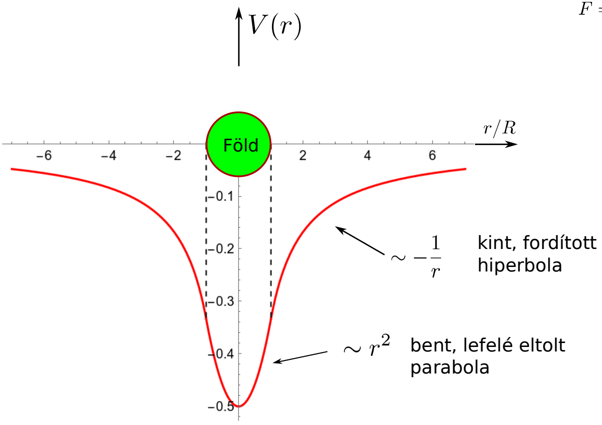


$\sim -\dfrac{1}{r}$ fordított hiperbola

A Föld gravitációs potenciálja

Közelítés: a Föld homogén gömb $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = -f\,\dfrac{M}{|\boldsymbol{r}|^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}$

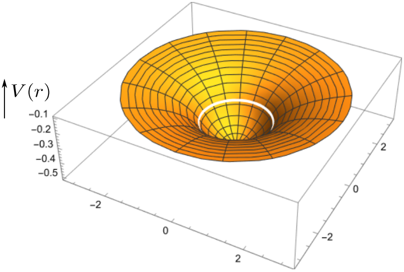
$$F = -\frac{\Delta V}{\Delta r} \to -\frac{dV(r)}{dr}$$

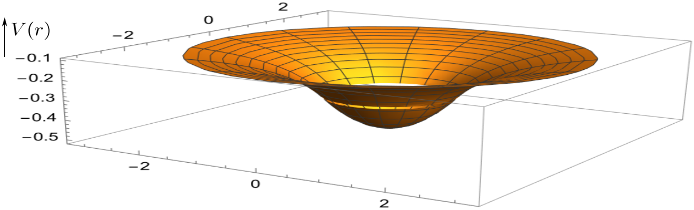


A Föld gravitációs potenciálja

Közelítés: a Föld homogén gömb $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = -f\,\dfrac{M}{|\boldsymbol{r}|^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}$

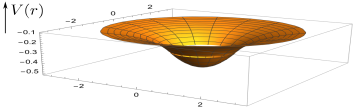
$$F = -\frac{\Delta V}{\Delta r} \rightarrow -\frac{dV(r)}{dr}$$

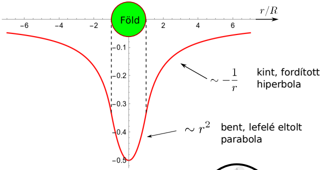




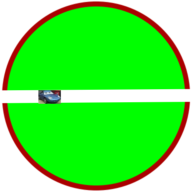
A Föld gravitációs potenciálja

Közelítés: a Föld homogén gömb $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = -f\,\dfrac{M}{|\boldsymbol{r}|^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}$



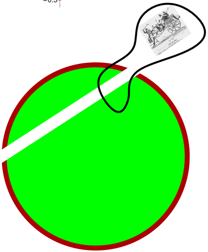


átfúrjuk a Földet



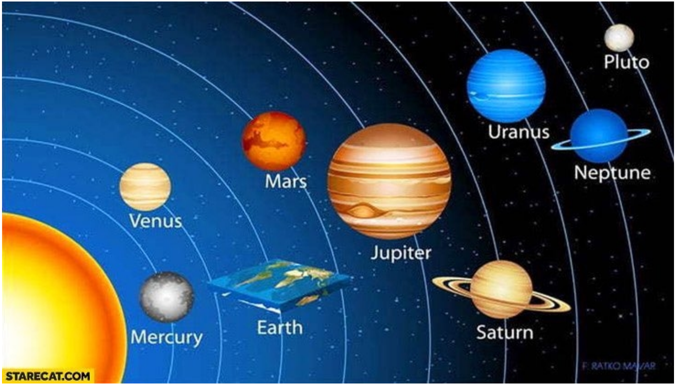
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 84{,}4 \ \text{perc}$$

$$v = 7{,}9\,\mathrm{km/s}$$

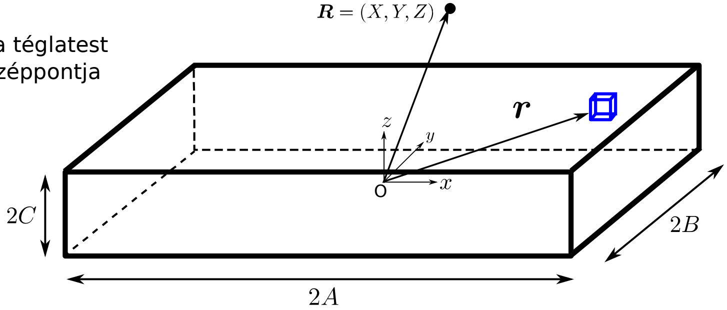


Gagarin űrutazása (1961): 108 perc

A Laposföld a Naprendszer többi bolygója között



Homogén téglatest gravitációs potenciálja



Gravitációs potenciál
az $\boldsymbol{R}$ pontban:

$$\boxed{V(\boldsymbol{R}) = -f \sum_{\boldsymbol{r}} \frac{\varrho\, \Delta x\, \Delta y\, \Delta z}{|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}|}}$$

ϱ sűrűség

f Gravitációs állandó

Összegzés a téglatest
$\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ belső pontjaira

integrálás

A potenciál egzakt képlete

(nem ijesztésnek)

$$V(\boldsymbol{R}) = \varrho f \left[\left[\left[\varphi(x,y,z) \right]_{z=Z-C}^{z=Z+C} \right]_{y=Y-B}^{y=Y+B} \right]_{x=X-A}^{x=X+A}, \quad \text{where}$$

$$\varphi(x,y,z) = \frac{1}{2}\left[x^2 \operatorname{arctg}\left(\frac{yz}{xr}\right) + y^2 \operatorname{arctg}\left(\frac{xz}{yr}\right) + z^2 \operatorname{arctg}\left(\frac{xy}{zr}\right) \right]$$

$$- \left[yz \ln(x+r) + xz \ln(y+r) + xy \ln(z+r) \right],$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \quad \text{and} \quad \left[f(u) \right]_{u=u_1}^{u=u_2} = f(u_2) - f(u_1).$$

A potenciál egzakt képlete

(nem ijesztésnek)

$$-\frac{1}{2}(-C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(-B-Y)}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}\,(-C-Z)}\right]+\frac{1}{2}(-C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(-B-Y)}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}\,(-C-Z)}\right]+$$

$$\frac{1}{2}(-C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(B-Y)}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}\,(-C-Z)}\right]-\frac{1}{2}(-C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(B-Y)}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}\,(-C-Z)}\right]-$$

$$\frac{1}{2}(-B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(-C-Z)}{(-B-Y)\,\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-\frac{1}{2}(-A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-B-Y)\,(-C-Z)}{(-A-X)\,\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+$$

$$\frac{1}{2}(-B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(-C-Z)}{(-B-Y)\,\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+\frac{1}{2}(A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-B-Y)\,(-C-Z)}{(A-X)\,\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+$$

$$\frac{1}{2}(B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(-C-Z)}{(B-Y)\,\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+\frac{1}{2}(-A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(B-Y)\,(-C-Z)}{(-A-X)\,\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-$$

$$\frac{1}{2}(B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(-C-Z)}{(B-Y)\,\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-\frac{1}{2}(A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(B-Y)\,(-C-Z)}{(A-X)\,\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+$$

$$\frac{1}{2}(C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(-B-Y)}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}\,(C-Z)}\right]-\frac{1}{2}(C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(-B-Y)}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}\,(C-Z)}\right]-$$

$$\frac{1}{2}(C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(B-Y)}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}\,(C-Z)}\right]+\frac{1}{2}(C-Z)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(B-Y)}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}\,(C-Z)}\right]+$$

$$\frac{1}{2}(-B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(C-Z)}{(-B-Y)\,\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+\frac{1}{2}(-A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-B-Y)\,(C-Z)}{(-A-X)\,\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-$$

$$\frac{1}{2}(-B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(C-Z)}{(-B-Y)\,\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-\frac{1}{2}(A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-B-Y)\,(C-Z)}{(A-X)\,\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-$$

$$\frac{1}{2}(B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(-A-X)\,(C-Z)}{(B-Y)\,\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-\frac{1}{2}(-A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(B-Y)\,(C-Z)}{(-A-X)\,\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+$$

$$\frac{1}{2}(B-Y)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(A-X)\,(C-Z)}{(B-Y)\,\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+\frac{1}{2}(A-X)^2\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{(B-Y)\,(C-Z)}{(A-X)\,\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+$$

$$(-B-Y)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-A-X}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+(-A-X)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-B-Y}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-$$

$$(-B-Y)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{A-X}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-(A-X)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-B-Y}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-$$

$$(B-Y)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-A-X}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-(-A-X)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{B-Y}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+$$

$$(B-Y)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{A-X}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+(A-X)\,(-C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{B-Y}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-$$

$$(-B-Y)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-A-X}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-(-A-X)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-B-Y}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+$$

$$(-B-Y)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{A-X}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+(A-X)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-B-Y}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+$$

$$(B-Y)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-A-X}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+(-A-X)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{B-Y}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-$$

$$(B-Y)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{A-X}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-(A-X)\,(C-Z)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{B-Y}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+$$

$$(-A-X)\,(-B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-C-Z}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-(A-X)\,(-B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-C-Z}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-$$

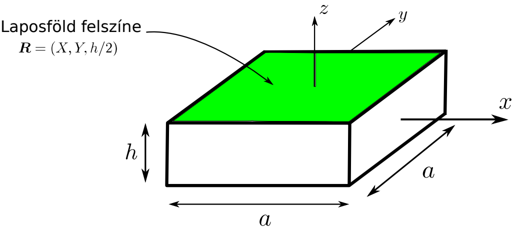
$$(-A-X)\,(B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-C-Z}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]+(A-X)\,(B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{-C-Z}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(-C-Z)^2}}\right]-$$

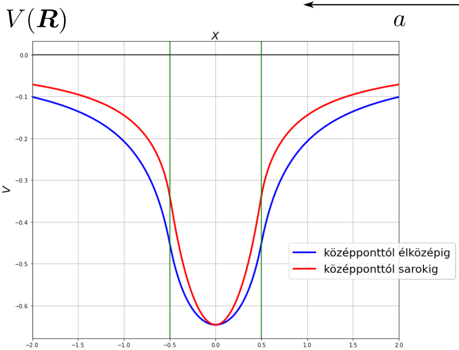
$$(-A-X)\,(-B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{C-Z}{\sqrt{(-A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+(A-X)\,(-B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{C-Z}{\sqrt{(A-X)^2+(-B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]+$$

$$(-A-X)\,(B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{C-Z}{\sqrt{(-A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]-(A-X)\,(B-Y)\,\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{C-Z}{\sqrt{(A-X)^2+(B-Y)^2+(C-Z)^2}}\right]$$

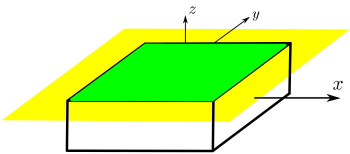
48 tag

A gravitációs potenciál
Laposföld keresztmeszetén



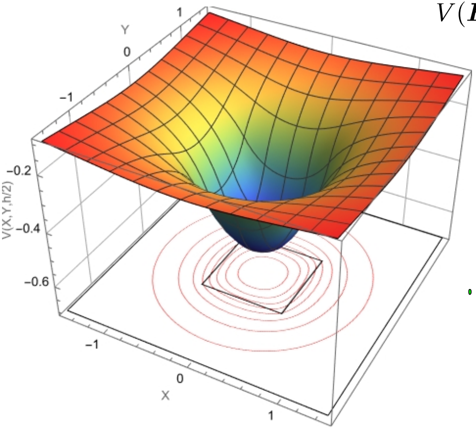


metszet



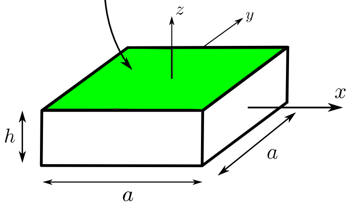
A gravitációs potenciál a Laposföld felszínén

$V(\boldsymbol{R})$



Laposföld felszíne

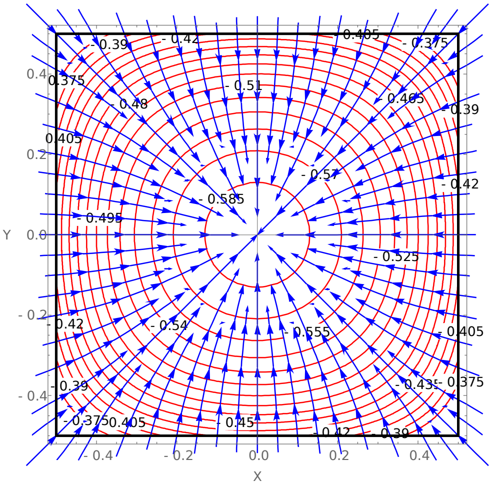
$\boldsymbol{R} = (X, Y, h/2)$

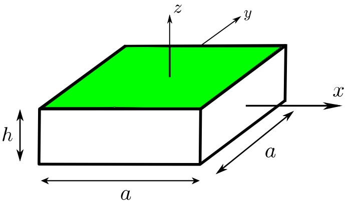


A gravitációs gyorsulás a Laposföld felszínén

$$\boldsymbol{g} = (g_X, g_Y, g_Z) = \left(-\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial X}, -\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial Y}, -\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial Z}\right).$$

Felülnézet

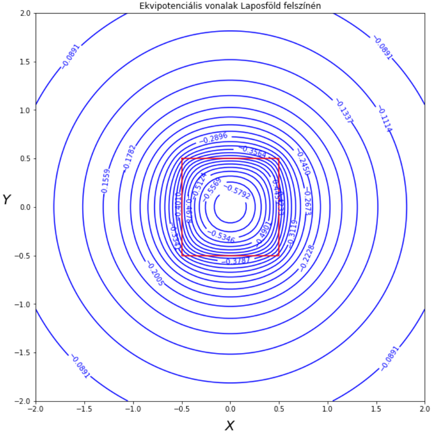


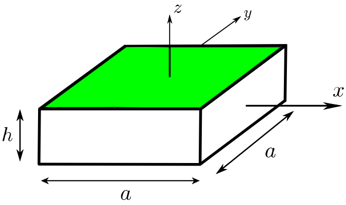


A gravitációs gyorsulás a Laposföldtől távol

$$\boldsymbol{g} = (g_X, g_Y, g_Z) = \left(-\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial X}, -\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial Y}, -\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial Z} \right).$$

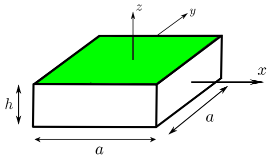
Felülnézet



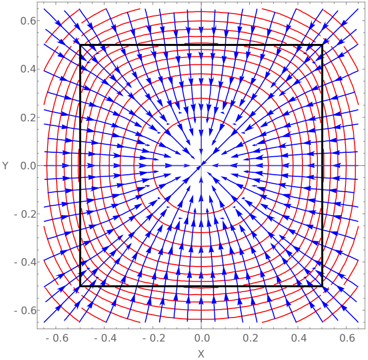


A gravitációs gyorsulás a Laposföld felszínén és kint

$$\boldsymbol{g} = (g_X, g_Y, g_Z) = \left(-\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial X}, -\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial Y}, -\frac{\partial V(\boldsymbol{R})}{\partial Z}\right).$$



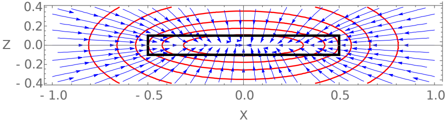
Felülnézet



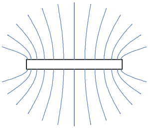
Oldalnézet

A g gravitációs gyorsulás vonalai

folytonosak a Laposföld felszínén



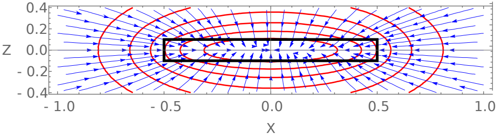
Az elektrosztatikus tér vonalai
a felületi töltések miatt
nem foytonosak



Laposföld óceánja

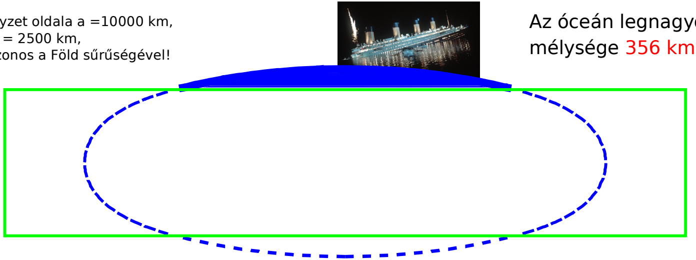
Ekvipotenciális felületek:
azonos potenciálú felületek

A víz nyugalomban marad, ha a felszíne a gravitációs erőtér ekvipotenciális felülete.



Ekvipotenciális felületek Laposföld síkja fölött „kidudorodnak”, ezek egyike lesz az óceán felszíne.

Legyen a négyzet oldala a =10000 km,
magassága h = 2500 km,
a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!



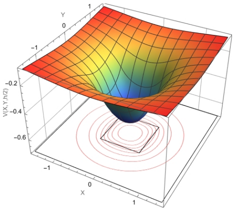
Az óceán legnagyobb mélysége 356 km

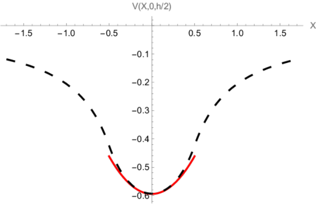
Olyan, mint a zsíros papírra csöppentett vízcsepp.

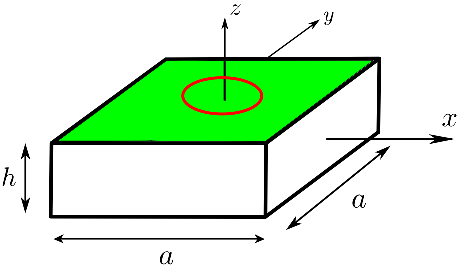
James Michael Chappell, Mark John Chappell, Azhar Iqbal, Derek Abbott:
The Gravity Field of a Cube. Physics International 3 (2012) 50–57;
https://doi.org/10.3844/pisp.2012.50.57

Korcsolyázás Laposföld felszínén

Periodikus mozgás







A korcsolyázó általában egy ellipszis pályán kering (kezdőfeltételtől függően).

Parabolikus potenciál esetén a periódusidő állandó, független attól, hogy milyen távol van a felszín közepétől.

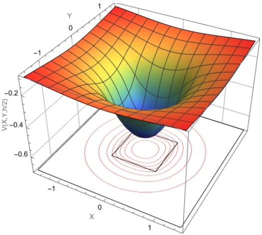
Milyen Laposföldön korcsolyázni

Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!

A négyzet közepe körül egy vízszintes vonzóerő hat az emberekre, ami a középpont felé húzza őket.

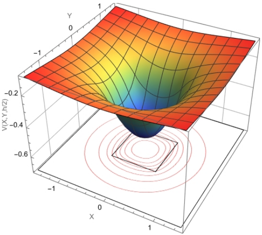
A korcsolyázó 167 perc alatt kering körbe a Laposföld közepe körül. Láttuk, hogy Gagarin kb. 90 perc alatt kerülte meg a Földet (ahol mi lakunk... 😬).



Milyen Laposföldön korcsolyázni

Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!



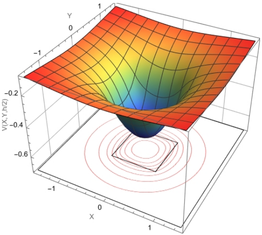
A négyzet közepe körül egy vízszintes vonzóerő hat az emberekre, ami a középpont felé húzza őket.

A korcsolyázó 167 perc alatt kering körbe a Laposföld közepe körül. Láttuk, hogy Gagarin kb. 90 perc alatt kerülte meg a Földet (ahol mi lakunk... 😁).

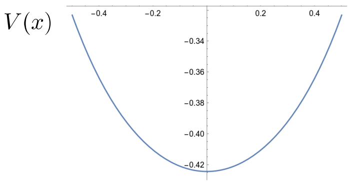
Milyen Laposföldön síelni

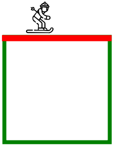
Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!



Síelés a négyzet peremén





ELTE, Ortvay Rudolf
nemzetközi fizikai problémamegoldó verseny, 2023.

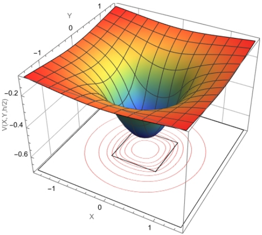
A síelés ideje a négyzet peremén: 92 perc
A gravitációs erő a négyzet élének közepe felé húzza sielőt.

Láttuk, hogy Gagarin kb. 90 perc alatt
kerülte meg a Földet (ahol mi lakunk... 😁).

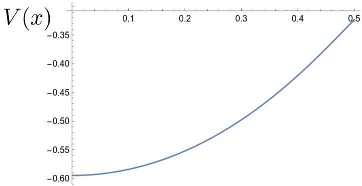
Milyen Laposföldön síelni

Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!



Síelés a négyzet sarkából a közepére



ELTE, Ortvay Rudolf
nemzetközi fizikai problémamegoldó verseny, 2023.

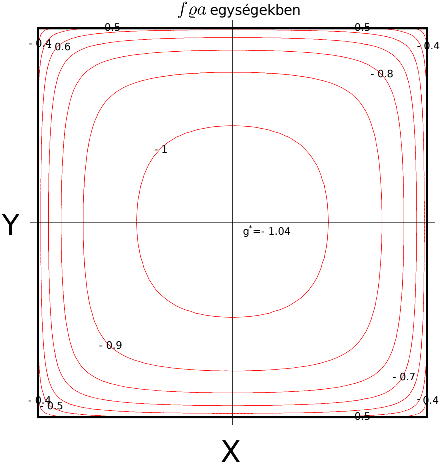
A síelés ideje a négyzet sarkából a közepére: 42 perc
A gravitációs erő a négyzet középpontja felé húzza sielőt.

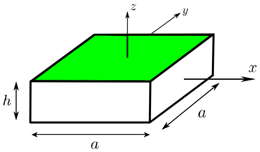
Láttuk, hogy Gagarin kb. 90 perc alatt
kerülte meg a Földet (ahol mi lakunk... 😁).

Bonifert Balázs, Ortvay versenyzővel egyeztettem ezeket az eredményeket.

Függőleges gravitációs gyorsulás

$$g_Z$$





$$g_Z(X, Y, h/2)$$

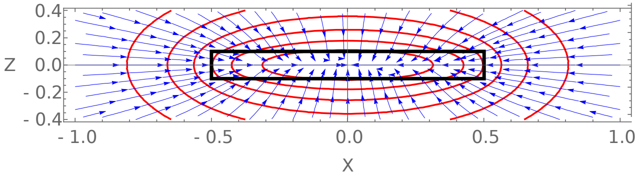
lassan csökken a középponttól távolodva

Mindennapi tapasztalat

Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!

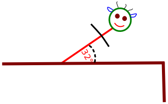
$g^* = 3.81\ \mathrm{m/s^2}$ a Laposföld közepén

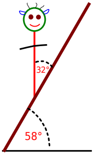


g nem merőleges a felszínre, ahogy távolodunk a középponttól

Aki itt, a Laposföld peremén megpróbál megállni a lábán, annak teste a talajjal 32°-os szöget zár be. Úgy érzi tehát magát, mint egy 58°-os meredekségű hegy oldalában.

A Laposföld sarkán olyan, mintha egy 67° meredekségű hegyen másznánk fel.



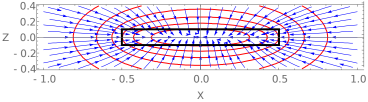


Mindennapi tapasztalat

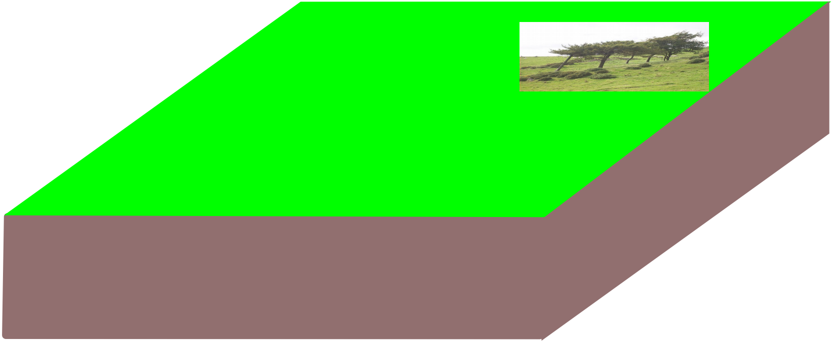
Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!

$g^* = 3.81\ \mathrm{m/s}^2$ a Laposföld közepén



A fák is ferdén állnak a talajhoz képest.

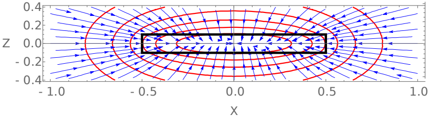


Mindennapi tapasztalat

Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!

$g^* = 3.81 \text{ m/s}^2$ a Laposföld közepén



Gravitáció nem csak az emberekre, de a levegőre is hat

A bolygó légköre a Laposföld középpontja környékén koncentrálódik.

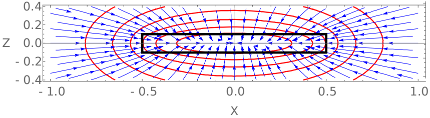
Ezt a hegymászást szkafander (és sok heti élelem) nélkül senkinek sem ajánljuk.

Mindennapi tapasztalat

Legyen a négyzet oldala a =10000 km, magassága h = 2000 km,

a sűrűsége azonos a Föld sűrűségével!

$g^* = 3.81\ \mathrm{m/s^2}$ a Laposföld közepén

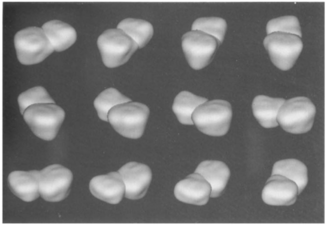


Gravitáció nem csak az emberekre, de a levegőre is hat

A bolygó légköre a Laposföld középpontja környékén koncentrálódik.

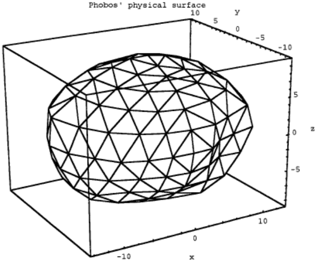
Ezt a hegymászást szkafander (és sok heti élelem) nélkül senkinek sem ajánljuk.

Aszteroid, poliéder gravitációs tere



R. A. Werner and D. J. Scheeres: Exterior Gravitation of a Polyhedron Derived and Compared with Harmonic and Mascon Gravitation Representations of Asteroid 4769 Castalia,
Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 65, 313-344 (1997).

Poliéder modell



R. A. Werner: The Gravitational Potential of a Homogeneous Polyhedron or don't Cut Corners,
Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 59, 253-278 (1994).

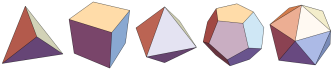
Kisbolygók, üstökösök és műholdak alakmodelljei

(Shape Models of Asteroids, Comets, and Satellites)

https://sbn.psi.edu/pds/shape-models/

Platóni testek/szabályos testek gravitációs tere

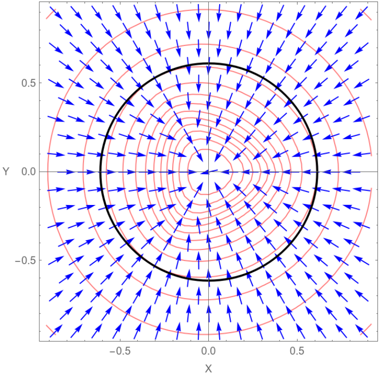
Oldalak egybevágó szabályos sokszögek



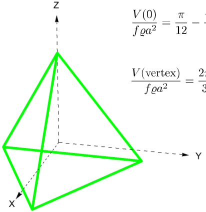
Tetraéder Kocka Oktaéder Dodekaéder Ikozaéder

Johannes Kepler: kezdetben úgy gondolta, hogy a hat bolygópálya (Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz) gömbjei között a kocka, a tetraéder, az oktaéder, a dodekaéder és az ikozaéder tartja a távolságot.

Johannes Kepler
1571 - 1630



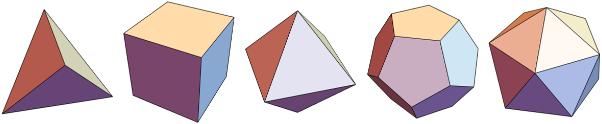
Tetraéder gravitációs potenciálja és gyorsulása az X-Y síkban



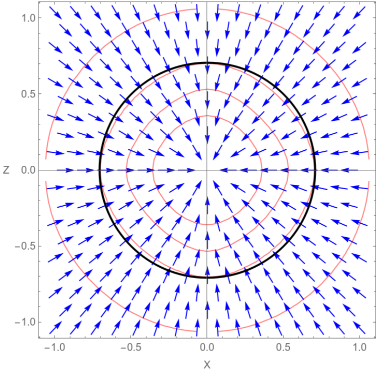
$$\frac{V(0)}{f\varrho a^2} = \frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{2}}{4}\ln\left(5+2\sqrt{6}\right) \approx -0.5487$$

$$\frac{V(\mathrm{vertex})}{f\varrho a^2} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{2}\,\ln 3}{4} - 2\,\mathrm{arctg}(\sqrt{2}) \approx -0.2047$$

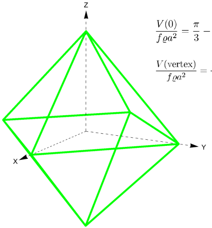
Platóni testek/szabályos testek gravitációs tere



Tetraéder Kocka Oktaéder Dodekaéder Ikozaéder



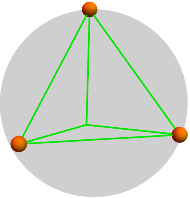
Oktaéder gravitációs potenciálja és gyorsulása az X-Z síkban

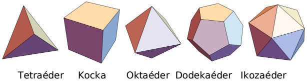


$$\frac{V(0)}{f\varrho a^2} = \frac{\pi}{3} - \sqrt{2}\,\ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right) \approx -1.4457$$

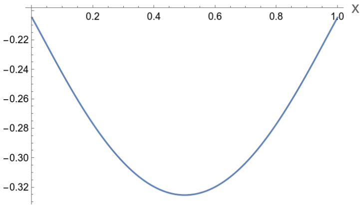
$$\frac{V(\text{vertex})}{f\varrho a^2} = -\frac{2\pi}{3} + \frac{8}{3}\,\text{arctg}\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}\,\ln\left(51 - 36\sqrt{2}\right) \approx -0.6909$$

Platóni testek/szabályos testek gravitációs tere

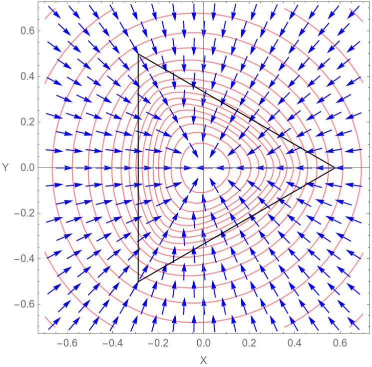




Tetraéder gravitációs
potenciálja
két csúcs között és az egyik lapján



$$\frac{V(\text{vertex})}{f\varrho a^2} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{2}\,\ln 3}{4} - 2\,\mathrm{arctg}(\sqrt{2}) \approx -0.2047$$



Eötvös Loránd Ágoston

(1848-1919)

a tudós, egyetemi oktató
és közéleti ember

United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization

Egyesült Nemzetek Nevelésügyi, Tudományos és Kulturális Szervezete

100th anniversary of Roland Eötvös (1848-1919), physicist, geophysicist, and innovator of higher education
Commemorated in association with UNESCO

Eötvös Loránd (1848-1919) fizikus, geofizikus és a felsőoktatás megújítójának 100. évfordulója
Az UNESCO-val közösen emlékezve

1EOTVOS
www.eotvos100.hu

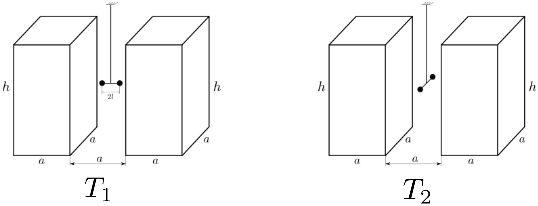
Eötvös-féle torziós inga

A gravitációs gyorsulás helyi változásainak rendkívül pontos mérése

Az 1900-as párizsi világkiállításon
díjat nyert.

Eötvös ólomtéglái

$a = 30\,\mathrm{cm},\ \ h = 60\,\mathrm{cm},\ \ m = 610\,\mathrm{kg}$



51. Ortvay Rudolf
Fizikai Problémamegoldó Verseny
2020. október 22 - november 2.
3. feladat

A két ólomtégla között egy torziós inga lengésidejét
mérte a két beállás körül.

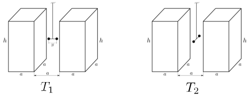
$T_1, T_2 \rightarrow$ f gravitációs állandó $\xrightarrow{\text{számolás ???}}$ $f = 6{,}65 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

Mai legpontosabb mérés: $f = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

B. Eötvös L.: Vizsgálatok a gravitatio és mágnesség köréből (Előleges jelentés.)
Mathematikai és Természettudományi Értesítő XIV. kötet, 221--266 (1896);
http://real-j.mtak.hu/4428/1/MatematikaiTermTudErtesito_14.pdf#221,

Eötvös ólomtéglái

$$a = 30\,\mathrm{cm},\quad h = 60\,\mathrm{cm},\quad m = 610\,\mathrm{kg}$$



51. Ortvay Rudolf
Fizikai Problémamegoldó Verseny
2020. október 22 - november 2.
3. feladat

A torziós inga lengésideje a téglatest potenciáljától függ.

$T_1, T_2 \to$ f gravitációs állandó $\xrightarrow{\text{számolás}}$ $f = 6{,}65 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

Mai legpontosabb mérés: $f = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

Cserti József, Dávid Gyula: Az Eötvös-inga képletei,
Fizikai Szemle 69/7–8 (2019) 219–227.
http://fizikaiszemle.hu/uploads/2019/08/fizszem-20190708-cserti-david_09_56_51_1567151811.4595.pdf

B. Eötvös L.: Vizsgálatok a gravitatio és mágnesség köréből (Előleges jelentés.)
Mathematikai és Természettudományi Értesítő XIV. kötet, 221--266 (1896);
http://real-j.mtak.hu/4428/1/MatematikaiTermTudErtesito_14.pdf#221

Befejező gondolatok

(összefoglalás helyett)

Eötvös két gondolata:

„Két dolgot soha nem értünk meg egészen:
a mindenséget és önmagunkat.
Minden tudománynak elérhető tárgya e kettő között fekszik."

Kései naplójegyzetében írja:

„...csak az válik kitűnővé, ki magas célokat tűz ki
és igen sokat követel magától."