



# Eötvös Loránd mérései a geodéziában és adaléka a Föld alakjához

Timár Gábor

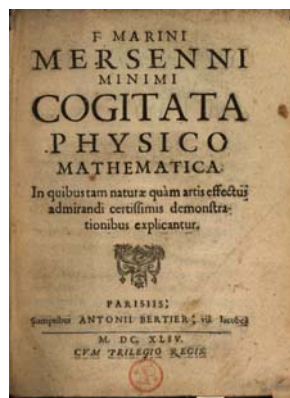
ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék

**1EÖTVÖS**

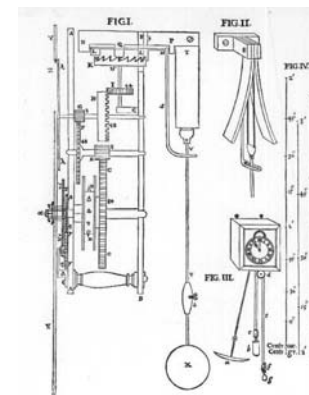
[www.eotvos100.hu](http://www.eotvos100.hu)



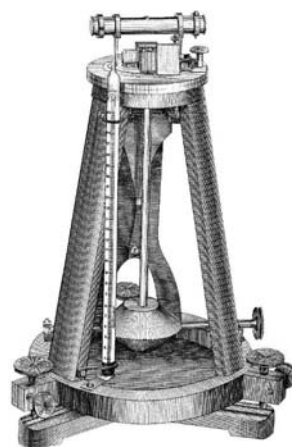
# A gravitációs mérések



Mersenne, 1644



Huygens, 1656



Sterneck, 1889



Eötvös, 1891-



# A gravitációs mérések

Prop. XVII. Prob. IX.

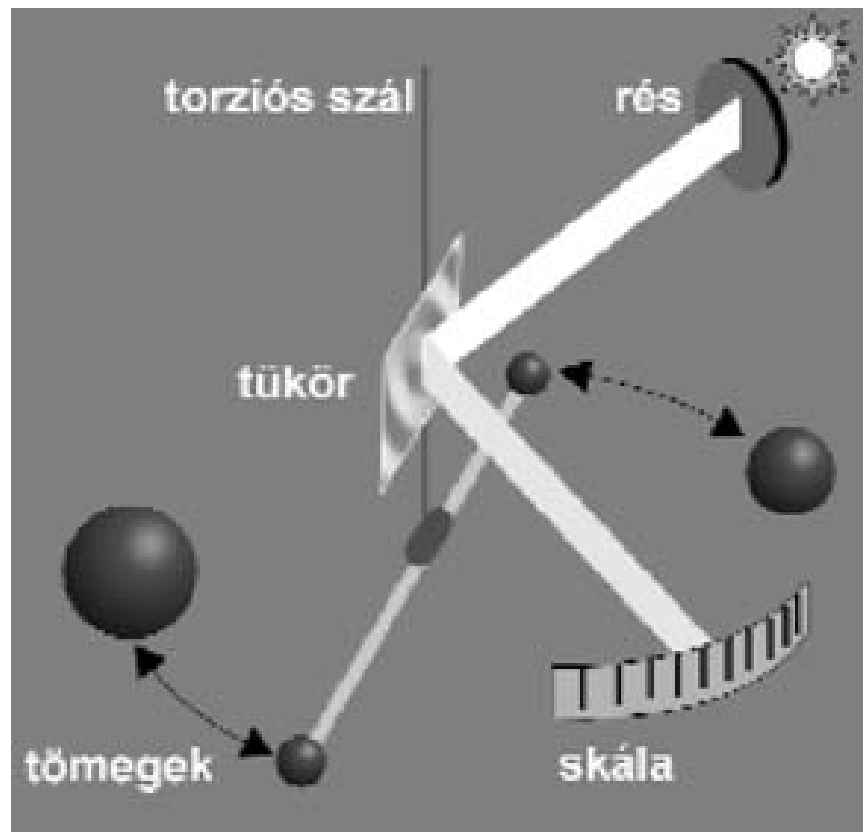
*Posito quod vis centripeta sit reciproce proportionalis quadrato distantiae a centro, & quod vis illius quantitas absoluta sit cognita; requiritur linea quam corpus describit, de loco dato cum data velocitate secundum datam rectam egrediens.*

*Vis centripeta tendens ad punctum S ea sit quæ corpus p in orbita quavis data p q gyrare faciat, & cognoscatur hujus velocitas in loco p. De loco P secundum lineam P R exeat corpus P cum data velocitate, & mox inde, cogente vi centripeta, deflectat illud in Conifectionem P Q. Hanc igitur recta P R tanget in P. Tangat itidem recta aliqua p r orbitam p q in p, & si ab S ad eas tangentes demitti intelligantur perpendiculara, erit ( per Corol. I. Theor. VIII. ) latus rectum Conifectionis ad latus rect-*

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = (6,674\,08 \pm 0,000\,31) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

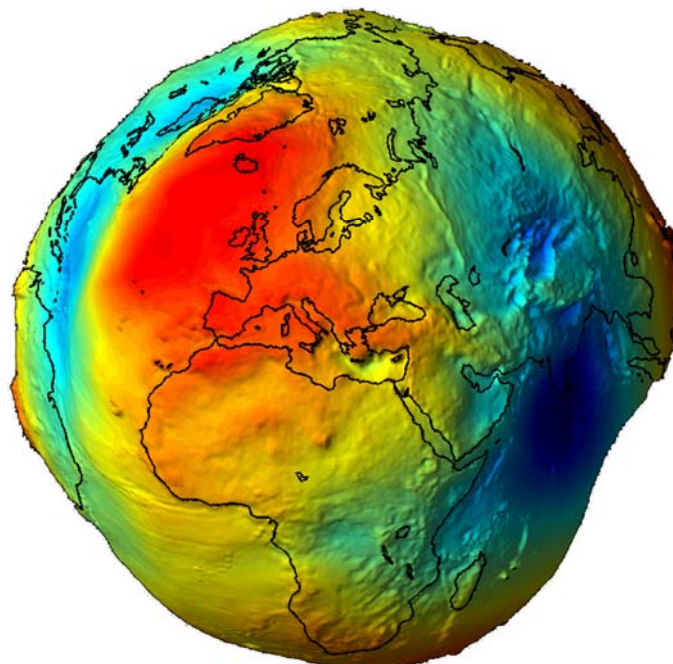
# A gravitációs állandó



A Cavendish-inga (1798)



# A gravitációs mérések és a földalak



A gravitációs (Stokes, 1849) és geodéziai (Helmert, 1880) mérések a nehézségi erőter szintfelületét is meg tudják adni. Ez a szintfelület a Gauss (1828) szerinti elméleti földalak, Listing (1872) elnevezésével a **geoid**.



# A gravitációs mérések és a földalak

— 73 —

Unterschied, von dem doch jedenfalls nur ein kleiner Theil dem Instrumente und den in der Rechnung gebrauchten Declinationen zur Last fallen kann. Die Vergleichung des Breitenunterschiedes zwischen Altona und dem Brocken mit der Krümmung, welche dem sich der Erde im Ganzen am besten anschliessenden Sphäroid entspricht, würde daher eine Abweichung von 16" geben.

Nach unserm Dafürhalten betrachtet man diesen Gegenstand aus einem falschen Gesichtspunkte, wenn man bei solchen Erscheinungen immer nur von Localablenkungen der Lothlinie spricht, und sie also gleichsam nur als einzelne Ausnahmen ansieht. Was wir im geometrischen Sinn Oberfläche der Erde nennen, ist nichts anderes als diejenige Fläche, welche überall die Richtung der Schwere senkrecht schneidet, und von der die Oberfläche des Weltmeers einen Theil ausmacht. Die Richtung der Schwere an jedem Punkte wird aber durch die Gestalt des festen Theils der Erde und seine ungleiche Dichtigkeit bestimmt, und an der äussern Rinde der Erde, von der allein wir etwas wissen, zeigt sich diese Gestalt und Dichtigkeit als höchst unregelmässig; die Unregelmässigkeit der Dichtigkeit mag sich leicht noch ziemlich tief unter die äussere Rinde erstrecken, und entzieht sich ganz unsern Berechnungen, zu welchen fast alle Data fehlen. Die geometrische Oberfläche ist das Product der Gesamtwirkung dieser ungleich vertheilten Elemente, und anstatt vorkommende unzweideutige Beweise der Unregelmässigkeit befremdend zu finden, scheint es eher zu bewundern, dass sie nicht noch grösser ist. Wären die astronomischen Beobachtungen einer zeh- oder hundertmahl grössern Genauigkeit fähig, als sie gegenwärtig haben, so würden sie diese Unregelmässigkeit ohne Zweifel überall

Gauss (1828): a potenciáleméleti földalak





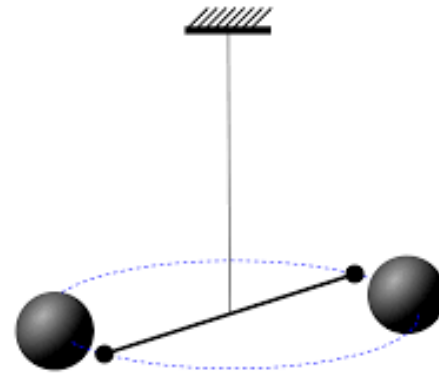
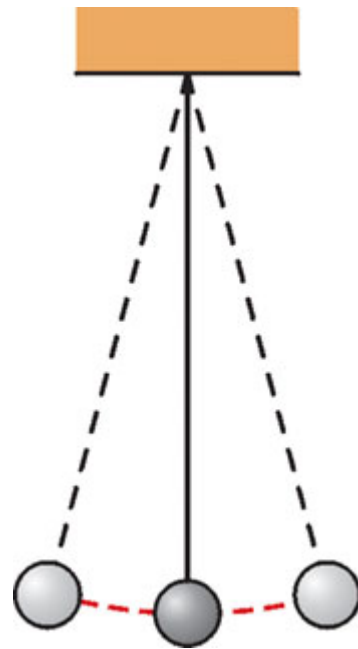
# A gravitációs mérések és a földalak

„Véleményünk szerint rossz oldalról vizsgáljuk e jelenséget, amikor csak a függővonal helyi eltéréseiről beszélünk, és ezeket helyi kivételeknek tekintjük. Geometriai szempontból a Föld felszíne nem más, mint az a felület, amely mindenütt merőleges a helyi nehézségi erővonalra, és amelynek a tengerek felszíne egy részét alkotja. A nehézségi erő irányát azonban minden pontban a teljes földtömeg és annak változó sűrűsége adja. A külső földrétegekben, amelyekről szintén hiányos a tudásunk, a sűrűség nagyon szabálytalan, és ez lefelé is folytatódik, megnehezítve a számításainkat, hiszen ahhoz szinte minden adatunk hiányzik. A geometriai alak ezen kiegyenlítő hatások összességének eredménye.

**Ahelyett, hogy furcsállanánk a szabálytalanság egyértelmű bizonyítékait, inkább azon csodálkozhatunk, hogy a hatás nem nagyobb.** Ha csillagászati méréseink tízszer vagy százszor pontosabbak lennének, e szabálytalanságokat kétségtelenül mindenütt megfigyelhetnénk (1828): a potenciálelméleti

földalak

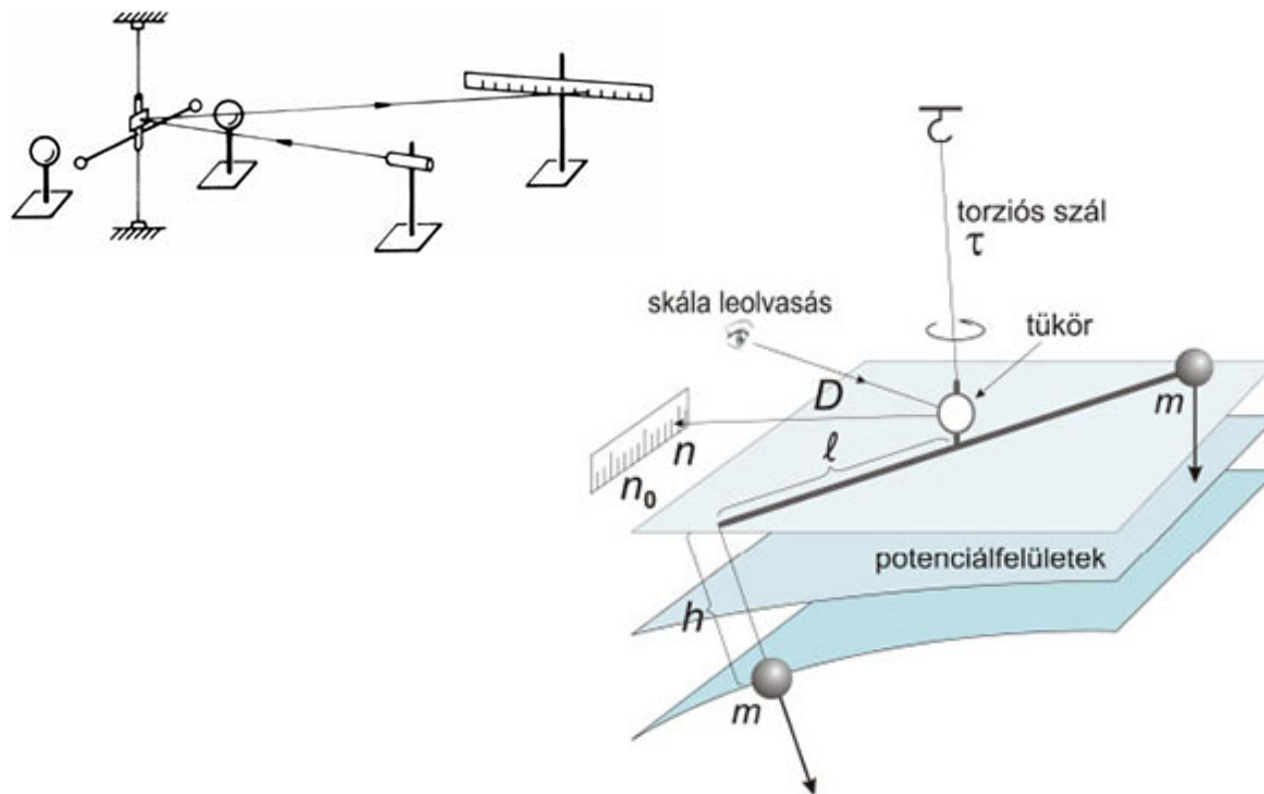
# Inga és inga



A „hagyományos” inga (pendulum, Pendel), illetve a „torziós” inga vagy mérleg (balance, Waage)



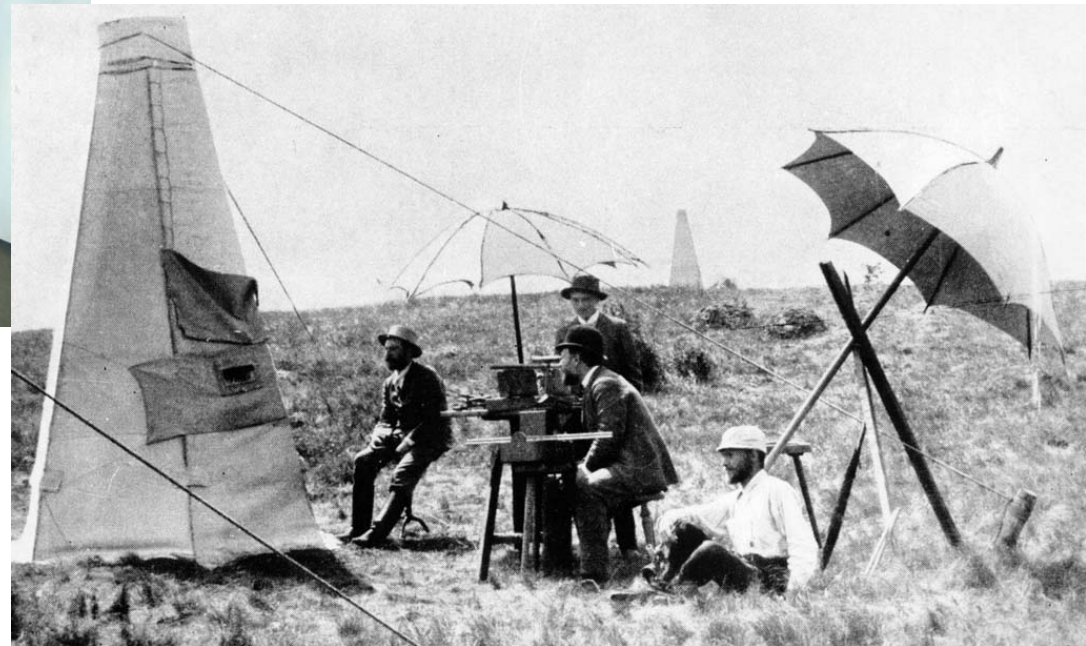
# Az Eötvös-inga



*Az inga működési alapelve (Völgyesi, 2001)*

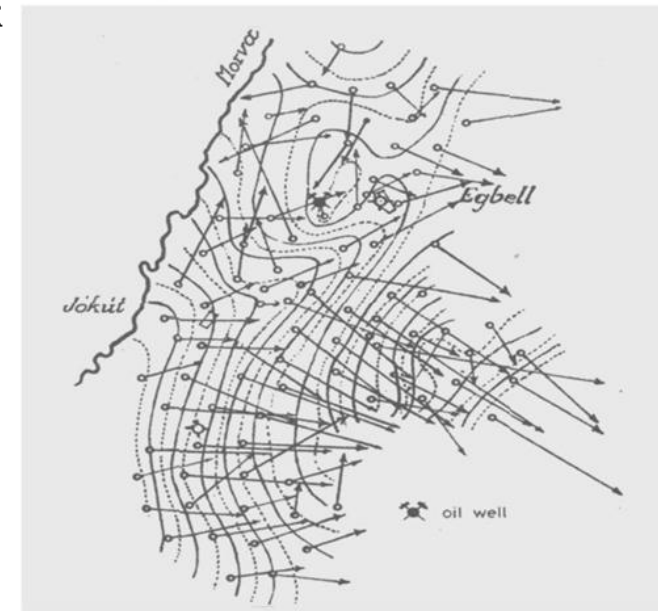
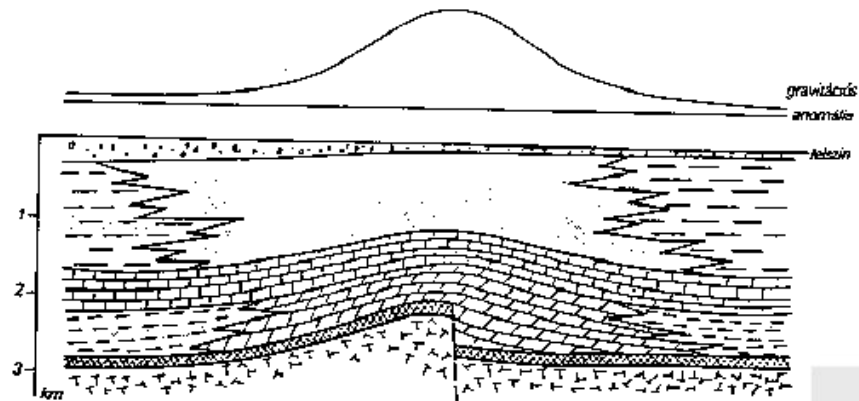


# Az Eötvös-inga



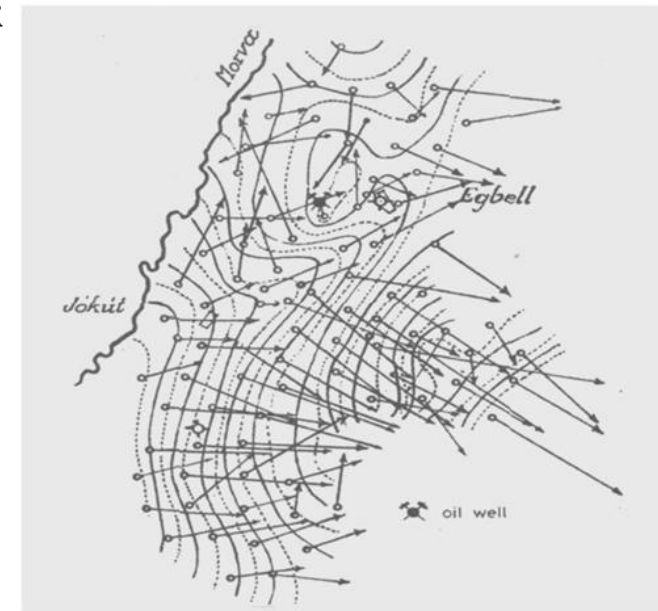
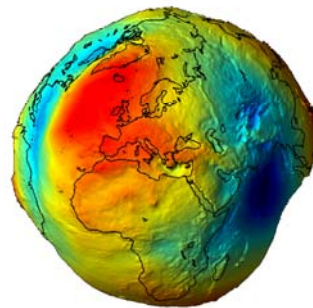
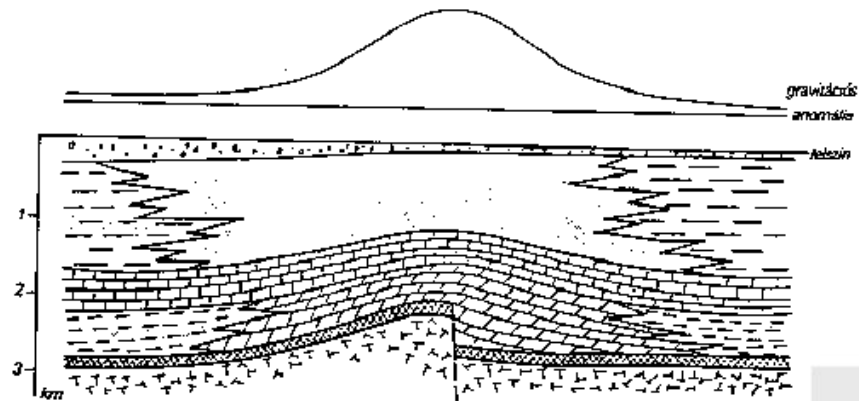


# Az Eötvös-inga





# Az Eötvös-inga





# Az Alföld mélye

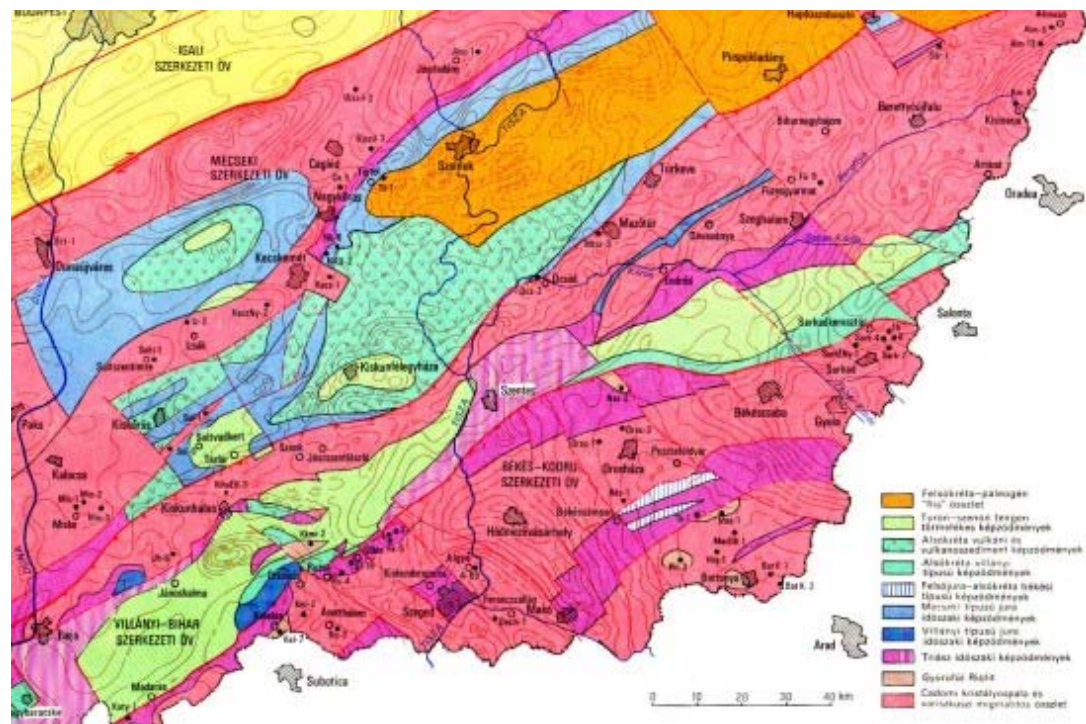
*„Ilyen egyszerű egyenes vessző az az eszköz is, melyet én használtam, végein különösen megterhelve és fémtokba zárva, hogy ne zavarja se a levegő háborgása, se a hideg és meleg váltakozása. E vesszőre minden tömeg a közelben és a távolban kifejtí irányító hatását; de a drót, melyre fel van függesztve, e hatásnak ellenáll és ellenállva megcsavarodik, e csavarodásával a reá ható erőknek biztos mértékét adván. A **Coulomb**-féle mérleg különös alakban, ennyi az egész. Egyszerű, mint a Hamlet fuvolája, csak játszani kell tudni rajta, és miként abból a zenész gyönyörködtető változatokat tud kicsalni, úgy ebből a fizikus, a maga nem kisebb gyönyörűségére, kiolvashatja a nehézségnek legfinomabb változásait. Eljárásommal bármely helyen, a hol eszközümet felállíthatom, meg tudom határozni, hogy merre, és centiméterenként mennyivel változik a nehézség; azt is, hogy mennyivel hajlik el iránya, mikor magasabbra emelkedünk; és megállapíthatom, milyen az alakja a földfelület bár csak tenyérynyi nagyságú részének, hogy merre görbül erősebben az a kicsiny vízfelület, a mely egy pohárban elfér, a melynek eltérését a sík alaktól azelőtt legfeljebb gyanítani lehetett....*

...Itt lábaink alatt terjed el, hegyek koszorújával övezve, az Alföld rónasága. A nehézség lesimítván, kedve szerint formálta felületét. Vajjon milyen alakot adott neki? Micsoda hegyeket temetett el és mélységeket töltött ki lazább anyaggal, a míg létrejött ez az aranykalásztermő, a magyar nemzetet éltető róna?”

*(„A Föld alakjának kérdéséről”, MTA elnöki beszéd, 1901)*



# Az Alföld mélye



...Itt lábaink alatt terjed el, hegyek koszorújával övezve, az Alföld rónasága. A nehézség lesimítván, kedve szerint formálta felületét. Vajjon milyen alakot adott neki? Micsoda hegyeket temetett el és mélységeket töltött ki lazább anyaggal, a míg létrejött ez az aranykalásztermő, a magyar nemzetet éltető róna?"

(„A Föld alakjának kérdéséről”, MTA elnöki beszéd, 1901)





# A földalak térképezése

Man vereinigt in einer Übersichtskarte die Stationen zu nahezu geradlinigen Zügen und berechnet zuerst an jedem Punkt die in die Zugrichtung fallende Komponente  $\gamma$  der Lotabweichung. Ist  $\alpha'$  das Azimut, so wird nach Fig. 41 S. 515 die Komponente  $\gamma = \theta \cos(A' - \alpha')$ , also wegen der (7) S. 516:

$$\gamma = \xi \cos \alpha' + \eta \sin \alpha'. \quad (1)$$

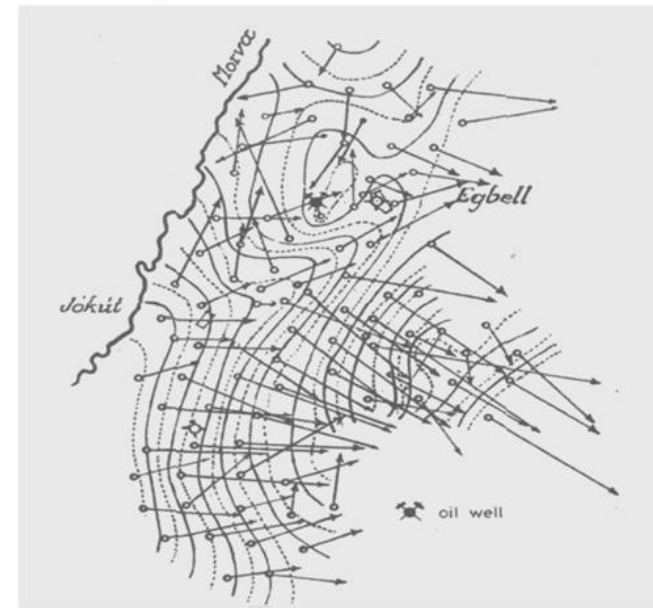
Der Sinn hiervon ist der, daß im Azimut  $\alpha'$  die Tangente des Sphäroids den *Depressionswinkel*  $\gamma$  in Bezug auf die Tangente des Referenzellipsoids hat.

Alle Werte  $\gamma$  trägt man in großem Maßstabe auf Millimeterquadratpapier als Ordinaten auf, rechtwinklig zu Abscissen, deren Differenzen den horizontalen Entfernungen entsprechen. Durch die erhaltenen Punkte legt man eine Kurve aus freier Hand, wobei zur Abrundung der Kurve Abweichungen von den Punkten zulässig sind, die jedoch innerhalb des Betrages des Einflusses der plausiblen Beobachtungsfehler in  $\xi$  und  $\eta$  auf  $\gamma$  bleiben müssen und in der Regel abwechselnd  $+$  und  $-$  zu nehmen sind.

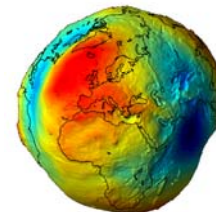
Man kann aber mit völlig genügender Annäherung für den Zuwachs der Erhebung  $\Delta N' = N'_k - N'_i$ , welche das Sphäroid in Bezug aufs Ellipsoid von  $P_i$  bis  $P_k$  besitzt, setzen:

$$\Delta N' = - \int_{P_i}^{P_k} \gamma'' ds, \quad (2)$$

wobei die Integration über die ganze Länge der kürzesten Linie von  $P_i$  bis  $P_k$  zu erstrecken ist.



Helmert (1884) és Eötvös (1891-)



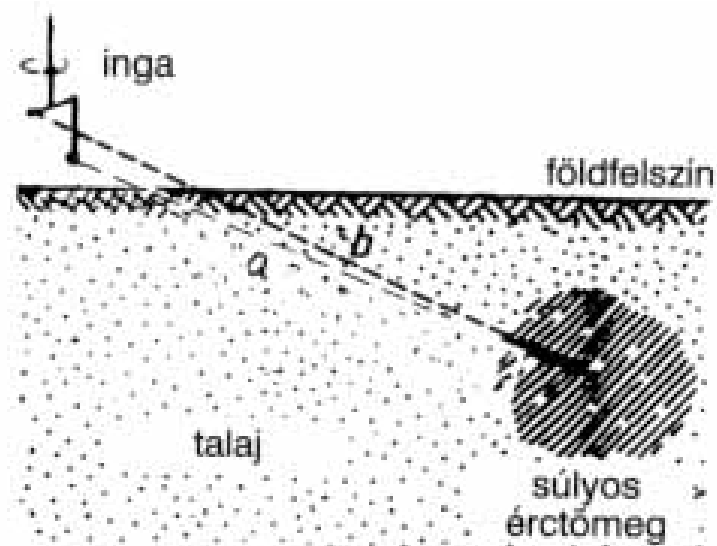
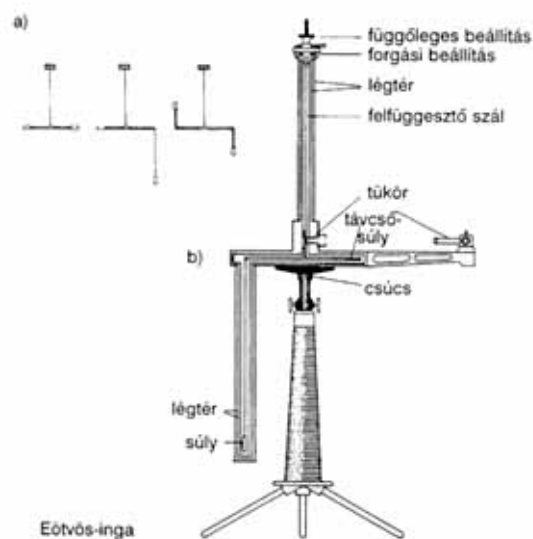


# A tudományos elismerés



A Nemzetközi Földmérés 1906-os budapesti konferenciája

# Alkalmazott geofizika

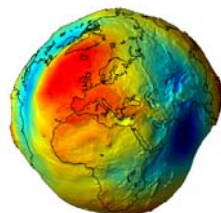
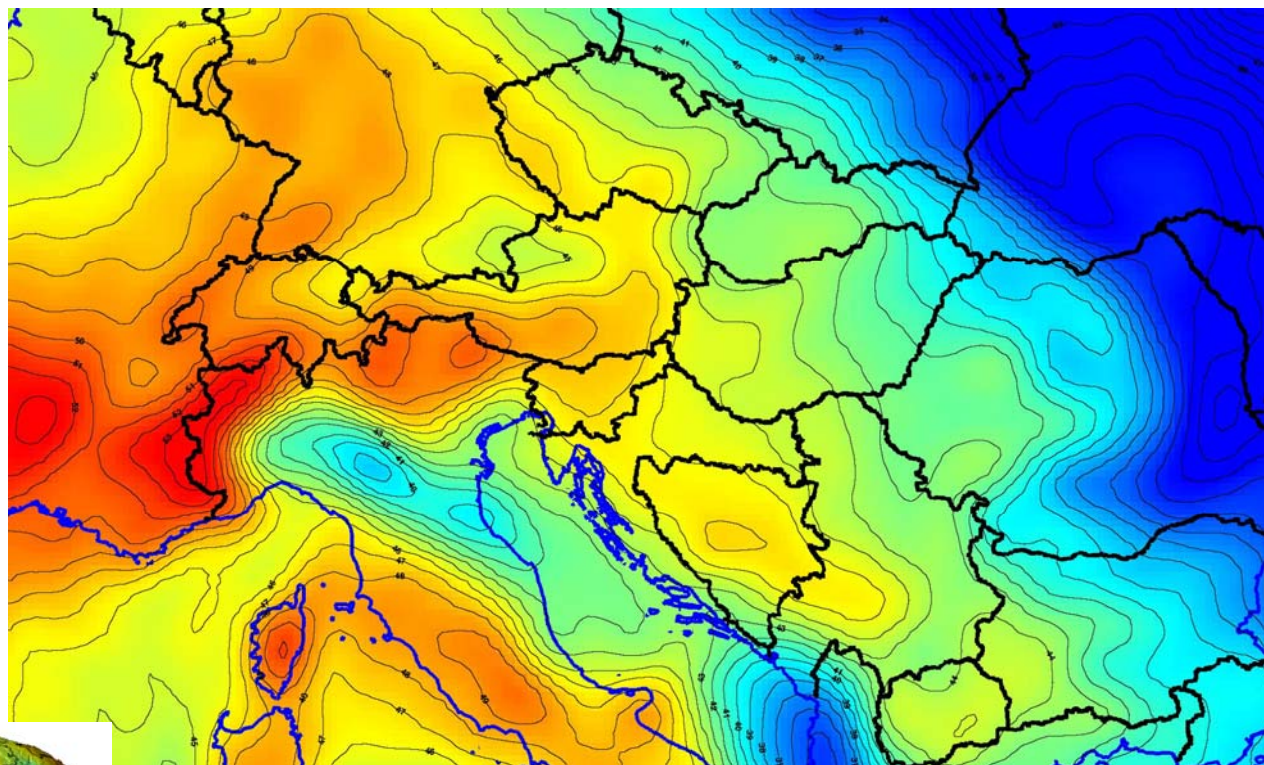


Az 1910-es évektől az Eötvös-mérleg a nyersanyagkutató geofizika első eszköze lesz. Az 1940-es évekre a relatív graviméterek és a szeizmikus kutatás háttérbe szorítják. De jön a COCOM-lista...





# Mai alkalmazás



A geoid közép-európai felületdarabja



# Más égitesteken

NASA T11 X- 63666

## LUNAR GRAVITY FIELDS DETERMINED FROM APOLLO 8 TRACKING DATA

T. L. FELSENTRER  
 J. P. MURPHY  
 J. W. RYAN  
 L. M. SALTER



JULY 1969

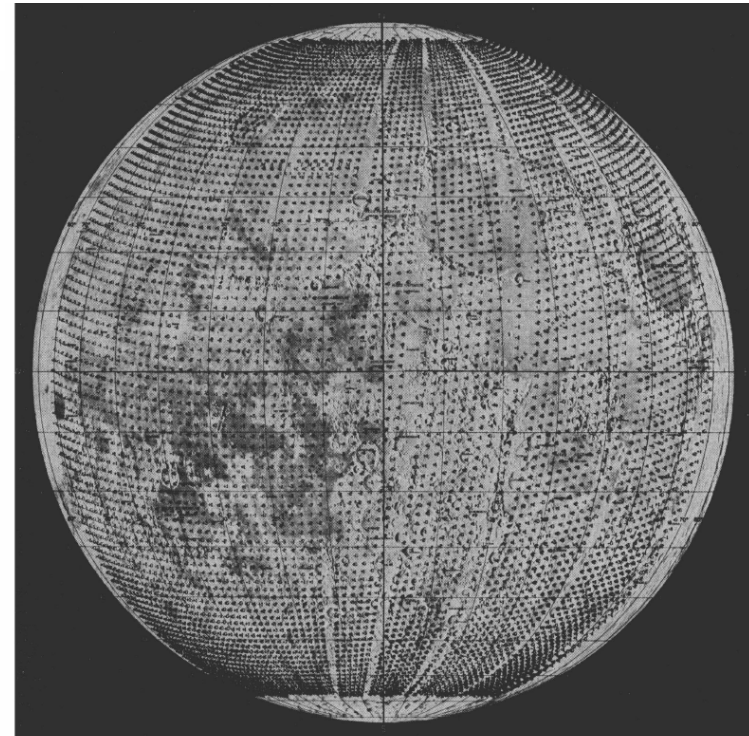


Fig. 1. Gravimetric and acceleration map of the lunar nearside. Ranges are indicated below.

Range *	Symbol	Range*	Symbol	Range*	Symbol
Beyond $\pm 20$ .	$\pm X$	$\pm 7.5$ to $\pm 8.5$	$\pm 8$	$\pm 2.5$ to $\pm 3.5$	$\pm 3$
$\pm 15$ to $\pm 20$ .	$\pm C$	$\pm 6.5$ to $\pm 7.5$	$\pm 7$	$\pm 1.5$ to $\pm 2.5$	$\pm 2$
$\pm 11.5$ to $\pm 15$ .	$\pm B$	$\pm 5.5$ to $\pm 6.5$	$\pm 6$	$\pm 0.5$ to $\pm 1.5$	$\pm 1$
$\pm 9.5$ to $\pm 11.5$	$\pm A$	$\pm 4.5$ to $\pm 5.5$	$\pm 5$	0.0 to - 0.5	+ 0
$\pm 8.5$ to $\pm 9.5$	$\pm 9$	$\pm 3.5$ to $\pm 4.5$	$\pm 4$	- 0.5 to 0.0	- 0



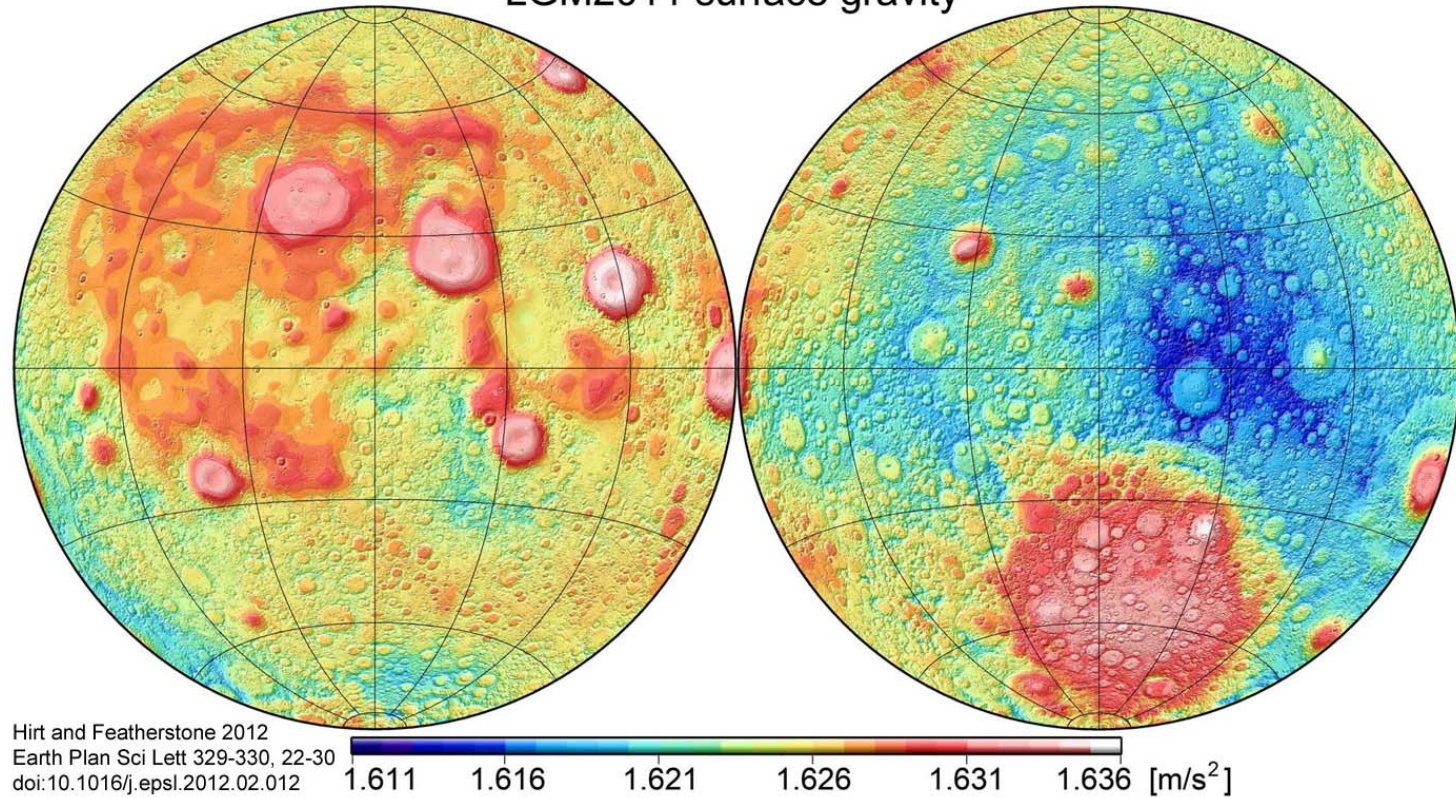
GODDARD SPACE FLIGHT CENTER  
 GREENBELT, MARYLAND

A Hold: az Apollo-program leszállási helyeinek felderítéskor



# Más égitesteken

LGM2011 surface gravity



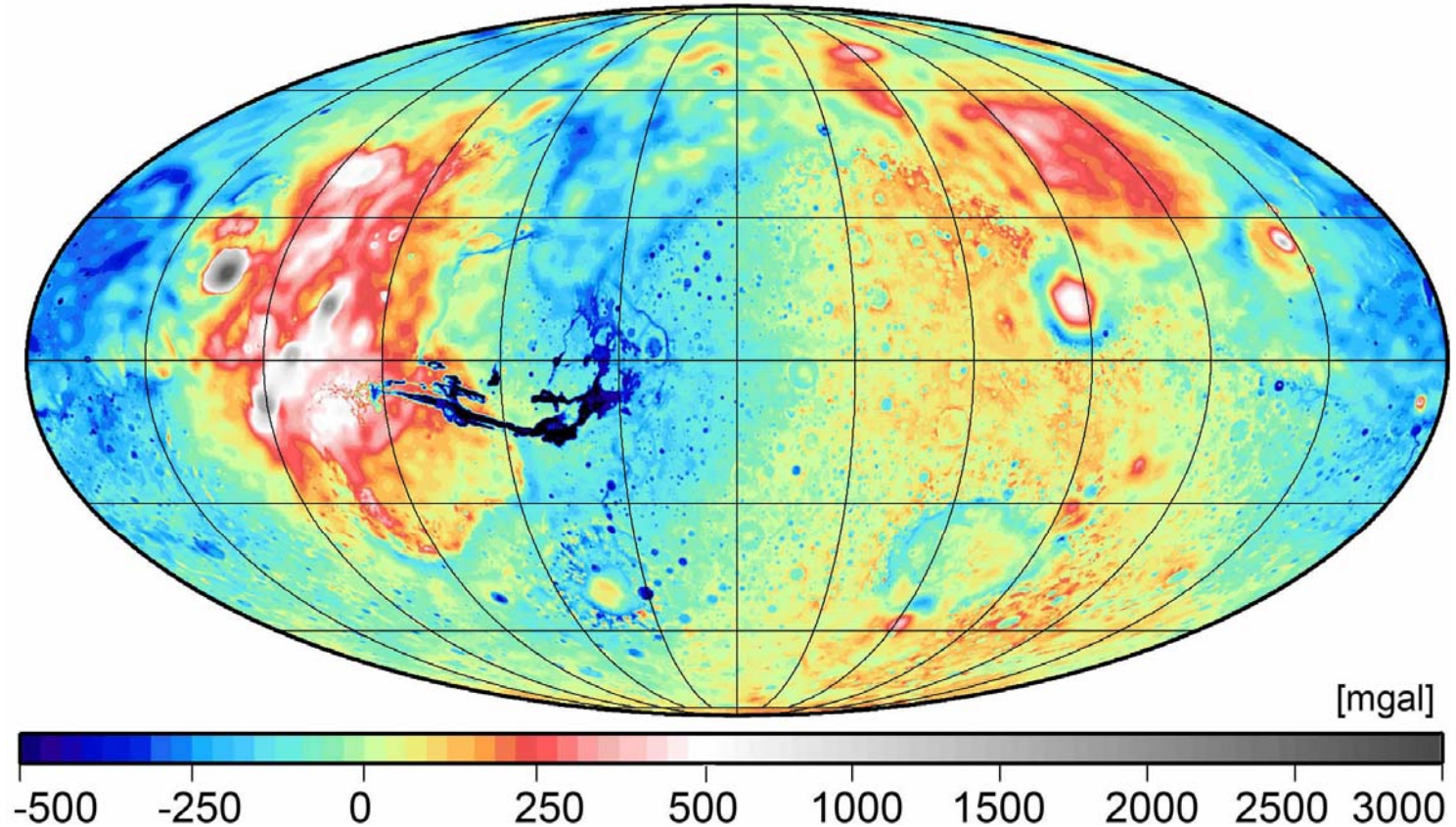
Sokkal erősebb a (korrigált) gravitációs és a szelenológia kapcsolata, mint a földi geológia esetén





# Más égitesteken

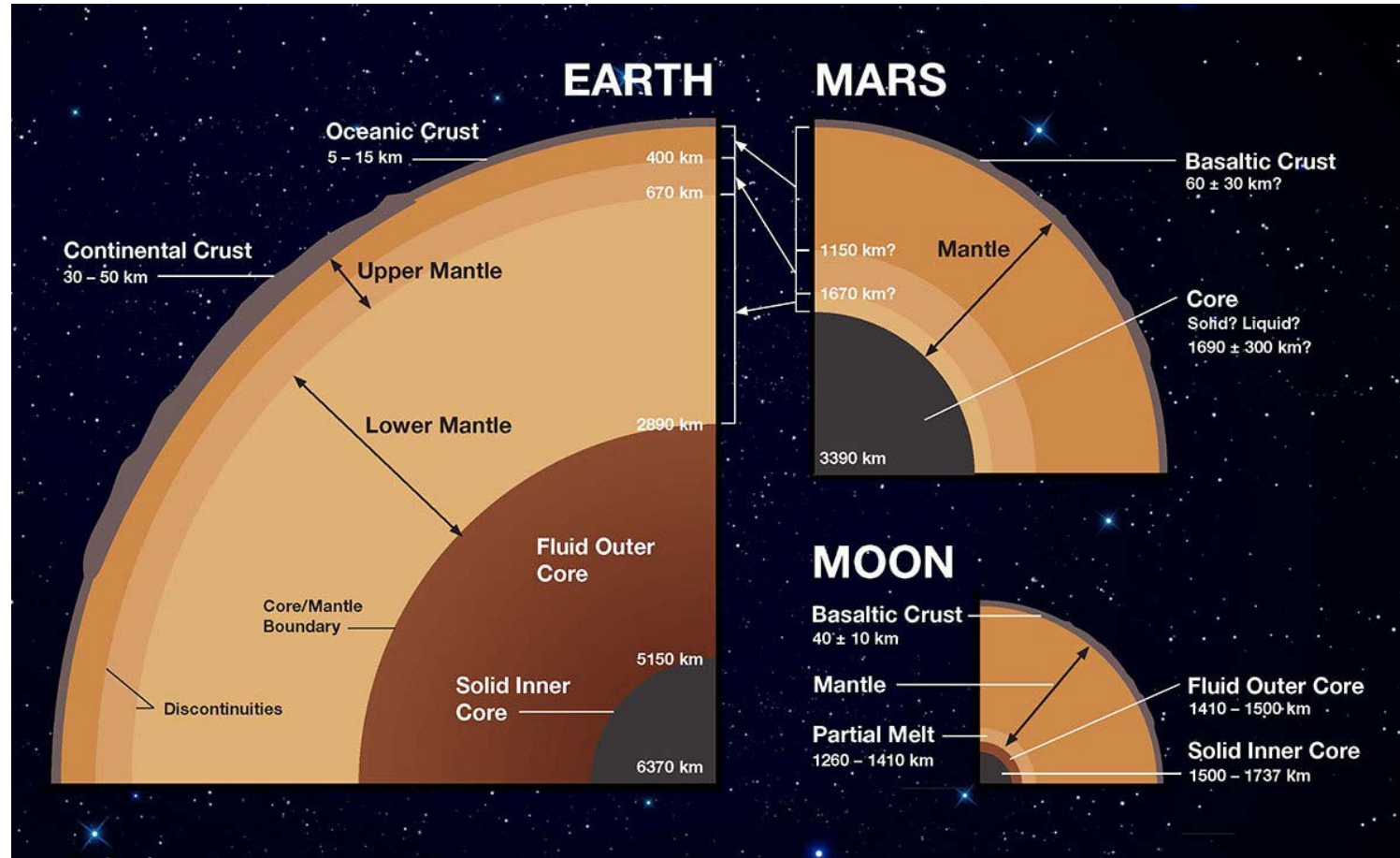
MGM2011 free-air gravity



A marsi gravitáció a Föld és a Hold közötti átmenet

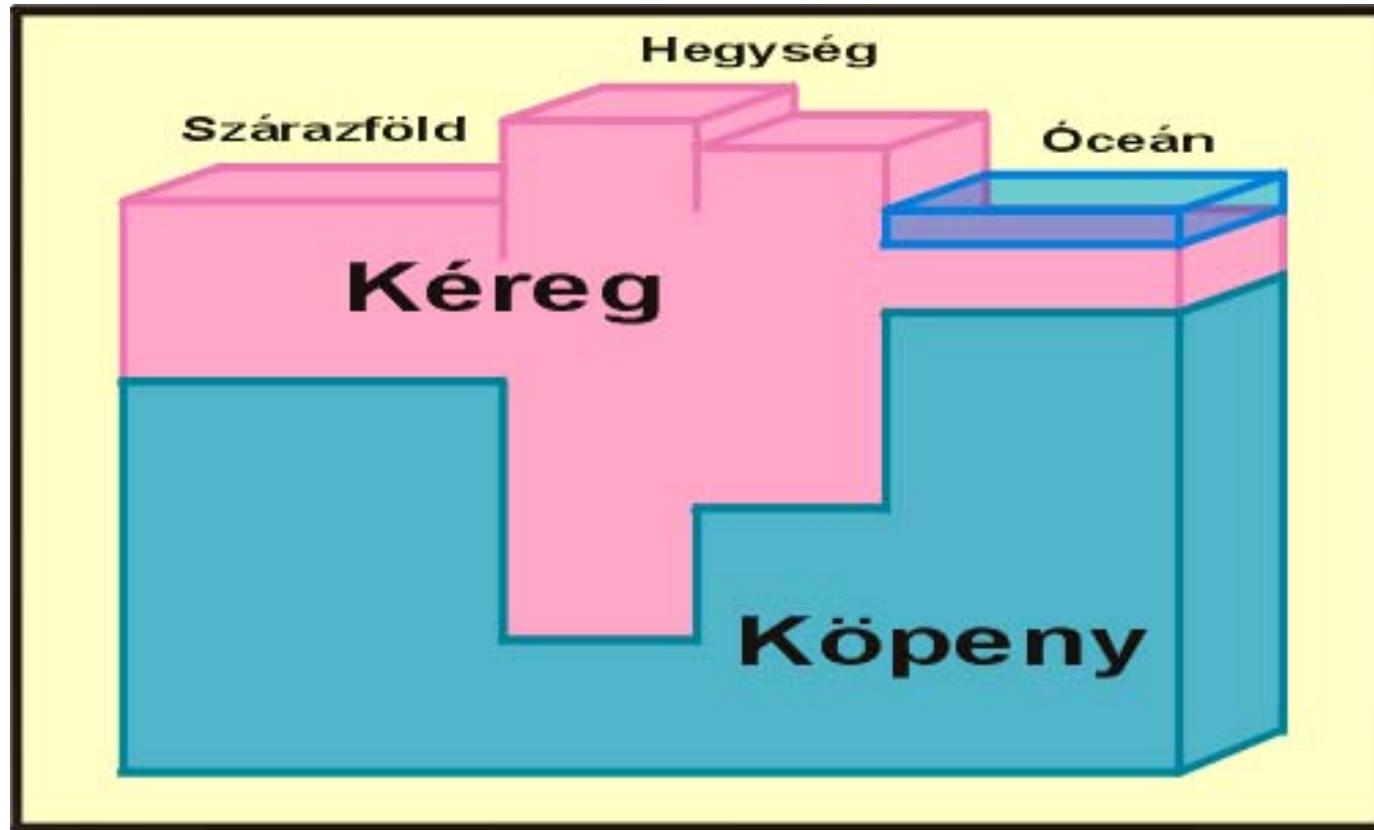
Hirt et al. (2012)

# A bolygók szerkezete



NASA JPL

# A földi izosztázia...



Horváth F. (1997) in Karátson D. (ed.): Pannon enciklopédia –  
Magyarország földje



## A földi izosztázia...

... az, amely annyira „tompítja” a geológiai jellegű hatásokat, hogy az Eötvös-féle mérési pontosságra szükség van, nemcsak a lokális nyersanyagkutató, de a globális gravitációs- és geoidtérképezés érdekében is.



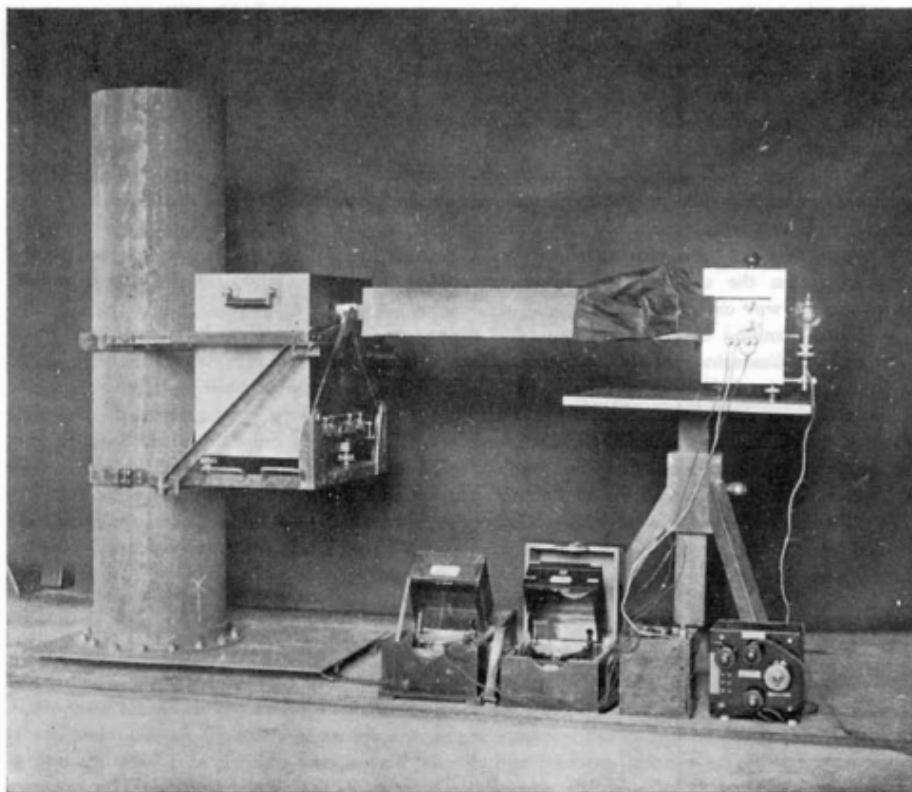


## A földi izosztázia...

... az, amely annyira „tompítja” a geológiai jellegű hatásokat, hogy az Eötvös-féle mérési pontosságra szükség van, nemcsak a lokális nyersanyagkutató, de a globális gravitációs- és geoidtérképezés érdekében is.

Ezt nem ismerhette 1828-ban Gauss, és ezért lepődött meg a függővonalelhajlások kis mértékén.

# Az Eötvös-féle mérési pontosság a tengeren



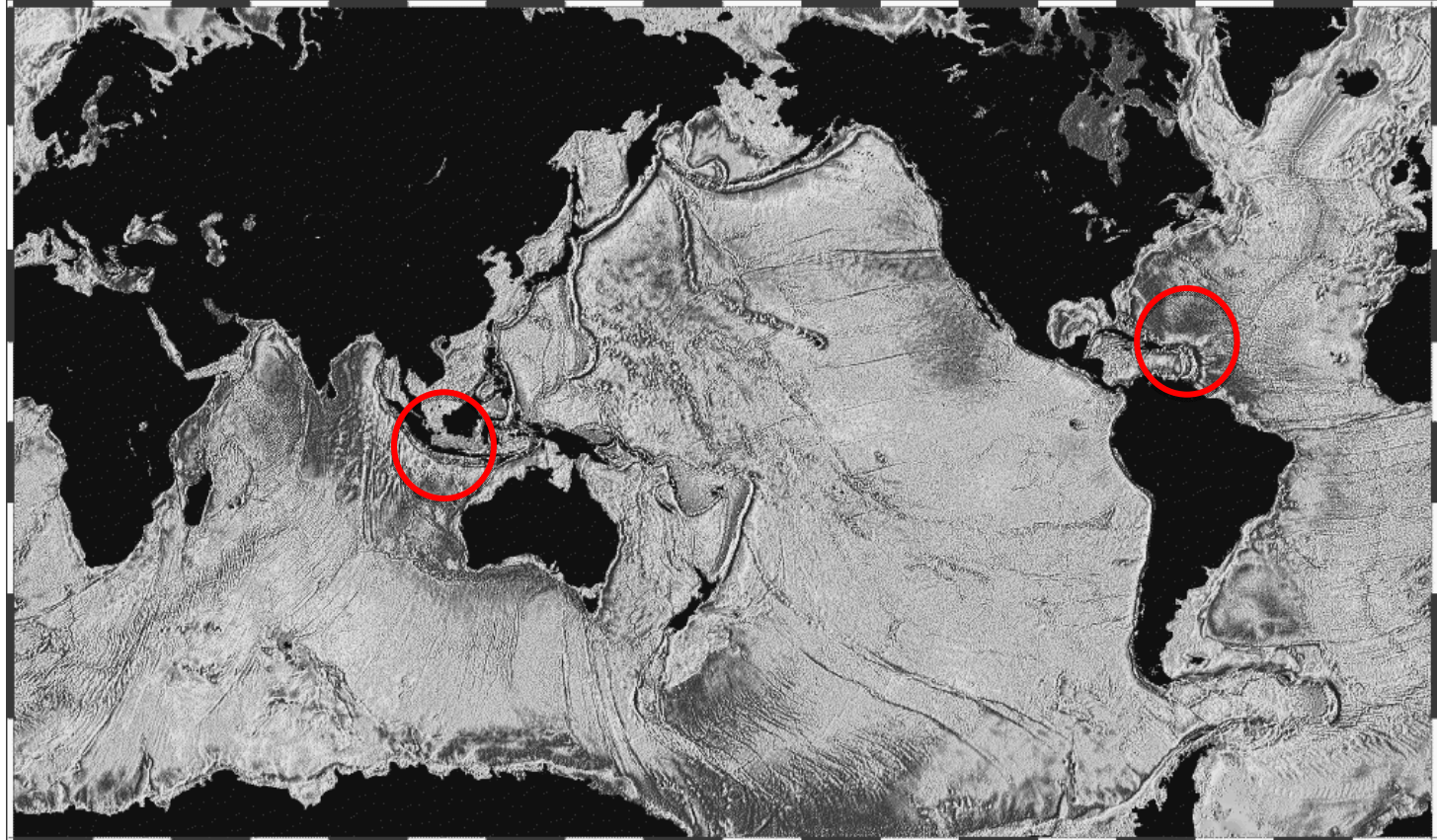
New Pendulum Apparatus.  
Left: New Pendulum Apparatus in its cradle.  
Right: Recording and Light Apparatus.  
Below: Chronometer and Resistance of Swan Electric Arc Lamp.

Vening  
(1932)

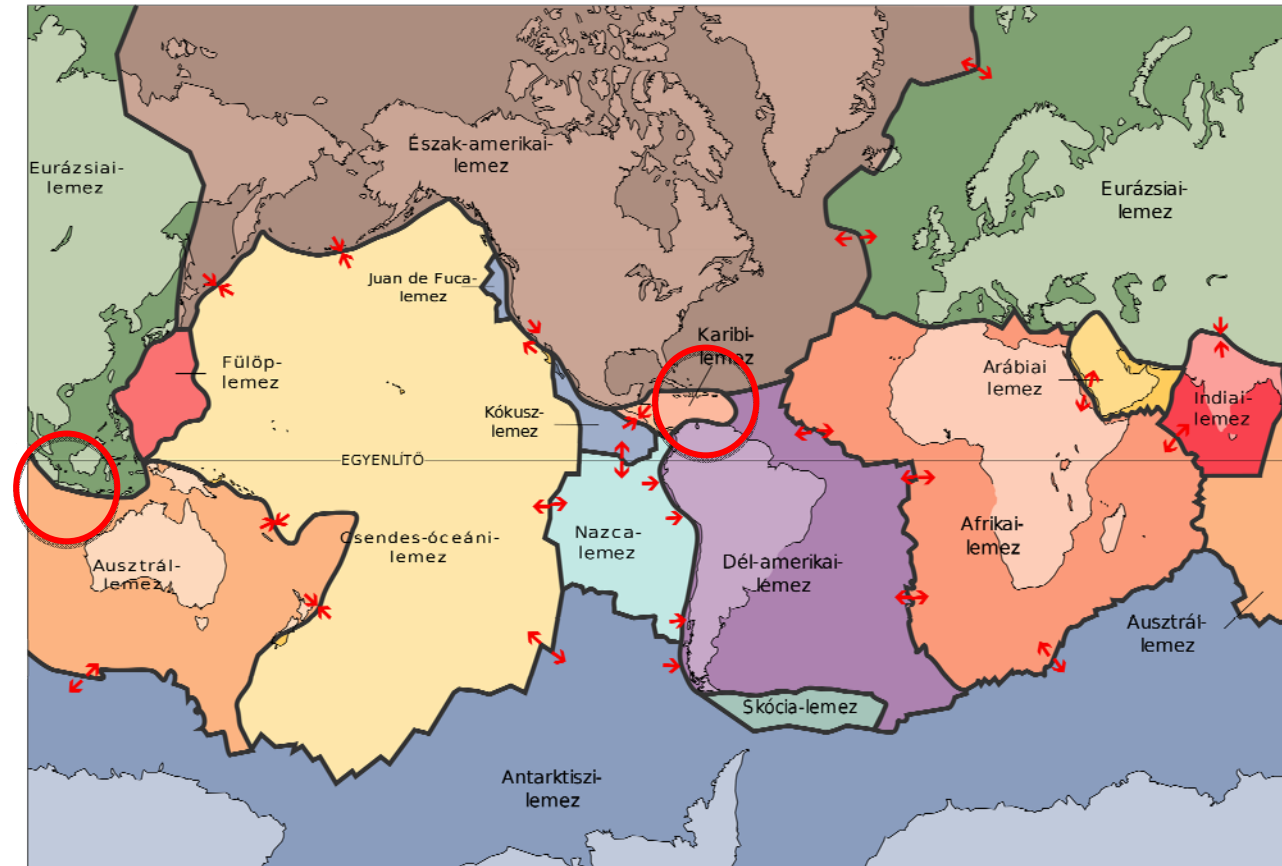
Meinesz



# A gravitációs kép felfedi a lemeztektonikát



# A gravitációs kép felfedi a lemeztektonikát



Wikimedia via USGS