

Az atomoktól a csillagokig előadás-sorozat

Élet a káosz szélén

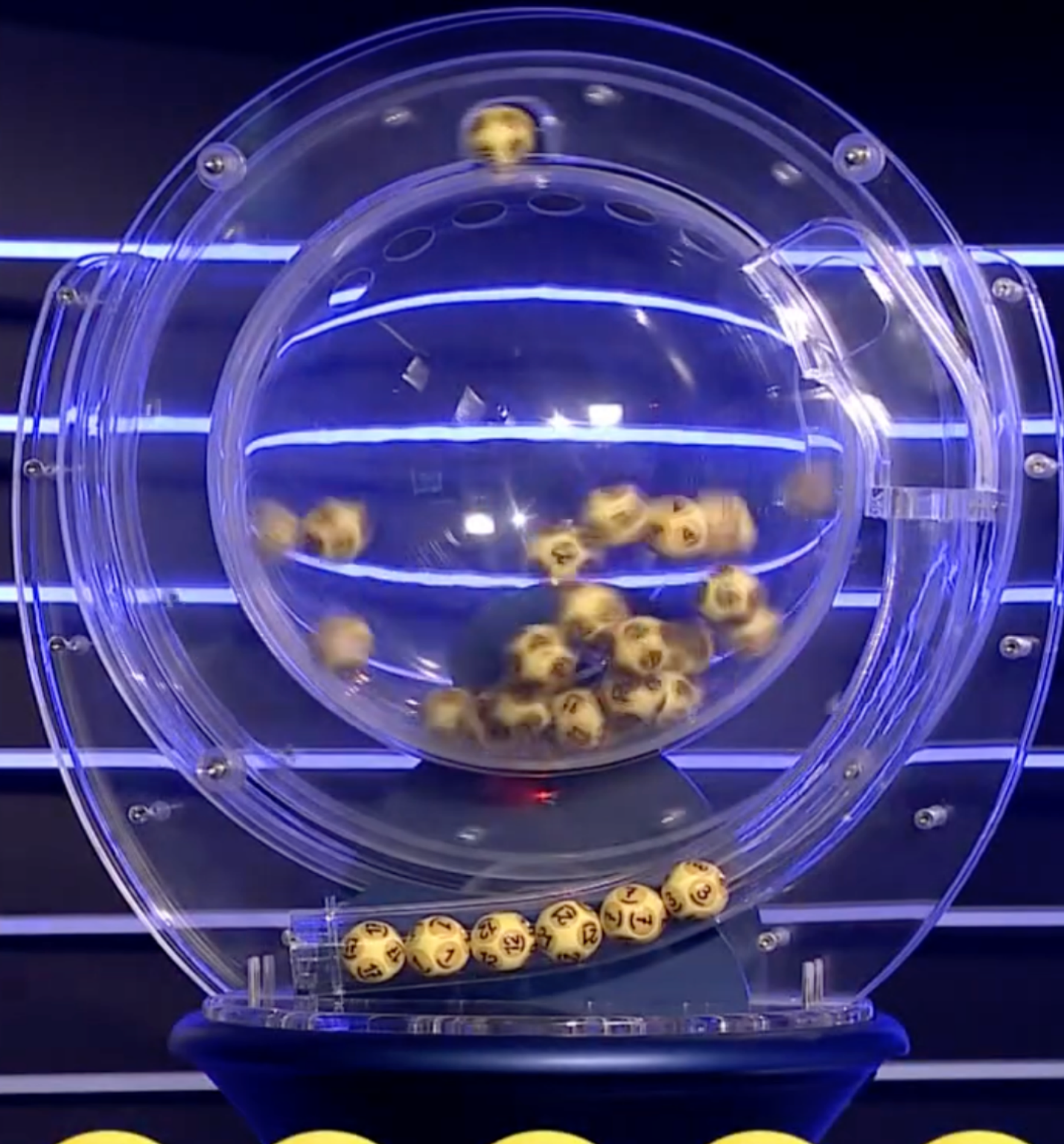
Gáspár Merse Előd

@ELTE, @CEU, @Qubit, @Tilos



2026. február 26.

Sok szabadsági fokú rendszertől nem csoda a véletlenszerű viselkedés



GÉPI
SOR SOLÁS

17

1

12

21

7

3



Élet a káosz szélén

Fogalmak

„élet” $\rightsquigarrow$ komplex adaptív rendszer

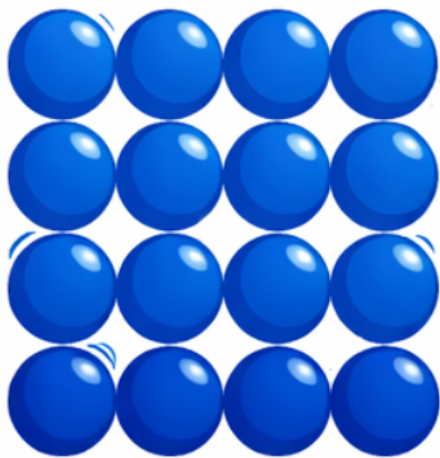
„káosz széle” $\rightsquigarrow$ rendezett és kaotikus viselkedés közti fázisátmenet

Hipotézis

Komplex adaptív rendszerek a fázisátmenet kritikus pontjában rendelkeznek:

- legjobb számítási kapacitással
- optimális adaptációs képességgel

Fázisátmenet / állapotváltozás



Mottó

*Mihelyt tudjátok, hogy mi a kérdés,
érteni fogjátok a választ is.*

[Douglas Adams]

Néhány felmerülő kérdés

Paraméterezhető-e a rendezettség és káosz közötti átmenet?

Ha igen, akkor lényegében egyértelmű-e ez a paraméterezés?

Létezik-e kritikus paraméter, amit a káosz szélének nevezhetünk?

Mit értsünk számítási kapacitás alatt? És ez miért fontos?

Mit értünk komplex adaptív rendszer alatt, amire mindez érvényes lehet?

Milyen környezeti hatásokra vizsgáljuk a rendszer adaptációját?

A számítási kapacitás valóban szelekciós tényező?

Megközelítés lehetőségek

dinamikai rendszerek elmélete, káoszelmélet

geometriai szemlélet: trajektóriák összességének vizsgálata
/attraktorok, medencék, szeparátrixok/

statisztikus mechanika, termodinamika

valószínűségi leírás: makroszkópikus állapotjelzők

számítástudomány, információelmélet, kibernetika

szemlélet: kezdő állapotból a végállapotba való átmenet egy számí-
tási feladat /információ tárolása, továbbítása, szervezése/

Dinamika és számítás

Információ forrása

- determinisztikus káosz információt generál
/jóslás komplexitása exponenciálisan nő az idővel/
- periódikus folyamatban nem keletkezik új információ

Információ terjedése

fázisátalakulások $\rightarrow$ korrelációs hossz

Memória

- véletlen folyamatnak nincs memória szükséglete
/független pénzfeldobás/
- periódikus folyamatnak legalább periódusidejű memóriája van

Adaptáció és számítás

Kibernetikai nézőpont

Az adaptáció feladata a rendszer bizonyos paramétereit a fiziológiai határértékek között tartani.

A szabályozás megakadályozza a sokféleség áramlását a zavaroktól a lényeges változókig.

- **passzív** regulátor: teknős páncélja
- **aktív** reguláció: komplex viselkedési forma

megkövetelt sokféleség törvénye

A sokféleséget a regulátor sokfélesége tudja megsemmisíteni.

/W. Ross Ashby: Bevezetés a kibernetikába/

Konkrét megközelítési lehetőségek

- sejtautomaták (CA)
/egyszerű lokális szabályok, hatalmas szabálytér,
könnyű nagy mintát futtatni és statisztikát gyűjteni/
- random Boolean hálózatok (RBN)
- folytonos állapotú sejtautomaták
- csatolt oszcillátorhálózatok
- neurális háló
- ágens alapú modellek
- kaszkádmodellek
- ...

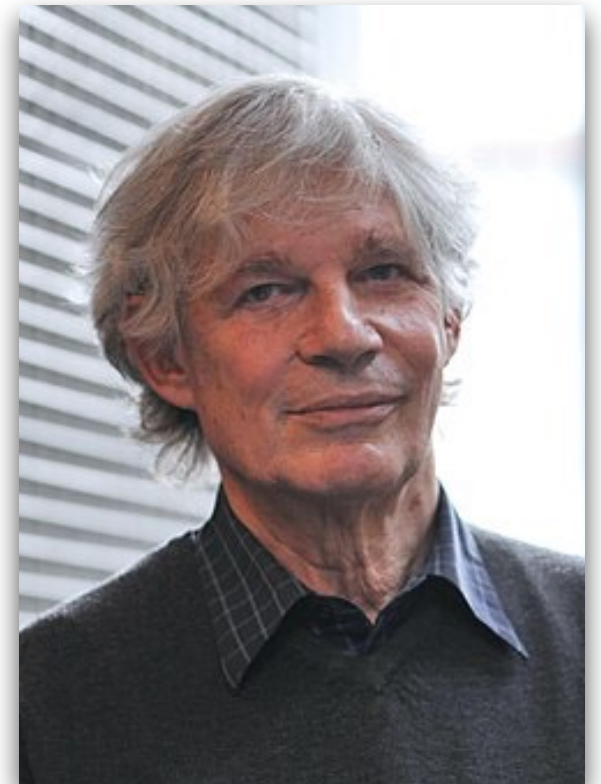
A terület legnagyobb kutatói



Norman H. Packard



Christopher G. Langton



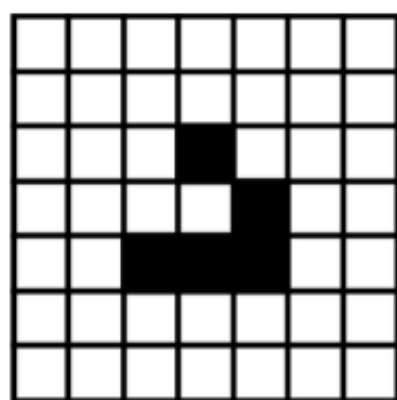
Stuart A. Kauffman

- ☞ Norman H. Packard: Adaptation toward the edge of chaos
- ☞ Christopher G. Langton: Computation at the edge of chaos
- ☞ J. P. Crutchfield & K. Young: Computation at the onset of chaos
- ☞ Stuart A. Kauffman: The Origins of Order

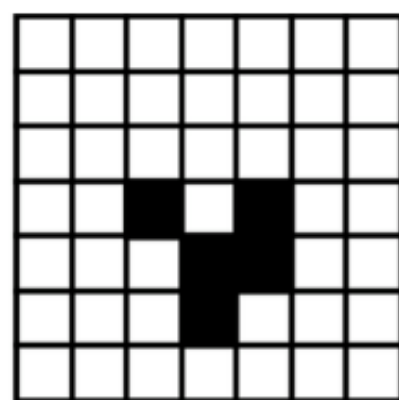
Sejtautomaták

A sejtautomaták **diszkrét rácson** és **diszkrét időben** játszódó modellek. A akárhány dimenziós rácsozatban elrendezett cellák mindegyike **véges számú állapot** vehet fel. Minden sejt ugyanazon szabályok alapján változtatja állapotát a környező sejtek előző állapotának függvényében.

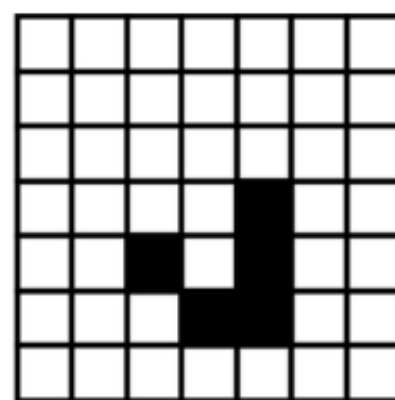
A fejlesztés eredeti célja egy önreprodukáló gép megszerkesztése volt, amely ötletét Stanislaw Ulam vetette fel Neumann Jánosnak. Az egyik legismertebb sejtautomata John Conway életjátéka.



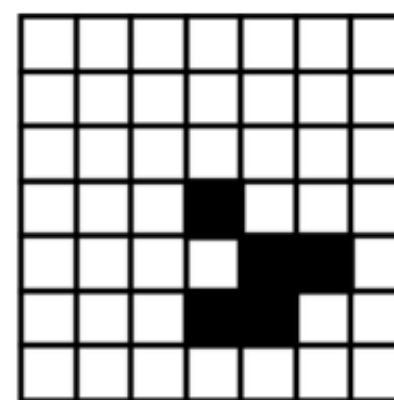
Time 1



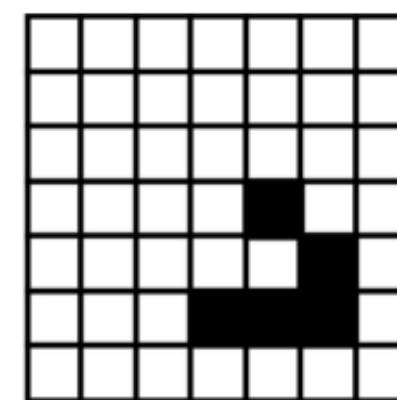
Time 2



Time 3

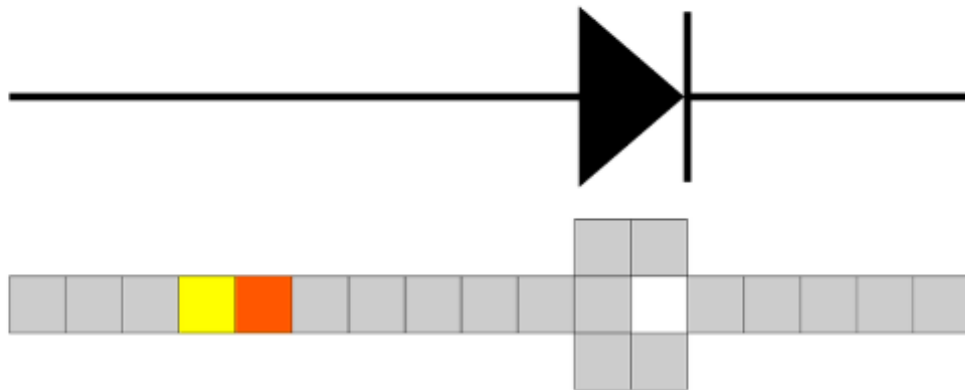


Time 4

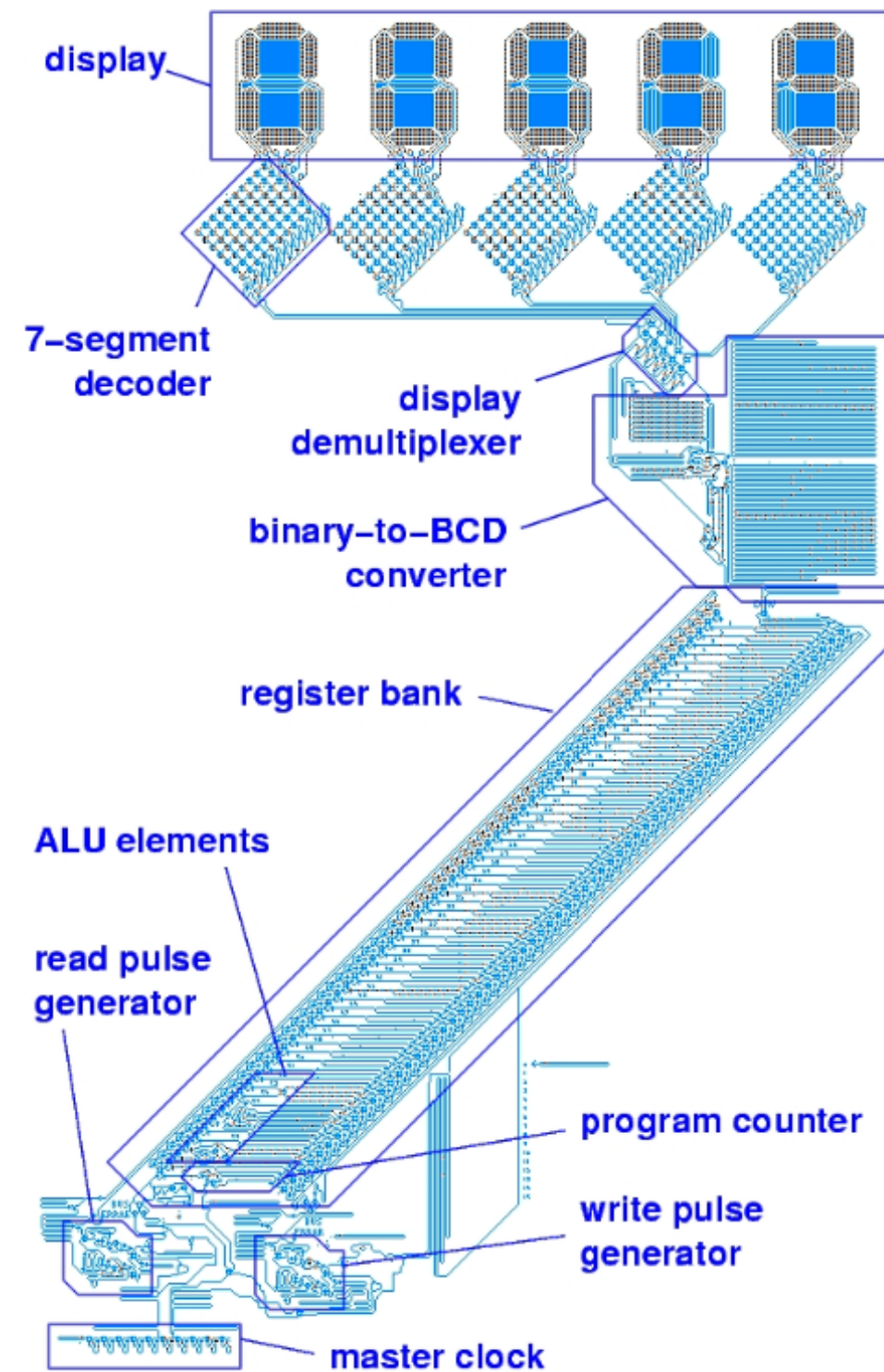


Time 5

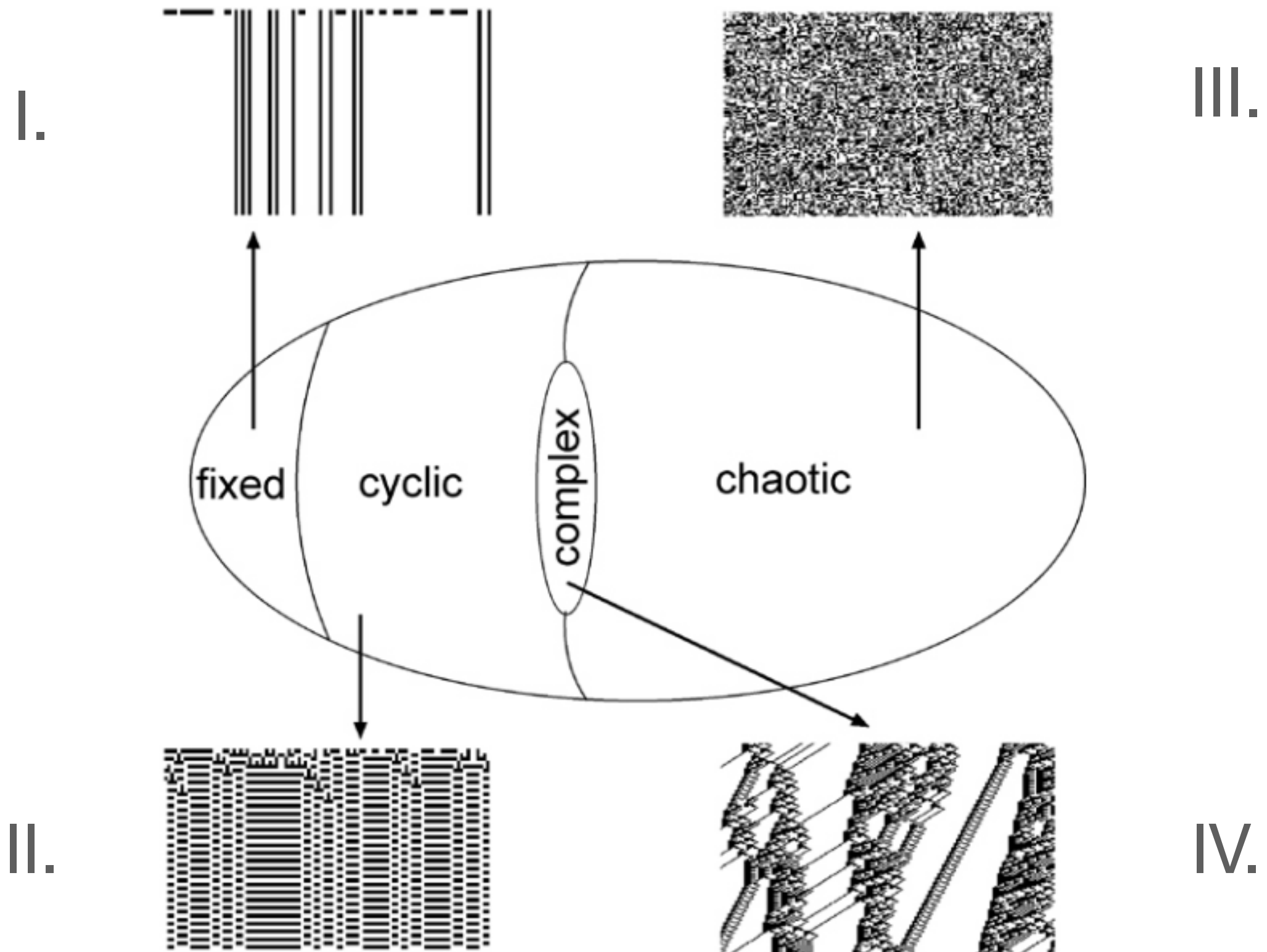
Drótvilág (Brian Silverman, 1987)



prímszám generátor →



Wolfram klasszifikáció

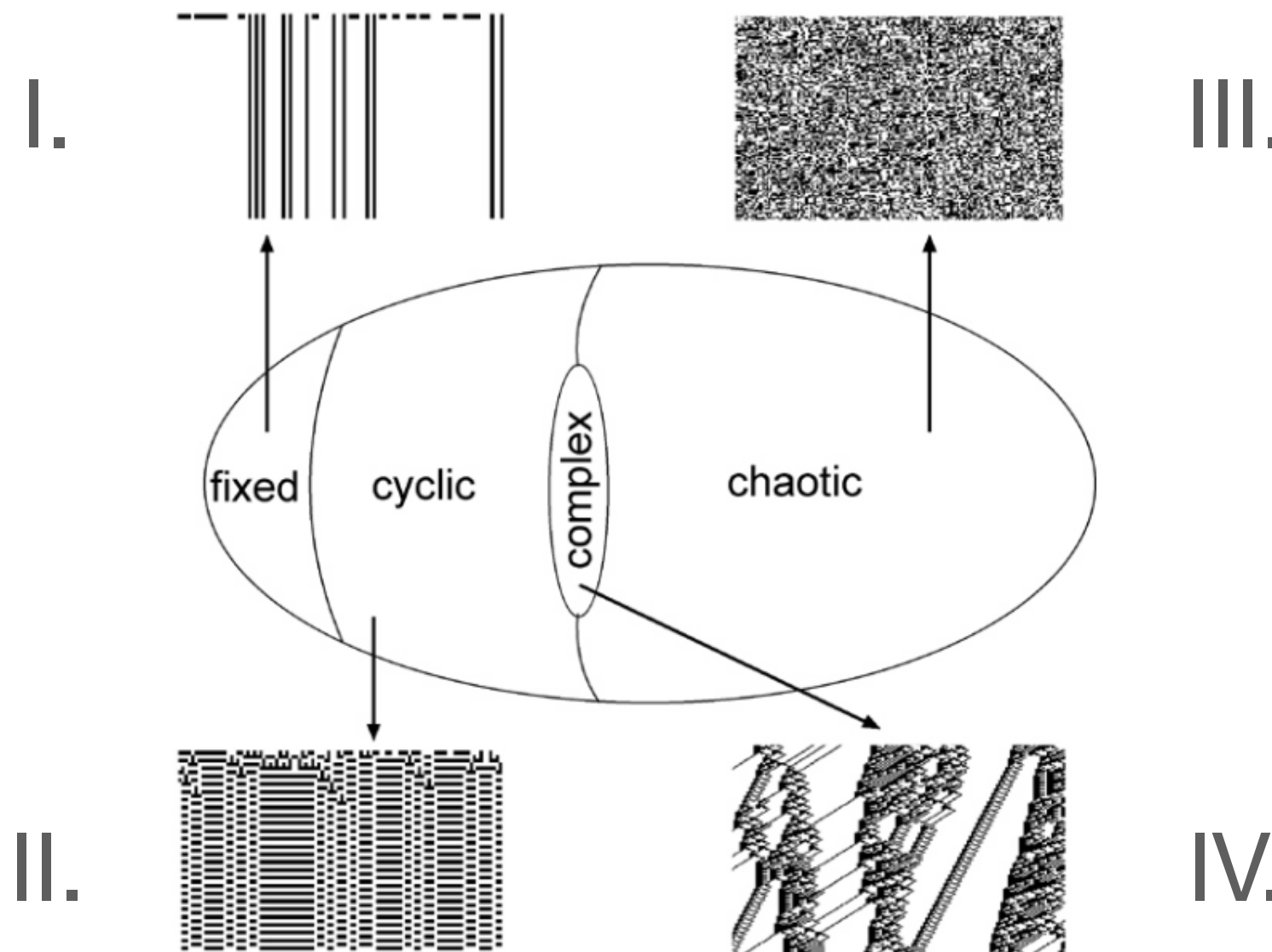


Wolfram klasszifikáció

- I. Majdnem minden kezdő konfiguráció gyorsan egy stabil és homogén végállapotba fejlődik. Bármilyen véletlenszerűség a kezdő mintázatban eltűnik a fejlődés során.
- II. Majdnem minden kezdő konfiguráció gyorsan egy állandó vagy oszcilláló állapotba fejlődik. A kezdő mintázatban lévő véletlenszerűségek némelyike eltűnik, mások megmaradnak. A lokális változások a kezdő adatokban lokálisak maradnak.
- III. Majdnem minden kezdő konfiguráció pszeudo-véletlen vagy kaotikus módon fejlődik. Bármilyen homogén struktúra, ami megjelenik, rövid időn belül felbomlik a környező zaj hatása miatt. A kezdő adatokban eszközölt lokális változások hatásai nem maradnak lokálisak, hanem a végtelenbe terjednek.
- IV. Majdnem minden kezdő mintázat olyan lokális mintázatokat hoz létre, hogy a köztük lévő komplex kölcsönhatás hatására hosszú ideig képesek túlélni. Előfordulhat nagyon hosszú idő után periodikus állapotba kerül, de a kezdeti lokális változások hatásai megjósolhatatlanok.

Folytonos dinamikai analógiák

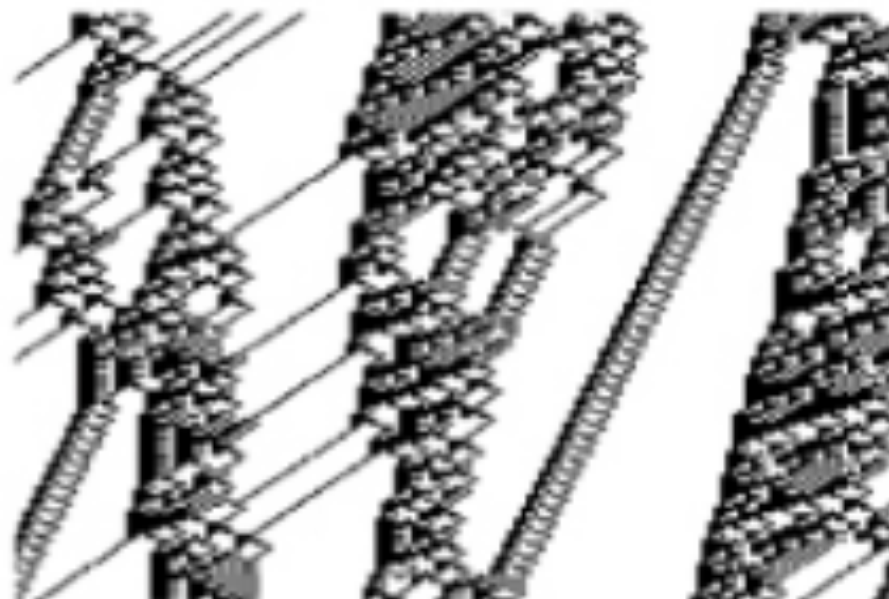
- I. fix pont.
- II. határciklus
- III. kaotikus/különös attraktor
- IV. nagyon hosszú tranziensek



Langton kérdésfeltevése

Milyen dinamikai rendszer, milyen feltételek mellett képes arra, hogy megvalósítsa a számítási kapacitással rendelkező rendszerek azon szükséges alap funkcióit, mint például az információ továbbítása, tárolása és módosítása?

Az információ csak a IV. osztályban elég stabil ahhoz, hogy üzenetstruktúrát támogasson, illetve továbbítson. Ebben a „folyékony” állapotban alakul ki az élő rendszerekre jellemző maximális komplexitás.



A IV. osztály

Wolfram sejtése:

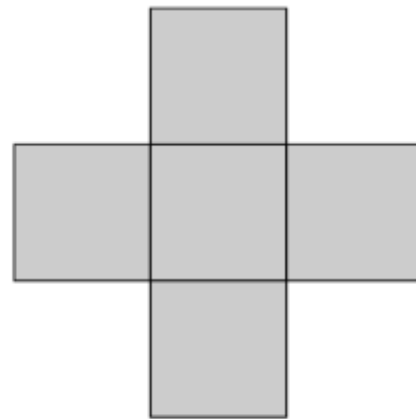
A IV. osztályba tartozó automatákkal
univerzális számítások végezhetők.

Néhányra van csak belátva:
például az **életjáték** és a **drótvilág** ilyen.

IV. osztály számossága

1D, 2D automatákon végzett felmérés alapján úgy tűnik, hogy a IV. osztályba tartozó automaták száma nagyon ritka, vagyis vagyis termodinamikai limitben zérus valószínűséggel találunk.

Sejtautomaták hatalmas univerzuma

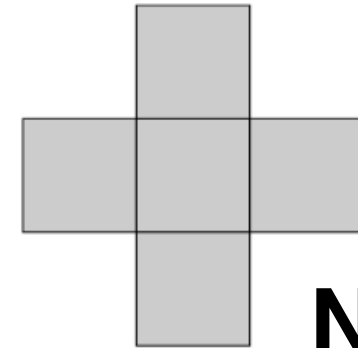


Egy kis számolás

Vegyünk egy kétdimenziós sejtautomatát négyzetrácson, melynek a lokális függőségi tartománya a fenti ábrán látható, vagyis a sejtek átmeneti függvénye 4+1 sejt előző állapotától függ. Ha sejtek állapota nyolc féle lehet, akkor a kereszt $8^5 = 32768$ különböző állapotot vehet fel. Egy sejtautomata adott, ha minden állapotra megmondjuk a közepén lévő sejt következő állapotát, azaz a lehetséges sejtautomaták összes száma: $8^{32768} \approx 10^{30000}$. A látható univerzumban lévő atomok száma kb 10^{80} . Megjegyzés: a fenti számításon nem sokat változtat, ha a négyzetrács szimmetriáit is figyelembe vesszük.

Langton λ paramétere

$$\lambda = \frac{K^N - n}{K^N} \in [0, 1 - 1/K]$$



N = 5

Megjegyzések

- az összes lehetséges automatáknak csak egy alterét parametrizáljuk
- izotróp kényszerrel kötünk ki, azaz nincs kitüntetett irány
- „folytonosan” perturbálva változtatjuk a random részt
- minél nagyobb a függőségi környezet (K) és az állapotok száma (N), annál jobb a parametrizáció
- Langton választása: 1D, K=4, N=5
 $\Rightarrow 4^5 = 1024$ elemű az átmeneti függvény

Információ

Információ:

A valószínűség negatív logaritmusa: $I(p) = -\log(p)$

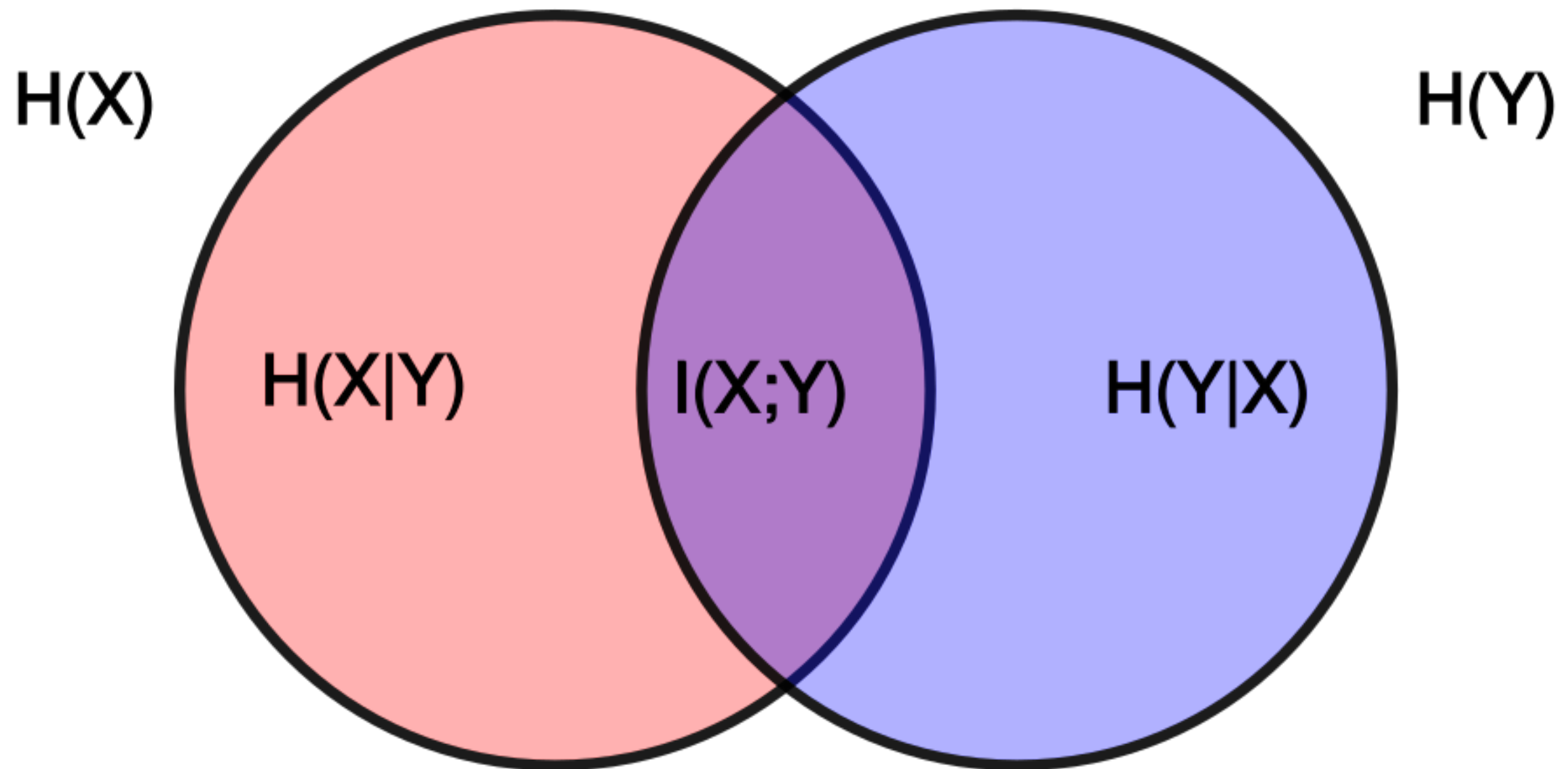
Független események:

Információ adódjon össze: $I(p_1, p_2) = I(p_1) + I(p_2)$

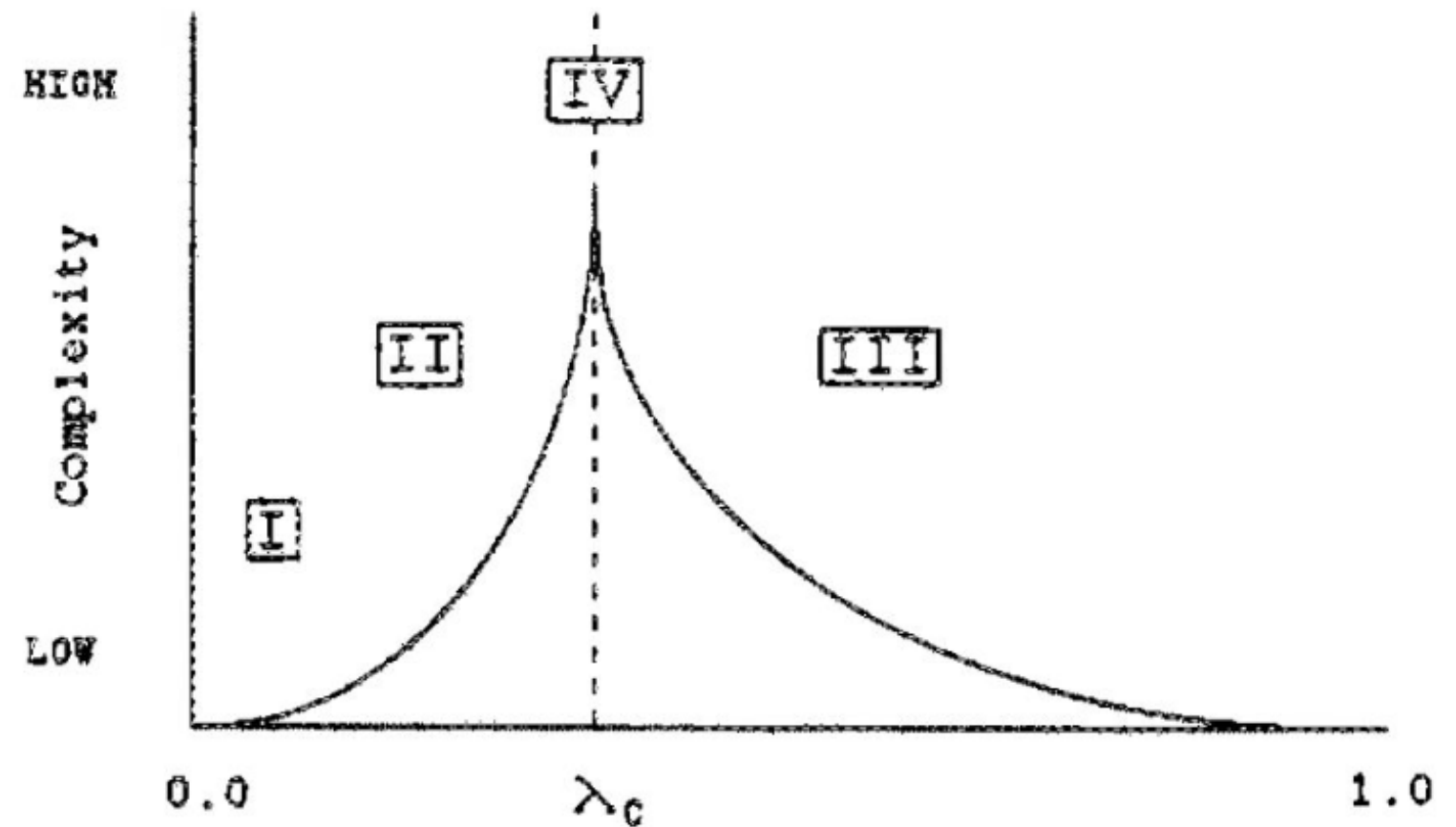
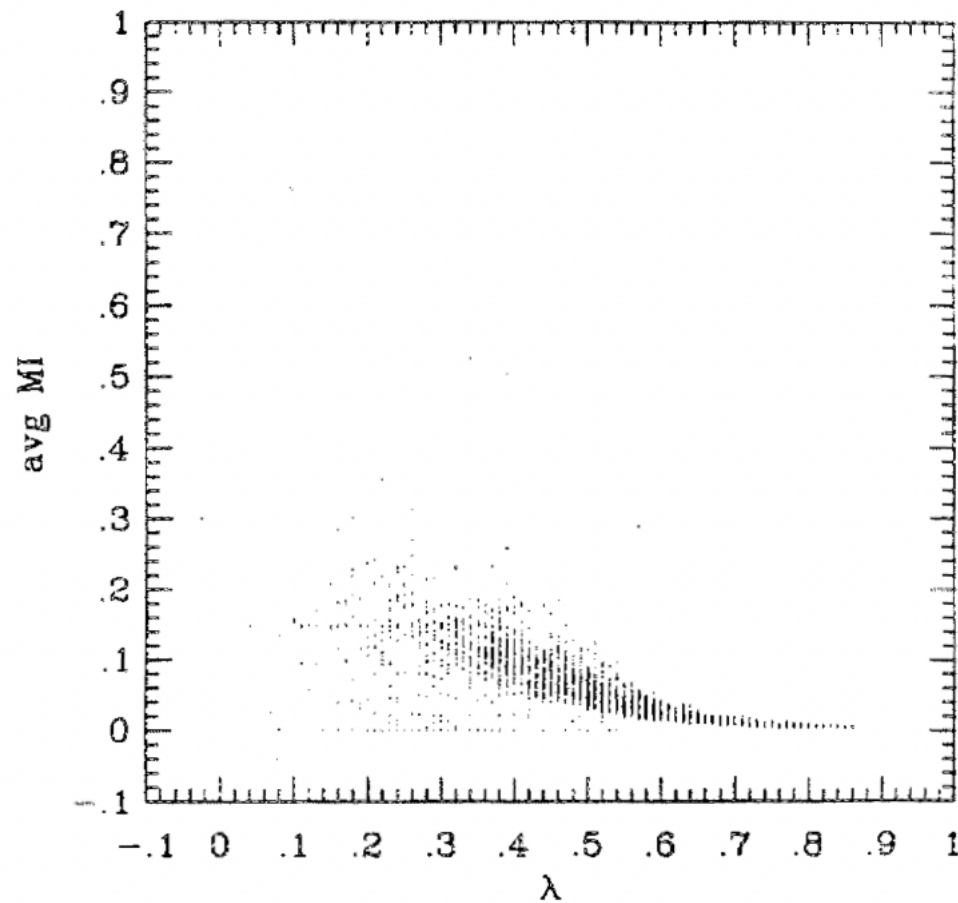
Shannon-entrópia:

$$H(X) = \mathbb{E}[I(X)] = \sum_x p(x) (-\log p(x))$$

Kölcsönös információ



Megfigyelések



Információ tárolása és továbbítása

káosz $\rightarrow$ entrópia nagy $\rightarrow$ információt nem tudja tárolni, de tudja továbbítani
rend $\rightarrow$ entrópia kicsi $\rightarrow$ információt nem tudja továbbítani, de tudja tárolni

Megállási probléma

Algoritmikusan nem lehet eldönteni, hogy egy univerzális Turing-gép egy adott bemenettel véges időn belül megáll-e.

Megjegyzés: algoritmikusan kiszámíthatónak nevezzük, amit Turing-gépen ki lehet számolni. Olyan determinisztikus modellt, amely több mindent tudna kiszámolni, mint a Turing-gép, még senki sem talált.

Analógia sejtautomatákra

Három lehetőség létezik:

- A kritikus pont alatti sejtautomaták véges időn belül konvergálnak
- A kritikus pont feletti sejtautomaták soha nem állnak meg
- A kritikus pontnál általánosan eldönthetetlen a megállás

Quantum Biology on the Edge of Quantum Chaos

Gabor Vattay^{1*}, Stuart Kauffman², Samuli Niiranen³

1 Department of Physics of Complex Systems, Eotvos University, Budapest, Hungary, **2** Vermont Complex Systems Center, University of Vermont, Burlington, Vermont, United States of America, **3** Department of Signal Processing, Tampere University of Technology, Tampere, Finland

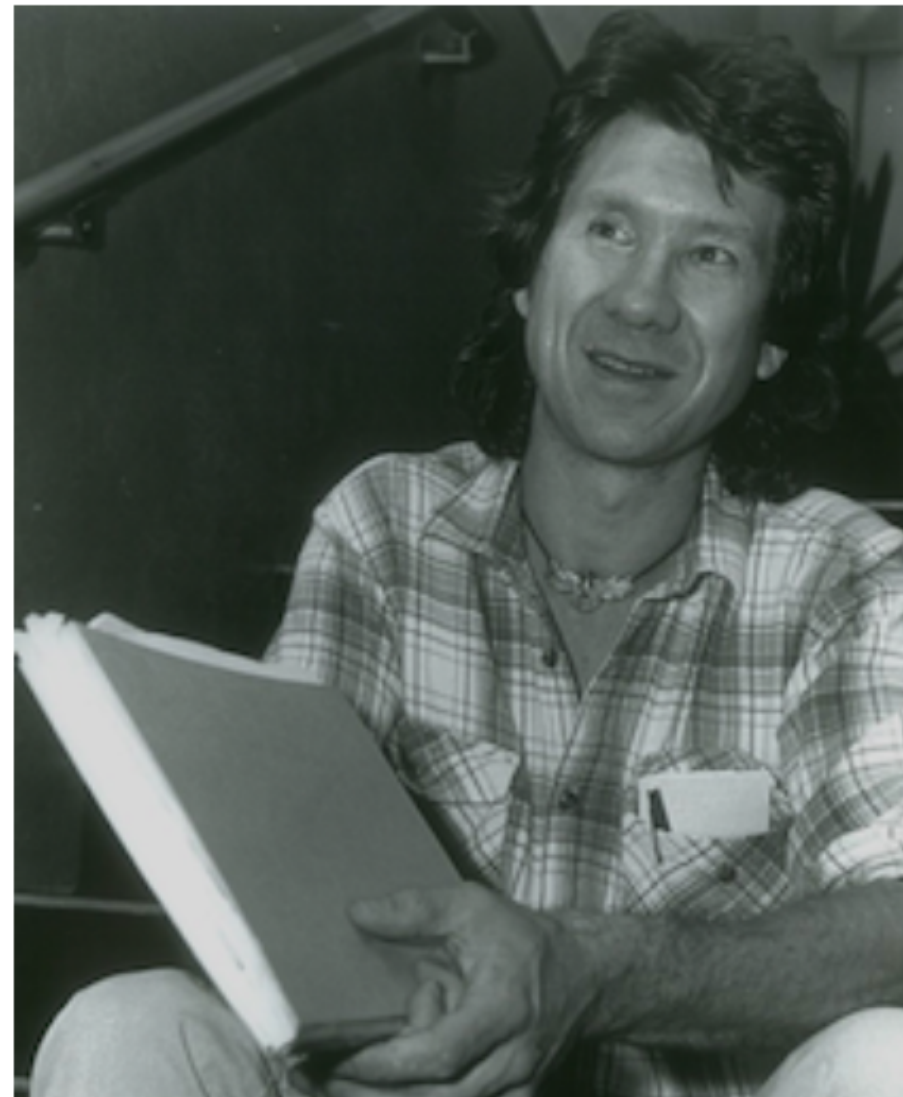
Abstract

We give a new explanation for why some biological systems can stay quantum coherent for a long time at room temperature, one of the fundamental puzzles of quantum biology. We show that systems with the right level of complexity between chaos and regularity can increase their coherence time by orders of magnitude. Systems near Critical Quantum Chaos or Metal-Insulator Transition (MIT) can have long coherence times and coherent transport at the same time. The new theory tested in a realistic light harvesting system model can reproduce the scaling of critical fluctuations reported in recent experiments. Scaling of return probability in the FMO light harvesting complex shows the signs of universal return probability decay observed at critical MIT. The results may open up new possibilities to design low loss energy and information transport systems in this Poised Realm hovering reversibly between quantum coherence and classicality.

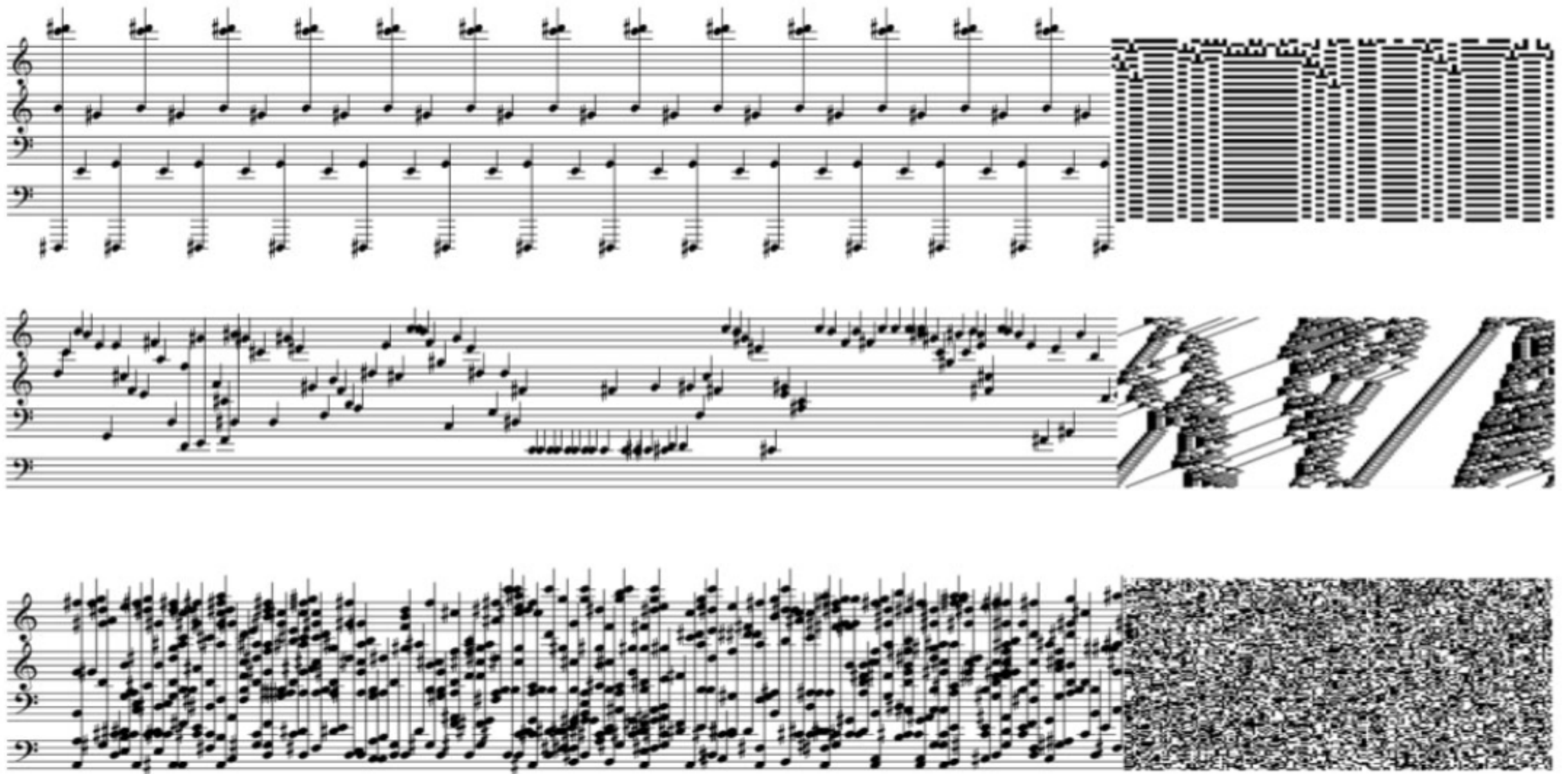
Idézet

The edge of chaos is where information gets its foot in the door in the physical world, where it gets the upper hand over energy.

[Chris Langton]



Zene a káosz szélén



D. Burraston & E. Edmonds:

Cellular automata in generative electronic music and sonic art: A historical and technical review

Káosz I. /appendix/

Káosz legfontosabb jellemzői

- mozgás szabálytalansága, globális topológikus keveredés
topologikus entrópia (h):
m-periódikus pályák száma: $N_m \sim e^{hm}$
ívelemek szétterülési rátája: $L_t \sim e^{ht}$
- előrejelezhetetlenség, állandósult instabilitás
lokális Ljapunov-exponens (λ): $\Delta r_t \sim \Delta r_0 \cdot e^{\lambda(r)t}$
- bonyolult, de jól meghatározott fázistérbeli geometria
fraktáldimenzió (D): $N(\epsilon) \sim \epsilon^{-D_0}$ /dobozdimenzió/

káosz $\neq$ zaj

- determinisztikus káosz véletlenszerű viselkedést mutat
- sztochasztikus folyamat nem determinisztikus

/valós rendszerekben a kettő keveredik, ill. függ a választott skálától/

Káosz II. /appendix/

Nemlinearitás

Lineáris rendszerben a hatás egyenesen arányos a kiváltó okkal
 $\Rightarrow$ káosz szükséges feltétele a nemlinearitás

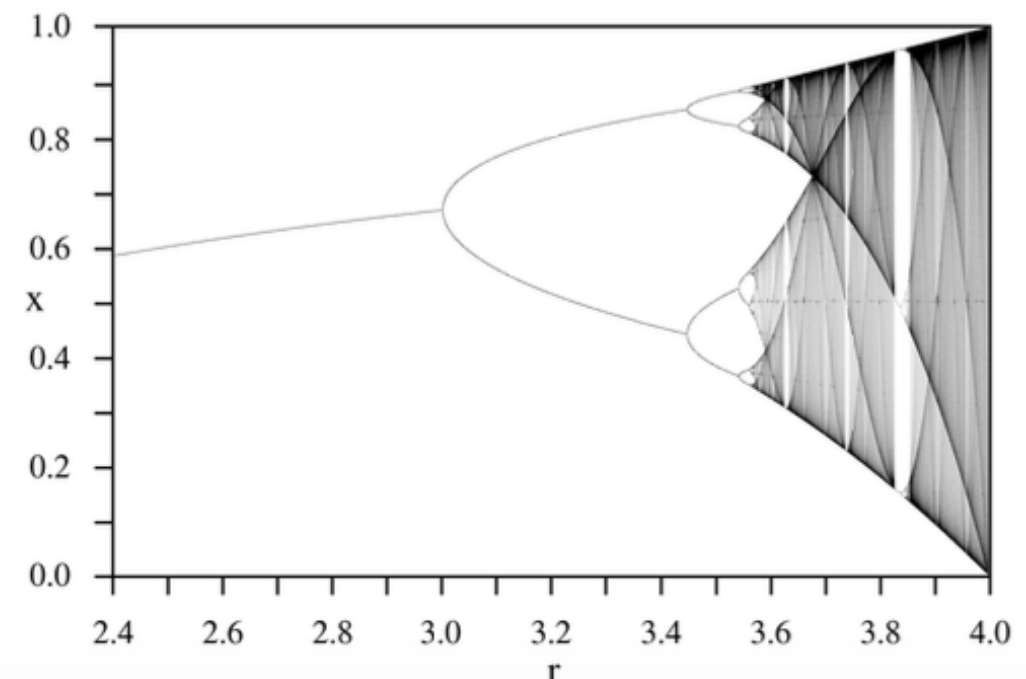
Megjegyzés: A káosz nem a kivételes, hanem a tipikus viselkedés!

Poincaré-Bendixson tétel

2D fázistérben nem létezhet a határciklusnál bonyolultabb attraktor.

Szabadsági fokok minimális száma

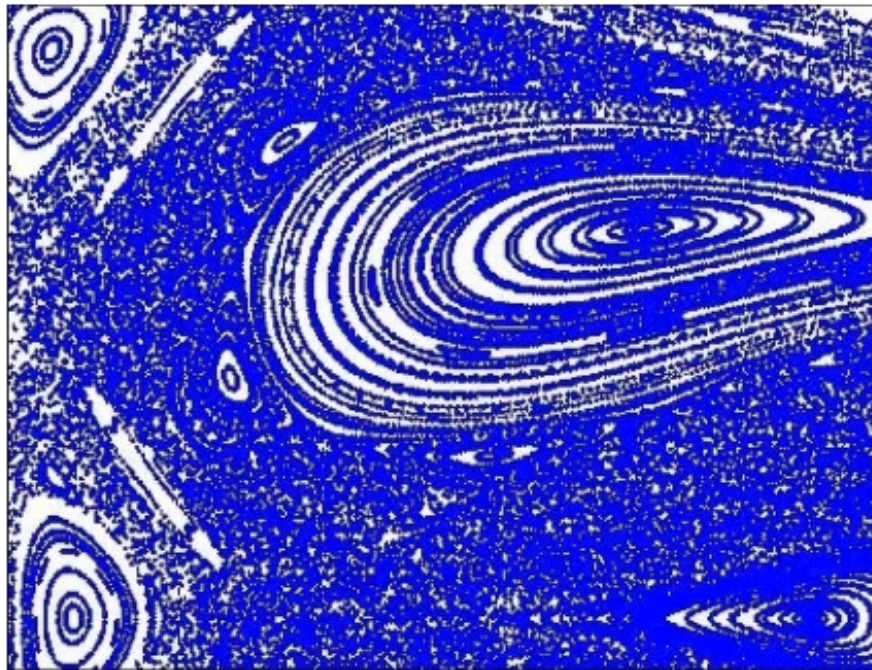
- **1:** nem invertálható leképezés
/pl: logisztikus leképezés/
- **2:** invertálható leképezés
- **3:** folytonos dinamika
/pl: kettős inga/



Káosz II. /appendix/

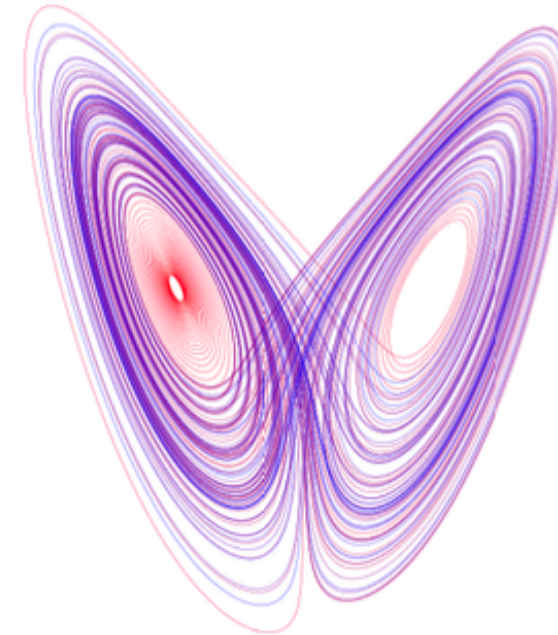
Konzervatív káosz

energiamegmaradás
⇒ fázistérfogat állandó



Disszipatív káosz

fázistér összehúzódik
→ nullmértékű **különös attraktor**



integrálható rendszer

szimmetriák → mozgásállandók → kanonikus változók → tóruszok
KAM-tétel: kis perturbáció hatására a tóruszok egy része felbomlik